

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И БИОМЕХАНИКА  
В СОВРЕМЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

*Тезисы докладов*  
XIII Всероссийской школы-семинара  
(с. Дивноморское, 31 мая — 3 июня 2018 г.)

Редакторы:  
А. О. Ватульян, М. И. Карякин, В. С. Кондратьев, А. В. Попов, А. Н. Соловьёв

Ростов-на-Дону — Таганрог  
2018

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)

ББК 22.25я43

М34

***XIII Всероссийская школа-семинар «Математическое моделирование  
и биомеханика в современном университете»  
поддержана РФФИ, проект № 18-31-10014 мол\_2***

**М34 Математическое моделирование и биомеханика в современном университете** : тезисы докладов XIII Всероссийской школы-семинара, (с. Дивноморское, 31 мая — 3 июня 2018 г.) / Южный федеральный университет ; ред.: А. О. Ватульян, М. И. Карякин, В. С. Кондратьев, А. В. Попов, А. Н. Соловьёв. — Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. — 108 с.

ISBN 978-5-9275-2802-8

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XIII Всероссийской школе-семинаре «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Тематика школы-семинара связана, прежде всего, с решением актуальных научных проблем математического моделирования применительно к новым задачам механики и биомеханики. К таковым, в частности, относится моделирование тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы идентификации параметров для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, разномодульность, микроструктура, пьезоэффект), задачи моделирования, функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткань, ткань кровеносных сосудов и т.д.), моделирование и оптимизация имплантатов. Второй важной задачей школы-семинара является изучение вопросов интеграции этих направлений с процессом современного классического естественнонаучного и инженерного образования, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественнонаучных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках указанных научных направлений.

Доклады участников школы-семинара были распределены по трем секциям:

1. Математические модели биомеханики
2. Математическое моделирование сред сложной структуры
3. Междисциплинарные исследования и использование их ресурсов в учебном процессе и современные компьютерные технологии преподавания естественнонаучных дисциплин.

*Материалы публикуются в авторской редакции.*

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)

ББК 22.25я43

ISBN 978-5-9275-2802-8

© Южный федеральный университет, 2018

### Программный комитет школы-семинара

Карякин М. И., Ростов-на-Дону — председатель  
Ватульян А. О., Ростов-на-Дону — заместитель председателя  
Айзикович С. М., Ростов-на-Дону  
Бауэр С. М., Санкт-Петербург  
Глушков Е. В., Краснодар  
Игумнов Л. А., Нижний Новгород  
Коссович Л. Ю., Саратов  
Месхи Б. Ч., Ростов-на-Дону  
Наседкин А. В., Ростов-на-Дону  
Соловьев А. Н., Ростов-на-Дону  
Тарасевич Ю. Ю., Астрахань  
Устинов Ю. А., Ростов-на-Дону  
Цатурян А. К., Москва  
Шевцов С. Н., Ростов-на-Дону

### Организационный комитет школы-семинара

Соловьев А. Н., ДГТУ — председатель  
Попов А. В., ЮФУ — заместитель председателя  
Гетман В. А., ЮФУ  
Глушко Н. И., ДГТУ  
Курбатова Н. В., ЮФУ  
Митрин Б. И., ДГТУ  
Надолин К. А., ЮФУ

## Анализ возникновения конвекции наножидкости в анизотропном пористом прямоугольнике

**Абделхафиз М. А.**

*Сохагский университет*

Рассматривается плоская задача о возникновении конвекции в пористом прямоугольнике, насыщенном теплопроводной жидкостью с наночастицами. На основе уравнений Дарси-Буссинеска с учетом эффекта Соре и в предположении свойств ортотропии жидкости и среды проводится анализ монотонной неустойчивости механического равновесия. Задача рассматривается в прямоугольной области  $D = [0, a] \times [0, b]$ , заполненной пористой средой и подогреваемой снизу. На границе заданы условия непротекания и линейное по высоте распределение температуры и концентрации наночастиц. Для функции тока  $\psi(x, y, t)$ , отклонений температуры  $\theta(x, y, t)$  и концентрации  $c(x, y, t)$  записывается система в безразмерных переменных:

$$-\eta \Delta \dot{\psi} = M_0 \psi + \theta_x + c_x, \quad M_0 \psi = \mu_{11} \psi_{yy} - (\mu_{12} + \mu_{21}) \psi_{xy} + \mu_{22} \psi_{xx} \quad (1)$$

$$\dot{\theta} = L^T \theta - \lambda^T \psi_x - J(\psi, \theta), \quad J(\psi, \theta) = \theta_x \psi_y - \theta_y \psi_x, \quad (\dot{\quad}) = (\quad)_t, \quad (2)$$

$$\dot{c} = L^C c - \lambda^C \psi_x + L^{CT} \theta - J(\psi, c), \quad \Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2. \quad (3)$$

Здесь  $\mu_{ij}$  — коэффициенты обратной проницаемости,  $\lambda^T$  — температурное число Рэлея и  $\lambda^C$  — концентрационное число Рэлея, оператор теплопроводности  $L^T$  дается формулой с коэффициентами  $d_{ij}^T$ :

$$L^T = \frac{\partial}{\partial x} \left[ d_{11}^T \frac{\partial}{\partial x} + d_{12}^T \frac{\partial}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ d_{21}^T \frac{\partial}{\partial x} + d_{22}^T \frac{\partial}{\partial y} \right] \quad (4)$$

Операторы  $L^C$  и  $L^{CT}$  получаются из (4) заменой  $d_{ij}^T$  на  $d_{ij}^C$  и  $d_{ij}^{CT}$  соответственно. В ортотропном случае  $\mu_{ij} = d_{ij}^T = d_{ij}^C = d_{ij}^{CT} = 0$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j = 1, 2$ . При выполнении условия на параметры  $[-\mu_{22} d_{22}^C + \mu_{11} d_{11}^{CT}] d_{22}^T = [-d_{22}^C + d_{22}^{CT}] \mu_{11} d_{11}^T$  данная задача имеет косимметрию

$$L = (\theta + c, S_1 \psi, S_2 \psi), \quad S_1 = \mu_{11} \frac{[d_{22}^{CT} - d_{22}^C]}{d_{22}^T d_{22}^C}, \quad S_2 = -\frac{\mu_{11}}{d_{22}^C}$$

Для случая монотонной неустойчивости выведено соотношение, связывающее критические числа Рэлея  $\lambda^T$  и  $\lambda^C$ :

$$\lambda_{crit}^T [d_{11}^C - d_{11}^{CT}] + d_{11}^T \lambda_{crit}^C = 4\pi^2 d_{11}^T d_{11}^C \left( \frac{\mu_{22}}{a^2} + \frac{\mu_{11}}{b^2} \right). \quad (5)$$

На плоскости температурного и концентрационного чисел Рэлея представлены нейтральные кривые устойчивости механического равновесия и рассчитаны участки колебательной неустойчивости. Для анализа колебательной неустойчивости применяется метод конечных разностей, сохраняющий косимметрию (Абделхафиз М. А., Цибулин В. Г. ЖВМиМФ 2017, № 10).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (18-01-00453).

## Моделирование автомобильной турбины с ротором на активных магнитных подшипниках

**Бабаев М. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В данной работе рассматривается моделирование автомобильной турбины с ротором, работающей практически без силы трения, за счет использования активных магнитных подшипников (АМП). В горячую часть турбины попадают выхлопные газы высокой температуры 800-9000 °С, поэтому корпус турбины изготавливают из чугуна особого состава и особого способа отливки. Ни один из других деталей автомобиля не раскручивается до таких скоростей, как ротор турбины двигателя внутреннего сгорания. Так, например, ротор турбины Turbo Charger KP37, устанавливаемая в автомобиль Mercedes-Benz Smart достигает астрономических 280 000 об./мин. При такой частоте вращения сила трения достигает огромных величин. Это, в свою очередь, приводит к резкому увеличению температуры и как следствие к расходу смазочного материала и уменьшению ресурса турбины в целом. Использование АМП, вместо традиционных шариковых, может уменьшить силу трения практически до нуля. В результате мы получим более стабильную кривую температуры, сможем обойтись без использования смазочных материалов и как следствие увеличим ресурс турбины в несколько раз. АМП – это устройство электромагнитного типа, в котором вращающийся вал (ротор) поддерживается в неподвижной части (статоре) силами магнитного потока. Когда механизм находится в работе, на него оказывают влияние физические силы, стремящиеся сместить ось. Чтобы их преодолеть, магнитный подшипник оснастили системой контроля, которая следит за нагрузкой и подает сигнал управления силой магнитного потока. Магниты, в свою очередь, сильнее или слабее воздействует на ротор, сохраняя его в центральном положении. АМП, как и любой другой тип подшипника, должен обладать заданной несущей способностью  $F_{max}$  (максимальное тяговое усилие, которое может развиваться в течение длительного времени без перегрева обмотки). В большинстве случаев статическая нагрузка на подшипник  $Q$  известна точно, реже приближенно. Всегда значение  $F_{max}$  должно быть больше  $Q$  настолько, чтобы оставался запас для отработки динамических нагрузок,  $F_{max} / 2 = Q$  может быть принято, как вполне приемлемое. Далее решается задача оптимизации, при которой в заданном объеме, занимаемом подшипником, реализуется максимальное усилие. В зависимости от вида стали определяется максимальное значение магнитной индукции в зазоре  $B_{max} = B$ , при котором достигается  $F_{max}$ . Таким образом, внедрение автоматических магнитных подшипников в систему наддува двигателя внутреннего сгорания имеет большой практический смысл. Использование АМП в других системах автомобиля повысит надежность, а значит снизит расходы на эксплуатацию автомобиля.

Автор благодарит научного руководителя А.Н. Соловьева за внимание к работе.

## Задачи биомеханики глаза

Бауэр С. М.

*Санкт-Петербургский государственный университет*

В обзорном докладе представлены различные аспекты моделирования тканей глаза (роговицы, склеры, решетчатой пластины глаза, методы диагностики различных параметров, в том числе внутриглазного давления).

Представлен исторический экскурс в моделирование глазной ткани, сформулированы основные проблемы биомеханики глаза, и методы измерения его параметров. Представлен обзор по современным методам оценки ВГД с помощью различных тонометров, обсуждены их достоинства и недостатки.

Отмечено, что в настоящее время почти все данные, характеризующие механические параметры склеры, получены экспериментально на образцах, выделенных из мертвых глаз. Развитие и химии, и медицины привело к тому, что в последнее время как метод лечения многих офтальмологических заболеваний используются интравитреальные (внутрикамерные) инъекции, что приводит в первый момент к деформации внешней склеральной оболочки глаза и увеличению внутриглазного давления. Изучение этих деформаций может помочь оценить механические параметры склеры живого глаза. Имеются клинические данные, содержащие измеренное тонометром Шюотца давление до введения инъекций, ПЗО — длину переднезадней оси глаза, и толщину склеры. Отметим, что в настоящее время известно, что показатели тонометра Шюотца зависят в основном именно от свойств склеры, а не от свойств роговицы. Такие же данные получены в первые 30 секунд после введения инъекции. Представлены две математические модели, описывающие деформации склеральной оболочки после инъекции. В первой простейшей модели склеральная оболочка рассматривается как сферический изотропный слой, нагруженный начальным внутренним давлением. Изучается деформация и изменение объема внутри слоя. Если рассматривается линейная задача, то и деформация и в первом приближении изменение объема внутри оболочки пропорциональны величине  $P/E$ , где  $P$  — дополнительное давление, прикладываемое к внутренней поверхности оболочки, а  $E$  — тангенциальный модуль упругости склеры. В случае, когда полученное изменение объема совпадает с объемом введенной инъекции, зная клинические данные о давлении после инъекции, по разности ВГД до и после инъекции, можно получить величину модуля упругости.

Известно, что склера ближе к трансверсально-изотропной оболочке (модуль упругости в направлении толщины оболочки много меньше, чем тангенциальные модули упругости), также известно, что после введения инъекций наблюдается в первый момент существенное изменение толщины слоя. В связи с этим во второй модели рассматривается трансверсально-изотропный слой склеры. Вводятся две безразмерные величины  $P/E$  (где  $E$  — тангенциальный модуль упругости), и  $E/E'$ , где  $E'$  — модуль упругости в направлении толщины оболочки. По двум соотношениям, описывающим изменение объема (или радиальное перемещение) и изменение толщины оболочки, решается обратная задача по оценке величин  $P/E$  и  $E/E'$ , а значит, по изменению ВГД в этом случае оцениваются модули упругости  $E, E'$ .

## Об информативности поверхностного волнового поля при идентификации дефектов в композиционных материалах

**Бочарова О. В.<sup>1</sup>, Анджинович И. Е.<sup>2</sup>, Седов А. В.<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Сложные ответственные механические конструкции нуждаются в постоянном мониторинге прочностного ресурса. По этой причине разработка методов неразрушающего контроля для деталей инженерных конструкций ответственного назначения является актуальной задачей.

В настоящей работе предложен эффективный метод определения наличия дефекта и распознавания его характеристик. Этот метод основан на контроле изменения параметров динамических процессов на поверхности среды. Любое изменение напряженного состояния или структуры среды (возникновение или изменение геометрических размеров внутреннего дефекта) приводит к изменению параметров поверхностного волнового поля. Тем самым, контролируя динамические характеристики волнового поля на поверхности контролируемой среды и сравнивая их с образцовыми характеристиками, можно на стадии производства контролировать структуру и свойства материала для оценки качества изготовления. Достоинствами данного подхода является отсутствие каких-либо принципиальных ограничений, как на материал, так и на форму изделия, а также возможность получения интегральной оценки о состоянии и структурных изменениях объектов.

При обработке регистрируемого сигнала применялся специальный математический подход. Этот подход основан на использовании оптимальных ортогональных разложений сигналов по базису, который специально настраивается на максимально возможную чувствительность к размерам и расположению того или иного дефекта. Такая настройка производится каждый раз при обработке регистрируемого сигнала.

Рассмотрена задача о нахождении расслоения между двумя слоями композиционного материала; первый слой представляет собой экструдированный пенополиуретан, второй – плотную стеклоткань. Проведены численные и натурные эксперименты по определению расслоения различного размера. При проведении численных экспериментов использован конечно-элементный пакет ANSYS. Эксперименты показали эффективность предложенного метода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов: 18-38-00871, 18-08-01012, 16-08-00802.

## Оценка функции равновесия у студентов технического вуза под воздействием незначительной нагрузки

Булавкина Т. А.<sup>1</sup>, Неклюдова Г. А.<sup>2</sup>, Евтух Е. С.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Брянский государственный инженерно-технологический университет

<sup>2</sup>Брянский государственный технический университет

Высшее образование является одной из самых мощных систем культурного формирования личности и одновременно ее образа жизни. Здоровый образ жизни студентов вузов формируется в результате кумулятивного воздействия многих факторов. В виде таких факторов выступают: всевозможные оздоровительные мероприятия, собственная физическая активность, индивидуальные особенности личности, процессы социализации и самовоспитания, стиль жизни и поведения, педагогическое воздействие и др. Физическая культура как предмет высшей школы участвует в формировании здорового образа жизни студентов через создание условий для оптимальной двигательной активности и воспитания ценностного отношения к физической культуре.

При отсутствии должного уровня развития физической культуры личности, независимо от того, на какой конкретный вид будущей практической деятельности ориентирован субъективный образовательный запрос студента, субъективная практическая полезность физической культуры (а, в ее рамках и двигательной активности) для приобретаемой профессии и получения диплома является мало актуальным. Следует вспомнить, что на современном этапе около 20-30% студентов имеют справки, с рекомендациями заниматься в подготовительных или специальных медицинских группах. Т. е. небольшой части студентов, не мешает заниматься физическими упражнениями небольшие проблемы со здоровьем.

Целью данного исследования является оценка влияния незначительной физической нагрузки на студентов с различным уровнем здоровья и физической подготовленности в рамках академических занятий физической культурой в техническом университете.

Программа исследования была организована с использованием следующих методов:

- морфологическое тестирование: определение роста студентов, массы тела;
- физиологическое тестирование: артериальное давление, японский тест — статическая балансировка, физиологическая проба Штанге — задержка дыхания на вдохе, субъективная оценка здоровья;
- оценку физической подготовленности студентов технического вуза;
- метод «Стабилометрии».

Исследование проходило в 2017-18 г.г., в нем приняли участие 11 девушек и 27 юношей (студенты 1 и 2 курса). Получены результаты сравнительного анализа стабилметрических показателей (оценка функции равновесия, оценка качества управления балансом, оценка координации движений) студентов с различным уровнем здоровья и физической подготовленности под влиянием незначительной нагрузки, нацеленной на оздоровительный эффект от занятия. Полученные данные носят противоречивый характер.



## Применение Transfer learning и тонкой настройки глубоких сверточных нейросетей в задаче идентификации дефектов

**Васильев П. В., Булахов А. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Идентификация дефектов является неотъемлемой частью оценки состояния деталей, элементов конструкций, объектов производства во многих сферах современной деятельности человека. В связи с прогрессивно растущей инфраструктурой, протяжённостью путей автомобильного и железнодорожного сообщений, возникает острая проблема отслеживания состояния покрытия дорог и путей с направляющей рельсовой колеёй. Одним из наиболее перспективных решений проблемы автоматизированного контроля состояния дорожных поверхностей является применение глубокого машинного обучения, в том числе свёрточных нейронных сетей. Данный подход значительно сокращает расходы на обслуживающий персонал и имеет высокую точность обнаружения дефектов. Существующие тенденции исследований показывают, что глубокие свёрточные нейронные сети весьма эффективны для автоматического анализа больших наборов изображений и для выявления отличительных признаков, по которым можно идентифицировать проблемные участки дорожного покрытия.

Рассматривается архитектура автоматизированной системы обнаружения и локализации дефектов дорожных поверхностей. Глубокая свёрточная нейронная сеть реализована с использованием технологии Transfer Learning, которая предназначена для решения задач с помощью использования предварительно обученной свёрточной нейронной сети. Осуществляется данная технология заменой классификатора в предварительно обученной нейронной сети, отключением обучения каскада свёрточных слоёв и последующим обучением данной составной свёрточной нейронной сети на новом наборе данных. Точность может возрасти если произвести тонкую настройки сети (Fine Tuning). Технология Fine Tuning необходима для дообучения предварительно обученной свёрточной нейронной сети. Данная технология осуществляется включением возможности обучения каскада свёрточных слоёв предварительно обученной свёрточной нейронной сети и их последующим дообучением с целью идентификации новых характерных признаков объектов, которые входят в набор данных. Использование Transfer Learning позволяет разрабатывать свёрточные нейронные сети, способные более точно решать проблему локализации и идентификации дефектов. Эффективность использования Fine Tuning тем выше, чем больше разнится новый набор данных с исходным набором данных, на котором происходило предварительное обучение сети. В результате обучения и тонкой настройки нейронной сети было получено логнормальное распределение ошибочной идентификации дефекта дорожного покрытия в процентном соотношении. Вероятность ошибочного определения проблемных участков и дефектов при обучении на данном тестовом наборе не превышает 7%.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-31-00024.

О некоторых подходах к идентификации свойств биологических тканей

**Ватульян А. О.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Задачи оптимального проектирования имплантов, совершенствования моделей операционного вмешательства и прогнозирование отдаленных его последствий не могут быть решены без оценки физических свойств тканей человека, таких как модули упругости, плотность, реологические параметры. К числу современных методов оценки характеристик тканей отнесем рентген, УЗИ, МРТ и другие. Если современные средства регистрации физических полей позволяют достаточно точно оценивать особенности геометрии объекта исследования и его размеры, то определение упомянутых выше коэффициентов упругости и реологии требует решения обратных задач.

В работе анализируются обратные задачи, возникающие при акустическом и тепловом зондировании, при индентировании. Отметим класс моделей, в которых физические свойства можно считать постоянными, для них часто можно построить решение конкретной задачи аналитически, тогда для обратных задач по определению коэффициентов чаще всего реализуется процедура минимизации функционала невязки, причем для этого используются нейросетевые технологии и генетические алгоритмы. Для объектов, для которых неоднородностью пренебречь нельзя (например при зондировании тканей грудной клетки), ситуация более сложная, решение прямых задач в рамках сформулированных моделей теории упругости, вязкоупругости и пороупругости необходимо строить численно на основе МКЭ, а затем использовать итерационные процессы для нахождения искомым функций, формирующиеся на основе слабых постановок рассматриваемых задач и процедуре линеаризации.

Выделим два важных класса обратных задач в биомеханике растений. К первому относятся коэффициентные задачи по оценке модулей упругости деревьев пород, используемых при изготовлении музыкальных инструментов. В этой области за многие годы практического изготовления инструментов сформирован некоторый коэффициент резонансности, зависящий от модуля упругости и плотности дерева. Проблема оценки его для конкретного живого ствола непрост в связи с весьма сложной анизотропией и неоднородностью этого объекта, опирается в последние годы в основном на акустические методы и далека от окончательного решения.

Второй класс задач связан с определением коэффициентов роста (в основном для растений) – собственного роста и ростовых коэффициентов, которые можно считать постоянными модели на весьма ограниченном временном промежутке. Отметим, что ростовые коэффициенты характеризуют рост при наличии напряженного состояния объекта. Обратные задачи являются существенно нелинейными даже в предположении постоянства во времени, использование более сложных, но приближенных к реальности ростовым моделям, требует анализа нелинейных начально-краевых задач. Соответствующие процедуры решения в рамках конечномерных обратных задач используют как технику минимизации функционалов невязки, так и итерационные процедуры.

## Об индентировании функционально-градиентных материалов с покрытиями

Ватульян А. О., Плотников Д. К.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В настоящее время методы индентирования являются одним из наиболее популярных методов идентификации физических свойств различных материалов и успешно применяются при определении физических свойств различных однородных тел в рамках модели герцевского контакта. Вместе с тем подобная процедура может быть использована для оценки свойств функционально-градиентных материалов, в том числе с покрытиями, композитов, горных пород, что требует решения ряда контактных задач в рамках неоднородной теории упругости либо упрощенных моделей.

В работе представлен способ оценки деформативности тонкой неоднородной упругой полосы, жестко сцепленной с недеформируемым основанием, в случае произвольных законов изменения модулей упругости по толщине (гладких и разрывных). Рассмотрена контактная задача о равновесии функционально-градиентной полосы под действием жесткого штампа произвольной формы, в том числе и параболического, причем трение в области контакта отсутствует. Решена вспомогательная задача о действии нормальной нагрузки, локализованной на некотором отрезке верхней грани полосы в рамках некоторой упрощенной модели. Выражение удельной потенциальной энергии деформации упрощено путем введения гипотез о характере компонент поля перемещения. Представленные гипотезы содержат функции, характеризующие законы изменения упругих модулей полосы и, таким образом, зависят от характера их неоднородности. Данный подход позволяет учитывать произвольные виды неоднородности упругих параметров полосы, в том числе и разрывные. На основе вариационного принципа Лагранжа построена система двух дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами относительно компонент вектора смещений на верхней грани полосы. С помощью преобразования Фурье построены передаточные функции, связывающие трансформанты Фурье смещений и нагрузки; показано, что в предложенной модели передаточные функции представляют собой дробно-рациональные функции параметра преобразования Фурье. Построено интегральное уравнение контактной задачи, его решение найдено в замкнутой форме для различных профилей индентора. Найдено распределение контактного давления под индентором, определено смещение свободной поверхности полосы. Определена связь между величиной внедрения и размером площадки контакта, а также характерная для моделирования испытания материалов методом индентирования зависимость «сила-внедрение». Представлены результаты вычислительных экспериментов для различных законов неоднородности, исследовано их влияние на основные характеристики решения; изучено влияние модулей покрытия на основные характеристики индентирования.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 18-11-00069).

## Обратная задача о восстановлении нестационарной нагрузки для балки Тимошенко конечной длины

**Вахтерова Я. А., Федотенков Г. В.**

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)*

В работе приведена постановка, разработана методика и получено решение прямой задачи по нахождению прогиба балки, а также решение обратной задачи о восстановлении нестационарной нагрузки для балки Тимошенко конечной длины. В прямоугольной декартовой системе координат рассматривается однородная изотропная балка конечной длины, исследование поперечных колебаний которой производится на основе уточненной теории, соответствующей модели балки типа Тимошенко. В качестве граничных условий используются условия шарнирного опирания. Начальные условия нулевые. В начальный момент времени к балке прикладывается распределенная нагрузка, зависящая от координаты и времени. Закон распределения нагрузки по пространственной координате предполагается заданным. Обратная задача об определении нагрузки по дополнительной информации о прогибе относится к некорректно поставленным — малым возмущениям исходных данных могут соответствовать большие возмущения решения. Отметим, что исходные данные для задач такого рода, как правило, искажены, поскольку они отыскиваются экспериментально. Поэтому необходимо использовать специальные методы решения, которые будут иметь приемлемую точность и для случая «зашумленности» исходных данных, выражающейся в их искажении в следствии случайной погрешности измерений и вычислительных преобразований.

В основу методики решения прямой задачи авторами положен принцип суперпозиции, при котором перемещения и контактные напряжения связаны посредством интегральных операторов по пространственной переменной и времени. При этом ядра последних являются так называемые функции влияния. Эти функции представляют собой фундаментальные решения систем дифференциальных уравнений движения исследуемой балки. Их построение представляет собой отдельную задачу. Функции влияния находятся с помощью преобразования Лапласа по времени и разложений в ряды Фурье по системе собственных функций. Решение обратной задачи сводится к решению интегрального уравнения, которое некорректное по Ж. Адамару. Для его решения используется регуляризация А. Н. Тихонова, суть которого заключается в минимизации функционала. Для решения системы разрешающих уравнений разработан и реализован на ЭВМ численно-аналитический алгоритм, основанный на методе средних прямоугольников. Выполнена проверка полученных результатов. Приведены примеры расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-38-50036).

## Влияние разогрева на износ упругого покрытия на скользящем контакте

**Волков С. С.<sup>1</sup>, Митрин Б. И.<sup>1</sup>, Зубарь Т. И.<sup>2</sup>, Лапицкая В. А.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова НАН Беларуси, Минск*

Для изучения влияния разогрева на износ покрытия, напряжения и температуру на скользящем контакте рассматривается квазистатическая связанная задача термоупругости о скольжении жёсткого тела с постоянной скоростью по поверхности упругого покрытия, сцепленного с жёсткой подложкой. В процессе скольжения жёсткое тело внедряется в покрытие и осуществляет его абразивный износ. Работа сил трения на контакте расходуется на нагрев и износ покрытия. Рассматриваются различные тепловые граничные условия на границе покрытие – подложка: теплоизоляция, неидеальный тепловой контакт, постоянная температура, неограниченный тепловой поток. С помощью интегрального преобразования Лапласа решения задачи получены в виде контурных квадратур обратного преобразования Лапласа. Подынтегральные функции полученных квадратур зависят от четырёх безразмерных параметров, содержащих в себе свойства материала покрытия, коэффициенты трения, износа и теплообмена, скорость скольжения жёсткого тела по поверхности покрытия, начальную температуру покрытия.

В ходе исследования подынтегральных функций определены их асимптотические свойства и установлены области устойчивых и неустойчивых решений задачи в пространстве безразмерных параметров задачи. Формулы решений задачи — напряжений, температуры на контакте и по толщине покрытия, а также износа покрытия — получены в виде рядов по полюсам подынтегральных функций.

Установлено, что при наличии износа покрытия полюса подынтегральных функций приобретают комплексные значения, что приводит к осцилляции решений задачи, в то время как в отсутствии износа все полюса действительные при любых значениях параметров задачи. Термомеханическая связанность задачи приводит к изменению полюсов подынтегральных функций и, как следствие, границ областей устойчивых и неустойчивых решений.

Полученные решения могут быть использованы как для прогноза износостойкости покрытий, так и для подбора параметров контакта при механической обработке материалов.

Работа поддержана РФФИ (грант № 17-57-04065-Бел\_мол\_а) и БелРФФИ (договор № Ф17РМ-021).

Математическое моделирование контакта упругих тел  
с функционально-градиентными покрытиями  
при учете касательных напряжений

**Волков С. С., Васильев А. С.**

*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

Рассматривается плоская контактная задача о нормальном контакте двух массивных упругих параболических тел с покрытиями. Модули упругости в покрытиях обоих тел изменяются с глубиной по независимым друг от друга кусочно-постоянным или непрерывно дифференцируемым законам. С помощью интегральных преобразований задача сведена к решению парного интегрального уравнения. Трансформанта ядра интегрального уравнения представляет собой линейную комбинацию трансформант ядер интегральных уравнений контактных задач о вдавлении недеформируемого штампа в верхнее и нижнее тело. Трансформанта ядра задачи о контакте двух упругих тел зависит от геометрического параметра, характеризующего отношение толщин покрытий двух тел. Исследовано влияние этого параметра на трансформанту ядра. Рассмотрен случай неидеальной связи покрытий и подложек. Изучено влияние коэффициента упругих связей на трансформанту ядра. Проведено сравнение со случаем идеальной связи и со случаем свободно лежащего покрытия (полное проскальзывание).

Для построения решения парного интегрального уравнения использован двухсторонний асимптотический метод. Для этой цели трансформанта ядра аппроксимирована произведением дробно-квадратичных функций, что позволяет построить приближенное решение исходного парного интегрального уравнения в аналитическом виде. Ранее было показано, что решение, полученное этим методом является асимптотически точным для малых и больших значений характерного геометрического параметра задачи, характеризующего относительную толщину покрытия. Для средних значений характерного геометрического параметра задачи показано, что погрешность решения является величиной того же порядка малости, что и погрешность аппроксимации трансформанты ядра.

Рассмотрен случай, когда на поверхности в некоторой области (не обязательно совпадающей с областью контакта) распределены касательные напряжения, которые считаются известными. Такая постановка задачи представляет основу для решения более сложных практически значимых задач, учитывающих силы трения, вызванные сухим контактом или контактом, протекающим при наличии смазки. Для решения задачи касательные напряжения раскладываются в ряд Фурье. Получены два парных интегральных уравнения относительно четной и нечетной неизвестных функций, которые содержат в правой части косинус и синус ряды Фурье. Используя двухсторонний асимптотический метод, получены приближенные аналитические решения этих интегральных уравнений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №16-07-00958-а, 18-07-01177-а) и Стипендии Президента РФ №СП-3615.2018.1

## Возникновение вращения жидкости в тонком слое Марангони

Гетман В. А., Батищев В. А.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Изучается проблема поведения жидкости под действием локального охлаждения (нагрева) свободной границы в условиях термокапиллярного эффекта Марангони. В докладе показано, что поверхностный градиент температуры может приводить к бифуркации вращения жидкости в пограничном слое вблизи свободной границы при наличии внешнего восходящего потока жидкости. Термокапиллярные эффекты активно изучаются со второй половины прошлого века в связи с экспериментами в космическом пространстве. Отметим, что одной из причин возникновения торнадо и смерчей может быть именно локальное охлаждение границы раздела двух жидких сред.

В докладе представлены результаты расчетов осесимметричного стационарного течения однородной жидкости в полупространстве, ограниченном сверху свободной поверхностью, которая локально охлаждается, или нагревается. При малых диффузионных коэффициентах вблизи границы возникает термокапиллярный пограничный слой, который в главном приближении описывается уравнениями Прандтля однородной жидкости. Вне этого слоя имеется внешний незакрученный поток жидкости, описываемый уравнениями Эйлера.

Режимы течений жидкости делятся на два вида — основные и вторичные (вращательные). Основным режимам соответствует незакрученное течение жидкости. Вращательные режимы появляются в результате ветвления основных решений при локальном охлаждении свободной поверхности и при наличии восходящего внешнего потока жидкости. В этом случае скорость внешнего потока не превосходит своего критического значения, которое вычисляется путем решения краевой задачи на собственные значения. Построена асимптотика вторичных режимов вблизи точек бифуркации. В этом случае введены два малых параметра и найдено соотношение между ними (уравнение разветвления). Численный расчет коэффициентов этого уравнения показал, что в точке ветвления возникает пара закрученных симметричных режимов, которые отличаются друг от друга только направлением вращения.

## Газотермодинамика взрыва Челябинского болида

Гетманский М. С., Снопов А. И.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Отслеживание небольших тел, вторгающихся в атмосферу планеты — сложный процесс, поскольку они обнаруживают себя лишь в моменты резкого торможения в плотных слоях атмосферы, во время достижения ими высоких температур. Предложен подход к рассмотрению поведения среды во внутренней части облака первого взрыва Челябинского метеороида (ЧМ), на основе некоторой аналогии со взрывом атомной бомбы. Для описания процессов расширения газового облака используется соотношение:  $r = \xi\sqrt{1 + 2bt}$ , где  $\xi$  — радиальная координата частицы газа в начальный момент времени,  $t$  — время. Для частиц газа, находившихся в начальный момент времени на границе облака,  $\xi = r_0$ , параметр  $b$  определяется из:  $E = (2\rho_0\pi r_0^5 b^2)/3(1 + 2bt)$  где  $\rho_0$  — плотность газа в начальный момент времени. Величина параметра  $b \approx 375.45 \text{ c}^{-1}$  определена из оценки взрыва 440 Кт, начальный радиус  $r_0 = 18 \text{ м}$ , по официальным данным, предоставленным NASA. Явление взрыва атомной бомбы описывается данным законом с лучшей точностью, поскольку в начальный момент времени выделяется весь объем энергии взрыва, в отличие от взрыва болида. Погрешность закона расширения для случая метеороида, может достигать 15–20%, для случая бомбы — 5–10%.

Использованная в работе модель адиабатического расширения газового облака, на основе точного частного аналитического решения уравнений Навье—Стокса позволила получить оценки размеров облаков взрыва Челябинского болида. В моменты максимума свечения болида, размеры облака взрыва достигают 470–500 м, при  $T \approx 10000 \text{ К}$ , на границе облака взрыва. Используемое решение позволяет рассмотреть развитие процессов, происходящих в областях взрывов болидов, в результате чего, возможно произвести корректировку оценок данных исследуемых явлений.



## Использование инновационных технологий в учебном процессе

**Глушко Н. И.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В наш век информационных технологий, чтобы заинтересовать обучающихся, необходимо в образовательном процессе использовать не только традиционные методы обучения, но и инновационные технологии. К ним можно отнести введение в учебный процесс компьютерной графики и анимации (независимо от используемого программного продукта), которые привлекают внимание и вызывают интерес обучающихся.

Компьютерная графика — это раздел информатики, который занимается проблемами моделирования в компьютерной среде различных графических изображений. Существует множество направлений компьютерной графики, некоторые из них было бы полезно использовать в образовательной деятельности для улучшения понимания и усвоения множества процессов, происходящих при различных взаимодействиях в материалах и механических системах.

Научная графика позволяет визуализировать объекты научных исследований, производить графическую обработку данных, полученных в результате теоретических расчетов. Также можно проводить вычислительные эксперименты, наглядно демонстрируя их результаты.

Используя компьютерную анимацию, можно создать на экране движущиеся изображения, отображая последовательность кадров (рисунков) с частотой, которая обеспечит формирование целостного зрительного образа. Это бывает необходимо для демонстраций экспериментов и расчета теоретических данных в определенных, узконаправленных областях.

Использование таких технологий позволит развить не только воображение и творческие способности обучающихся, но и абстрактное мышление, а еще и навыки проектной деятельности, при условии подключения учащихся к разработке данного программного обеспечения.

Инновационные технологии могут также использоваться не только в процессе обучения, но и для развития информационно-образовательной среды, что тоже немало важно. С помощью инноваций можно решать различные задачи по организации учебного процесса. Их привлечение позволит использовать дистанционные формы обучения, которые просто необходимы, например, для обучающихся с ограниченными возможностями. Для обучения таких категорий граждан можно использовать различные информационные и кейс-стади технологии, виртуальные лаборатории, тестовые методики, а также программное обеспечение, с помощью которого можно осуществлять научно-исследовательскую деятельность, консультируясь со специалистами в данной области, производить расчеты и заниматься компьютерным моделированием, принимать участие в учебных и научных проектах. Благодаря инновациям, у обучающихся появится возможность изучать учебные дисциплины, используя удаленный доступ к материалам, хранящимся на сайте учебного учреждения. Для проверки и диагностики полученных знаний можно применять тестовые методики, результаты которых можно использовать для корректирования учебного процесса.

## Большие деформации толстостенной сферической оболочки с распределёнными винтовыми дислокациями

Головешкина Е. В., Зубов Л. М.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В докладе построено аналитическое решение задачи о замкнутой сферической оболочке, нагруженной извне гидростатическим давлением. Задача решается в трёхмерной постановке нелинейной теории упругости.

Оболочка задаётся в сферической системе координат  $r, \phi, \theta$ ; векторы, касательные к координатным линиям обозначаются как  $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_\theta$ . Предполагается, что в теле содержатся винтовые дислокации радиального направления. Распределение дислокаций описывается тензорной плотностью  $\boldsymbol{\alpha}$ :

$$\boldsymbol{\alpha} = \alpha_3(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r.$$

Из требования соленоидальности  $\operatorname{div} \boldsymbol{\alpha} = 0$  следует, что  $\alpha_3(r) = 2ar^{-2}$ , где  $a = \text{const}$ . Для определения напряжённого состояния оболочки необходимо решить систему уравнений, состоящую из уравнений равновесия относительно тензора напряжений Пиолы  $\mathbf{D}$ , уравнений несовместности относительно тензора деформации  $\mathbf{C}$ , условия несжимаемости и определяющих соотношений:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{C} = \boldsymbol{\alpha}, \quad \det \mathbf{C} = 1, \quad \mathbf{D} = dW/d\mathbf{C} - p\mathbf{C}^{-T},$$

где  $W$  — удельная энергия,  $p$  — не выражаемое через деформацию давление в несжимаемом теле. Рассмотренная система сводится к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с нелинейными граничными условиями на напряжение.

Согласно работе Зубова Л. М. Сферически-симметричные решения нелинейной теории дислокаций // ДАН. — 2014. — Т. 458, № 2. — С. 161–164, уравнение несовместности имеет решение  $\mathbf{C} = C_1(r)\mathbf{g} + C_2(r)\mathbf{d} + C_3(r)\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r$ .

После введения функции  $h(r) = rC_1(r)$  условие несжимаемости принимает вид нелинейного дифференциального уравнения относительно функции  $h(r)$ . При отсутствии дислокаций, то есть при  $a = 0$ , она имеет смысл радиальной координаты после деформации. Показано, что отрицательные значения данной функции соответствуют выворачиванию оболочки наизнанку.

Для частной модели несжимаемого материала проведён численный анализ решения рассматриваемой задачи. При различных значениях параметра  $a$  исследована зависимость величины  $h(r_0)$  от приложенной к оболочке нагрузки. Здесь  $r_0$  — внешний радиус оболочки. Определено влияние дислокаций на напряжения, возникающие в оболочке, испытывающей гидростатическое сжатие.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-01-00203).

## Влияние плотностной структуры морей и океанов на кинематические характеристики внутренних волн

Григоренко К. С.<sup>1</sup>, Хартиев С. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

<sup>2</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В основу работы положены теоретические методы исследований кинематических характеристик внутренних волн, с использованием климатических баз данных северных морей России «Атлас Арктики-2004», а также экспедиционных данных ЮНЦ РАН и ИО РАН. В процессе экспедиционных исследований применялось современное океанографическое оборудование фирм-производителей Sea-Bird Electronics, Sea-Sun, Aandergaa. Обработка исходных гидрологических данных производилась в среде математического пакета Matlab, картографическое представление полученных численных результатов пространственной изменчивости параметров формирования внутренних волн произведена с помощью программного комплекса ArcGIS. Численная реализация математических моделей динамики внутренних волн осуществлена на основе метода конечных элементов в программе FlexPDE.

Из всех рассмотренных районов Мирового океана водная масса Черного моря в теплое время года является наиболее устойчиво стратифицированной, при этом северо-восточный сектор является крайне неоднородным с точки зрения распределения фоновых условий существования внутренних волн.

К основным географическим особенностям Баренцева моря (полярные широты) в зимний период, следует отнести распределение по всей глубине возможных максимумов вертикальной скорости внутренних волн. Проведенные в работе расчеты показали, что, в отличие от Баренцева моря зимой, в Черном и Охотском морях (средние широты), а также в Центральной Атлантике (экваториальные широты), максимумы вертикальной скорости сосредоточены в верхней половине толщи.

При подробном анализе современной сезонной изменчивости условий формирования и режимов существования внутренних волн северо-восточной части Черного моря во время экспедиционного сезона 2011 г. на борту НИС «Денеб», на примере полусуточных внутренних волн было выявлено, что для летнего периода характерна значительная пространственная неоднородность. Разница длин волн в северной и южной точках исследований может быть почти двукратной, в то время как осенью разница составляет только 12%. Получены длины от 1255 м до 2037 м 15-ти минутных волн, причем более длинные волны характерны для осеннего периода, когда толщина слоев с высокими, но не максимальными, значениями частоты плавучести является наибольшей

Расчитаны кинематические характеристики внутренних волн в районах распространения антарктических водных масс в центральной части Атлантического океана по экспедиционным данным НИС «Академик Сергей Вавилов» в 2012 – 2015 гг. (экваториальные широты). Показано наличие в дисперсионных зависимостях так называемых «зон резонанса». Аналогичные расчеты, проведенные в работе для Черного и Охотского морей (средние широты), а также Баренцева моря (полярные широты), подтверждают существование данного эффекта.

Реализация подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» и магистров направления 15.04.03 «Прикладная механика»

**Гультяев В. В., Колева И. Н., Матросов А. А., Мордвинкин В. А.,  
Глушко Н. И., Шпрайзер Е. И.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Опыт реализации в течение последних нескольких лет подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» (профиль «Динамика и прочность машин, приборов и аппаратуры») и магистров направления 15.04.03 «Прикладная механика» (профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»), проводимой сотрудниками кафедры «Теоретическая и прикладная механика» ДГТУ, позволяет определить основные черты образовательной программы подготовки специалистов в области прикладной механики. Однако, существенное увеличение требований к магистрам, наметившееся в последнее время, заставляет по-новому подойти к процессу организации обучения бакалавров и магистров.

Процесс обучения студентов специальности построен на взаимном единстве изучения на лекциях и практических занятиях различных аналитических методов и информационных технологий. Подобное сочетание теоретических и численных методов, предоставляемых современными информационными технологиями, позволяет обеспечить непрерывный процесс подготовки квалифицированных специалистов в области прикладной механики. Со второго курса студенты обучаются различным системам компьютерной алгебры, таким как Maple, MatLab. Для решения систем дифференциальных уравнений второго порядка применяется метод конечных элементов, реализованный в программном комплексе FlexPDE. Это позволяет эффективно дополнять аналитические методы решения задач курсов «теоретической механики», «аналитической динамики и теории колебаний», «сопротивления материалов», «теории упругости», «механика жидкости и газа» численными расчетами. Следующей ступенью является изучение CAE/CAD-систем, в частности, таких как ANSYS, Acelan, Компас-3D. Эти системы являются основой и сутью проведения расчетов, связанных с расчетом напряженно-деформированного состояния тел. Однако, если ранее центр тяжести изучения CAE/CAD-систем был перенесен в учебную программу подготовки магистров, то теперь представляется необходимым успеть научить бакалавров полноценно работать в CAE/CAD-системах. Требование опубликования уже на первом году обучения магистров научной работы, индексируемой в РИНЦ, заставляет перераспределить учебную нагрузку. С одной стороны, магистр уже с первого семестра должен достаточно хорошо ориентироваться в CAE/CAD-системах. С другой стороны, в связи с наметившейся научной специализацией магистра, по-видимому, целесообразно уменьшить долю общих курсов, читаемых всей группе. В то же время должна увеличиться самостоятельная работа магистров, связанная с их научной специализацией и проводимая под руководством научного руководителя. В частности, это можно организовать в виде докладов, на которых магистры отчитываются о проделанной работе за минувшую неделю. Предложенное сочетание теоретических и численных методов позволяет обеспечить качественный процесс подготовки квалифицированных специалистов в области прикладной механики для современной промышленности.

## Моделирование распространения волн в слоистых тканях при наличии затухания

Гусаков Д. В.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Свойства колебательных процессов, протекающих в физических телах, значительно зависят от их структуры, материала и геометрии. Одной из наиболее востребованных на сегодняшний день областей исследования динамики является распространение волн в протяженных структурах как, например, слой, полоса или бесконечный цилиндр. Тела такой геометрии позволят весьма точно моделировать объекты реального мира, будь то дорожное полотно, пласты грунта, костная ткань или кожный покров. Общим для описанных тел свойством является диссипативная структура материала из которого они состоят. Так, например наличие жидкости в слоях грунта значительно изменяет его динамические характеристики и его отклик на механическое воздействие. Биологические ткани живых организмов так же насыщены жидкостью и представляют собой материалы, чьи механические характеристики значительно отличаются от чисто упругих.

Исследование динамики сред с затуханием представляет собой нетривиальную задачу. В текущей работе рассмотрены методы решения и анализа задач о колебаниях неоднородных протяженных пористоупругих структур. В рамках установленных колебания рассмотрены задачи о построении дисперсионного множества для неоднородной пористоупругой полосы, исследовании волновых процессов вызванных действием осциллирующей нагрузки и распределении контактных напряжений в задаче о динамическом воздействии штампа на пористоупругую полосу. Основой предложенных подходов является метод пристрелки. Применение данного метода позволяет строить решения для произвольного вида поперечной неоднородности. Для проверки достоверности результатов проведено сравнение с аналитическим решением в случае однородной полосы, а также применены прямые методы Галеркина и Рунге для построения дисперсионного множества. Построение полей смещений в задаче о действии сосредоточенной нагрузки осуществлено при помощи прямого численного интегрирования и теории вычетов. Решение контактной задачи сведено к интегральному уравнению, решения которого строятся при помощи метода граничного элемента.

В работе проанализировано влияние законов неоднородности материальных характеристик на динамическое поведение пористоупругой полосы, а так же распределения контактных напряжений в системе пористоупругая полоса — жесткий штамп. Выявлены значительные различия в полях смещений и распределения контактных напряжений от закона изменения материальных характеристик полосы.

## Проектная деятельность для студентов младших курсов

Демяненко Я. М.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Проектная деятельность — это совокупность действий, направленных на решение конкретной задачи в рамках проекта, ограниченного целевой установкой, сроками и достигнутыми результатами. В институте математики, механики и компьютерных наук для студентов первого и второго курса бакалавриата по направлению фундаментальной информатики и информационных технологий был проведен эксперимент по организации проектной деятельности в течение всего года. В начале учебного года была проведена лекция, посвященная вопросам организации работы в рамках проектной деятельности. Было рассказано, что такое проектная деятельность, какие цели она преследует, даны рекомендации по организации команд, рассмотрены примеры распределения ролей в команде. После чего студенты первого и второго года самостоятельно сформировали команды по 6 человек — 3 первокурсника и 3 второкурсника. Каждая команда самостоятельно выбрала тему проекта. Жизненный цикл любого проекта состоит из планирования проекта, исследовательской работы, непосредственно проектирования и презентации полученных результатов. На первой встрече в ходе обсуждения со студентами был рассмотрен принцип конфликта интересов — разработчик заинтересован в скорейшей передаче продукта в эксплуатацию, тестировщик — в обнаружении и устранении всех ошибок, а техподдержка — в присутствии важных функциональных особенностей. Был выбран следующий подход к оценке результатов. В течение года студенты могут набрать за работу над проектом максимум 100 баллов. Для стимулирования студентов к более равномерному выполнению работы в течение года была организована отчетность в 3 этапа. Причем распределение баллов за эти этапы не позволяют пропустить ни один из этапов. Первый этап предполагает презентацию с защитой темы проекта, его актуальности и необходимости. Кроме того, необходимо было представить цель и задачи проекта, план работ и распределение ролей в проекте. Второй этап является самым длительным. В конце второго этапа студенты должны представить предварительные результаты работы над проектом. Он должен быть практически завершенным. Комиссия оценивает готовность проекта, результаты его тестирования, а также презентацию результатов работы. При этом команда еще может учесть замечания без снижения баллов. Защита работ на третьем этапе является финальной. И все замечания к работе уже существенно влияют на количество полученных баллов. Можно провести аналогию между выступлением по результатам второго этапа с предзащитой выпускных работ старшекурсников, а по результатам третьего этапа с защитой. Таким образом, проектная деятельность на первом и втором курсах готовит студентов к самостоятельной работе в командах, развивает их инициативу и творческий подход, а также развивает навыки выступлений и представления результатов своей работы.

## Новые модели композитов с различным типами связности

**Деркун А. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Работа посвящена исследованию таких материалов как мультиферроики с различными типами связности, которые в настоящее время применяют в датчиках кровотока, в различных ультразвуковых излучателях для сращивания костей, в синхронизаторах сердечной деятельности. Кроме того, такие материалы довольно долго используются как сенсоры, высокочувствительные датчики переменного и постоянных полей, резонаторы для стабилизации частоты, излучатели ультразвука, удвоители частоты.

Целью настоящей работы является изучение новых композитов с различными типами связности с помощью математического и компьютерного моделирования современных мультиферроиков и материалов на их основе. В качестве базового варианта математической модели рассматриваются модели термопьезомагнитоэлектричества, предоставляющие возможности для изучения пьезомагнитных, пьезоэлектрических, упругих, термоупругих, пьезоэлектрических и магнитоэлектрических сред любого типа анизотропии. При рассмотрении модели композита мультиферроика предполагается использовать метод эффективных модулей, моделирование представительных объемов, конечно-элементное решение задач для представительных объемов с применением конечно-элементных пакетов ACELAN и FlexPDE. Выбор вышеуказанных конечно-элементных программных пакетов и их комплексов обусловлен существенно большими возможностями анализа сложных материалов и способов решения задач с различными типами связности (1-3, ~2-2, ~3-1). Дизайн таких структур реализуется на основе математического моделирования механических и электрических свойств. В качестве компонента композиционного материала для численного примера были использованы пьезоэлектрик — ЦТСНВ-1 и ЦТС-36 и пьезомагнетик  $\text{NiCo}_{0.02}\text{Cu}_{0.02}\text{Mn}_{0.1}\text{Fe}_{1.8}\text{O}_{4-b}$ .

Поскольку мультиферроики с вышеуказанными компонентами композиционного материала являются относительно новыми материалами, до сих пор ведутся исследования, касающиеся применимости различных методов моделирования для структур такого типа. Немаловажным аспектом в выборе материалов для композита является не только относительно высокие показатели полезных свойств материалов, но и геометрическая форма композита, обеспечивающая упрощенную технологию при промышленном изготовлении. По этой причине очевиден выбор геометрии мультиферроиков в рамках исследования.

Предложенное исследование позволяет более точно и адекватно учесть все свойства и размерные эффекты моделей мультиферроиков с различными типами связности.

## Решения задачи зонального электрофореза в случае эллиптических уравнений

Долгих Т. Ф.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Для описания процесса переноса вещества под действием электрического поля в бездиффузионном приближении, как правило, используется система квазилинейных гиперболических уравнений в частных производных первого порядка. В частности, такие уравнения описывают зональный электрофорез — метод разделения смеси на индивидуальные компоненты, который широко используется в медицине и биологии.

Оказалось, что в случаях, когда проводимость смеси уменьшается при увеличении концентраций компонентов, тип уравнений становится эллиптическим. В работе рассматривается простейший случай системы, состоящей из двух уравнений, которая приводится к инвариантам Римана. Отметим, что в случае эллиптических уравнений, инварианты Римана являются комплексно сопряженными.

Используя метод годографа, базирующийся на наличии законов сохранения, построили неявное аналитическое решение задачи в виде алгебраических соотношений. Для восстановления явной формы решения предложен численно-аналитический метод: исходная задача для системы двух уравнений в частных производных первого порядка с начальными данными преобразуется в некоторую задачу Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решается численно. Такой способ позволяет строить многозначные решения, если таковые имеются, и является более эффективным, чем метод решения алгебраических уравнений с целью построения явного решения задачи.

Как правило, для эллиптических уравнений, не принято говорить о начальных данных, но в нашем случае задается концентрация в начальный момент времени. Поэтому в работе сохранено название задачи Коши. В качестве примера для задачи электрофореза были рассмотрены пространственно-периодические начальные данные, соответствующие возмущению постоянного решения. Такие данные используются для исследований неустойчивых газовых сред, которые как раз и описываются эллиптическими уравнениями.

Результаты вычислений показывают, что с течением времени пространственно-периодическое возмущение исчезает, превращаясь в солитоноподобный и кинкообразные профили соответственно для мнимой и вещественной частей инвариантов Римана. Для переменных исходной задачи с течением времени возникает структура, состоящая из кноидальных неподвижных волн с растущей во времени амплитудой.

Предлагаемый метод возможно использовать не только для решения задачи зонального электрофореза, но и для уравнений опрокинутой мелкой воды, уравнений плотного солитонного газа, уравнений Борна–Инфельда.



Влияние металлокомплексного производного 1-алкенилимидазола под шифром пилим-1 на некоторые показатели гемограммы крыс при острой гистотоксической гипоксии

Евтух Г. Е., Удовенко Е. В.

*Брянский государственный технический университет*

Гипоксия как повреждающий фактор может возникать у человека в процессе эмбрионального развития, трудовой деятельности и сопутствовать ряду патологических процессов, определяя во многих случаях их тяжесть и исход. Она играет одну из ведущих ролей в патогенезе травматического и геморрагического шока, который преимущественно развивается у пострадавших при действии вредных факторов в условиях чрезвычайных ситуаций. Современные антигипоксанты не полностью отвечают требованиям практической медицины, вследствие низкой эффективности, узкого диапазона действующих доз, а также наличия нежелательных побочных эффектов. В связи с этим поиск новых безопасных химических соединений с большим антигипоксическим действием, обеспечивающих повышение устойчивости человека к гипоксии приобретает особую значимость для военной, морской, авиационной и космической медицины. Известно, что уровень содержания эритроцитов и гемоглобина в крови резко увеличивается после воздействия острой гистотоксической гипоксии. Поэтому, нам предоставляется интересным рассмотреть механизм антигипоксического действия металлокомплексного производного 1-алкенилимидазола под шифром пилим-1 в условиях острой гистотоксической гипоксии. Было изучено влияние острой гистотоксической гипоксии (ОГТГ), пилим-1 и их сочетаний на содержание в крови крыс эритроцитов и гемоглобина. Опыты проведены на 40 крысах-самцах массой 120-130 г. Изучали влияние пилим-1 (25 мг/кг), ОГТГ и их сочетаний на содержание в крови крыс эритроцитов и гемоглобина в обычных условиях и при воздействии гистотоксической гипоксии. В одной пробе крови крыс определяли одновременно содержание эритроцитов и гемоглобина. Кровь для исследования брали из сосудов шеи декапитированного животного через один час после введения исследуемого соединения. ОГТГ у крыс вызывали согласно рекомендациям Л. Д. Лукьяновой. Цифровой материал обрабатывали статистически. Установлено, что однократное внутрибрюшинное введение пилим-1 в дозе 25 мг/кг не оказывало влияния на содержание в крови крыс эритроцитов и гемоглобина. В крови животных, находившихся в условиях ОГТГ, достоверно увеличивался уровень эритроцитов (на 53%) и гемоглобина (на 21%). При введении пилим-1 до воздействия ОГТГ на организм животных содержание в крови эритроцитов и гемоглобина увеличивалось по сравнению с контролем на 68 и 30% соответственно. Следовательно, в условиях ОГТГ металлокомплексное производное 1-алкенилимидазола под шифром пилим-1 (25 мг/кг) увеличивает содержание эритроцитов и гемоглобина в крови крыс, что необходимо для своевременной доставки кислорода к тканям и коррекции повреждающего действия кислородного голодания.

## Вычислительный анализ идеального свободного распределения для популяционных систем

**Епифанов А. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Для описания динамики популяционных систем на неоднородных ареалах применяются уравнения реакции–диффузии–адвекции. Конкуренция за ограниченный ресурс  $p(x)$  на ареале  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  описывается следующей задачей:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} &= -\nabla \cdot q_i + \eta_i u_i \left( 1 - \frac{1}{p} \sum_{j=1}^m u_j \right), \quad (x, t) \in \Omega \times (0, \infty), \quad i = 1, \dots, m, \\ q_i &= -k_i \nabla u_i + u_i \nabla \varphi_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ \varphi_i &= \alpha_i [\nu p + (1 - \nu) \ln p] - \sum_{j=1}^m \beta_{ij} [\nu u_j + (1 - \nu) \ln u_j], \quad i = 1, \dots, m, \\ q_i \cdot n &= 0, \quad (x, t) \in \partial\Omega \times (0, \infty), \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

Здесь  $u_i(x, t)$  — плотности популяций в момент времени  $t > 0$  в точке  $x \in \Omega$ ,  $k_i$  — коэффициенты диффузии,  $\alpha_i$  — коэффициенты направленной миграции, вызванной неоднородностью распределения ресурса  $p(x)$ ,  $\beta_{ij}$  — коэффициенты направленной миграции, вызванной неоднородностью распределения конкурирующих видов по ареалу,  $\eta_i$  — коэффициенты роста %,  $\partial\Omega$  — гладкая граница  $\Omega$  (при  $N \geq 2$ ) и  $n$  — внешний единичный вектор нормали на  $\partial\Omega$ .

Рассматривается реализация идеального свободного распределения видов, которое означает формирование итоговых распределений плотностей, пропорциональных ресурсу (Fretwell S.D., Lucas H.L. Jr. Acta Biotheor, 1970). Для данной модели это получается при  $\nu = 0$ ,  $k_i = \alpha_i - \sum_{j=1}^m \beta_{ij}$ . При  $\nu = 1$  получается модель (Будянский А.В., Цибулин В.Г., Биофизика, 2015). Для исследования модели построена вычислительная схема, позволяющая анализировать сценарии при отклонении от условия  $k_i = \alpha_i - \sum_{j=1}^m \beta_{ij}$  и при разных значениях параметра  $\nu$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (18-01-00453, руководитель Цибулин В.Г.).

## Устойчивость составного бруса из функционально-градиентного материала с неоднородным полем предварительных напряжений

Еремеев В. В.

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Неоднородность деформируемых тел может обуславливаться также неоднородностью распределения начальных либо остаточных напряжений или наличием в теле предварительно напряженных включений. Подобные включения могут образовываться в результате различных искусственных или естественных процессов в отдельных частях тела, примерами которых могут служить фазовые превращения, процессы роста, химические реакции, пластические деформации и др. Особенностью нелинейно упругих тел с предварительно напряженными включениями является то, что они не имеют единой для всего тела естественной (ненапряженной) отсчетной конфигурации. В ряде случаев единую отсчетную конфигурацию можно выбрать такой, чтобы она была предварительно напряженной для одних частей тела и ненапряженной для остальных.

В исследовании проведен анализ устойчивости двухслойного составного бруса из несжимаемого функционально-градиентного неогуковского материала. Рассматриваемый брус симметричен по толщине. Каждый слой составной полосы является выпрямленным сектором кольца с начальным углом раствора  $\kappa\phi_0$ . Модуль сдвига  $\mu$  является функцией от толщины слоя  $z$ . После распрямления секторы жестко склеиваются и получившаяся составная плита деформируется, как единое целое. Таким образом, в составном бруске создается поле неоднородных предварительных деформаций. В работе изложены основы метода наложения малых деформаций на конечные, который лежит в основе анализа устойчивости равновесия. При консервативных внешних нагрузках статическую устойчивость произвольного заданного состояния нелинейно упругого тела можно исследовать на основе метода линеаризации, который также называется статическим методом Эйлера. Сформулирована линеаризованная задача для двухслойной полосы с различными полями неоднородных предварительных напряжений в каждом слое, которая использует линеаризованные уравнения состояния неогуковского материала, линеаризованные уравнения равновесия и граничные условия, дополненные соответствующими линеаризованным условием несжимаемости. Рассмотрены различные законы изменения  $\mu$ . Проведен анализ зависимости критических нагрузок от параметров начального угла раствора  $\kappa\phi_0$ . Исследования показали, что поля начальных напряжений меняют, как значения критических нагрузок, так и характер потери устойчивости.

Автор благодарит Л. М. Зубова за внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых МК-3692.2018.1.

## Управление температурным режимом на основе современных систем контроля

**Закалочный А. А.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Автоматизация охватила все аспекты производственной деятельности человека. Глобализация рынка контрольно-измерительных приборов в свою очередь привела к появлению доступных, простых в своем исполнении и достаточно надежных электронных приборов. Стало возможным применение программируемых устройств практически во всех областях науки. Автоматизация не обошла стороной контроль и управление физическими величинами, характеризующими метеорологические параметры окружающей среды. В настоящее время существует множество систем автоматизации, которые направлены на контроль и управление температурным режимом. В основе всех этих систем лежит контроллер. В зависимости от условий эксплуатации это может быть как совсем простой микроконтроллер (например, Pic или Avr), так и весьма мощный ПЛК (Siemens, ОВЕН и т.д.). Если необходимо измерять температуру дома, то можно воспользоваться популярной платформой Arduino для разработки домашней метеостанции. Если же необходимо измерять высокие температуры в производственном процессе, например, при контроле температуры в металлургических печах, то использование мощного ПЛК представляется существенно необходимым. Под выбранный контроллер уже подбирается требуемая периферия. Выбранные средства автоматизации согласуются на программном и аппаратном уровнях с помощью специализированных пассивных элементов и программного кода.

Производство продукции во многих отраслях промышленности связано с термической обработкой материалов или изделий в соответствии с требуемыми температурно-временными режимами, которые определяются технологией производства данных видов продукции. Для обеспечения этих режимов применяется электротермическое оборудование, управление которым осуществляется соответствующей системой управления. В автоматизации задача регулирования и контроля температуры является очень распространенной. Управление температурой и ее контроль является важной частью многих технологических процессов, таких как обработка металлов, сушка лакокрасочных покрытий и т.д. Эффективное регулирование и контроль температуры позволяют соблюдать необходимую температуру на протяжении всего процесса или цикла, который может быть достаточно продолжительный во времени. При этом четкое соблюдение температурных границ, обеспечивает качество получаемого продукта на выходе.

## Нелинейная теория растяжения упругих стержней произвольного поперечного сечения с винтовыми дислокациями

Зеленина А. А.<sup>1</sup>, Зубов Л. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Ростовский государственный университет путей сообщения*

<sup>2</sup>*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Рассматривается задача нелинейной теории упругости об осевом растяжении-сжатии цилиндрического (призматического) тела с учетом распределенных прямолинейных дислокаций. Оси дислокаций параллельны образующей цилиндра, а вектор Бюргера каждой дислокации направлен по ее оси. Используется континуальная теория непрерывно распределенных дислокаций, основным уравнением которой является уравнение несовместности  $\text{rot}\mathbf{F} = \mathbf{a}$ , где  $\mathbf{F}$  — тензор дисторсии,  $\mathbf{a}$  — тензор плотности дислокаций. При отсутствии дислокаций тензор  $\mathbf{F}$  называется градиентом деформации. Кроме уравнений несовместности должны выполняться уравнения равновесия  $\text{div}\mathbf{D} = 0$ , где  $\mathbf{D}$  — несимметричный тензор напряжений Пиолы. Связь между тензорами  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{F}$  задается определяющими соотношениями упругого материала  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{F})$ .

Пусть  $x_1, x_2$  — декартовы координаты, отсчитываемые в плоскости поперечного сечения призматического бруса, а  $x_3$  — продольная координата. Координатные орты обозначаются  $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ . Аналитические решения задач нелинейной теории упругости обычно находятся при помощи полубратного метода, который заключается в том, что поле перемещений упругого тела задается в определенном виде. При наличии непрерывно распределенных дислокаций поле перемещений не существует, поэтому следует разыскивать подходящую подстановку для тензорного поля дисторсии  $\mathbf{F}$ . В рассматриваемой здесь задаче плотность дислокаций имеет вид  $\mathbf{a} = a_{33}(x_1, x_2)\mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{i}_3$ , а тензор дисторсии разыскивается в виде ( $\lambda = \text{const}$ ):  $\mathbf{F}(x_1, x_2) = \lambda^{-1/2}(\mathbf{i}_1 \otimes \mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 \otimes \mathbf{i}_2) + \mathbf{f}(x_1, x_2) \otimes \mathbf{i}_3 + \lambda\mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{i}_3$ , где  $\lambda$  — кратность осевого удлинения,  $\mathbf{f} = f_1\mathbf{i}_1 + f_2\mathbf{i}_2$  — двумерное векторное поле. Уравнение несовместности согласно представлению тензора дисторсии приводится к виду

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} - \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = a_{33}(x_1, x_2)$$

Исходим из уравнения состояния неогукковского материала  $\mathbf{D} = \mu\mathbf{F} - p\mathbf{F}^{-T}$ , где  $\mu$  — модуль сдвига,  $p(x_1, x_2)$  — давление. Используя уравнение равновесия и граничные условия на боковой поверхности стержня  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = 0$ , где  $\mathbf{n}$  — нормаль к границе  $\partial\sigma$  поперечного сечения  $\sigma$ , получим, что  $p = \text{const} = \lambda^{-1/2}\mu$ , вектор  $\mathbf{f}$  подчиняется уравнению  $\text{div}\mathbf{f} = 0$  и условию  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{f} = 0$  на  $\partial\sigma$ , а тензор напряжений Пиолы имеет вид:  $\mathbf{D} = \mu(\mathbf{f} \otimes \mathbf{i}_3 + \lambda^{-3/2}\mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{f}) + \mu(\lambda - \lambda^{-2})\mathbf{i}_3 \otimes \mathbf{i}_3$ . Полагая  $f_1 = \partial\gamma/\partial x_2$ ,  $f_2 = -\partial\gamma/\partial x_1$ , приходим к уравнению Пуассона для функции  $\gamma(x_1, x_2)$ :  $\Delta\gamma = -a_{33}(x_1, x_2)$  с граничным условием  $\gamma = 0$  на  $\partial\sigma$ . Таким образом, в рамках модели неогукковского материала нелинейная задача о растяжении-сжатии стержня с дислокациями имеет простое решение для произвольного поперечного сечения при любом двумерном распределении винтовых дислокаций.

Экспериментально-аналитические методы определения  
упругих модулей материалов

**Зеленцов В. Б., Митрин Б. И., Садырин Е. В., Шубчинская Н. Ю.**  
*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Для определения коэффициента Пуассона и модуля Юнга материала образца с помощью индентирования используется математическая модель о вдавливании жёсткого индентора (штампа) с параболической формой основания в упругую однородную полосу конечной ширины. Решение задачи сводится к интегральному уравнению первого рода типа свертки с разностным ядром, решение которого осуществляется асимптотическими методами по безразмерному геометрическому параметру во всём диапазоне его изменения. Коэффициент Пуассона материала образца определяется из дополнительного условия, которое заключается в обнулении контактных напряжений на границе области контакта при заранее определённой из эксперимента ширине (или глубине) области контакта. Модуль Юнга материала полосы (образца) при найденном коэффициенте Пуассона определяется из условия статики. Для экспериментального определения ширины (или глубины) области контакта потребовалась модернизация установки NanoTest 600 Platform 3, оснащение её дополнительными видеокамерами, а также оригинальными инденторами с основанием в виде параболического цилиндра.

Работа поддержана грантом Правительства РФ № 14.Z50.31.0046. Экспериментальные исследования выполнены в ресурсном центре коллективного пользования (РЦКП) НОЦ «Материалы» ДГТУ (<http://nano.donstu.ru>).

## Моделирование армированных композиционных материалов и конструкций с их использованием

**Зиборов Е. Н., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Широкое использование полимеркомпозитных армированных и тканевых материалов в различных отраслях машиностроения и авиастроения обуславливает актуальность исследование их прочностных свойств и многоциклового усталостного ресурса. На эти свойства большое влияние оказывают внешние условия в которых функционирует данный элемент (влажность, температура, радиация и др.). Для разработки эффективных композитных материалов и элементов конструкций с их использованием необходима оптимизация технологического процесса их изготовления, структуры композита (ориентация волокон, количество слоев, параметры плетения и др.). Ответы на эти вопросы можно получить в результате натурных испытаний или статистики отказов, связанных с разрушением или потерей несущей способности элементов машин, самолетов, вертолетов выполненных из полимеркомпозитных материалов. Однако это слишком затратный путь, что в ряде случаев делает его невозможным. В этих случаях необходимо математическое и компьютерное моделирование подобных материалов и конструкций, именно этим целям посвящена настоящая работа.

В основном рассматриваются полимеркомпозитные материалы, которые получаются методом намотки стекловолокна с использованием эпоксидной смолы в качестве связующего материала, с последующим температурным отверждением. Такие конструкции используются, в частности, в вертолетостроении при изготовлении лонжеронов винтов.

Рассматривается ряд задач.

1. Управление температурным режимом с учетом собственного тепловыделения при отверждении.
2. Определение эффективных механических характеристик армированных композитов и их зависимости от структуры.
3. Определение нарушения адгезионных характеристик между матрицей и армирующим волокном.
4. Разработка методов виртуального многоциклового усталостного испытания элементов конструкций из полимеркомпозитных материалов.

Для решения этих задач разработаны аналитические и численные методы, использованы компьютерные и конечноэлементные модели представительных объемов материалов и элементов конструкций. В качестве основного инструмента численных исследований используется пакет ANSYS.

Проведены численные эксперименты, результаты которых хорошо согласуются с результатами известных методов, например методов осреднения при определении эффективных свойств, и натурными экспериментами, проведенными другими исследователями.

## Краевая задача для составного упругого цилиндра

Золотов Н. Б.<sup>1</sup>, Пожарский Д. А.<sup>2</sup>, Семёнов И. Е.<sup>2</sup><sup>1</sup>*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*<sup>2</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Исследуется контактная задача теории упругости о взаимодействии жесткого кольцевого бандажа конечной длины с бесконечным упругим составным цилиндром внешнего радиуса  $R$ , который состоит из внутреннего сплошного цилиндра радиуса  $R_1 > R$  с упругими параметрами  $\nu_1$ ,  $G_1$  (коэффициент Пуассона и модуль сдвига) и внешнего цилиндрического слоя с упругими параметрами  $\nu$ ,  $G$ . Между слоем и внутренним цилиндром выполняются условия скользящей заделки. Используется общее решение дифференциальные уравнения Ламе упругого равновесия в перемещениях в цилиндрической системе координат в условиях осевой симметрии при отсутствии массовых сил. Применено общее решение уравнений Ламе упругого равновесия в форме Папковича—Нейбера. Задача с помощью интегрального преобразования Фурье сводится к интегральному уравнению относительно контактного давления. Для функции символа ядра используется легко факторизуемая аппроксимация. В ходе формирования аппроксимации были исследованы асимптотические свойства функции в 0 и бесконечности. Нахождение оптимальных коэффициентов аппроксимации осуществляется с применением модифицированного метода Монте—Карло. Модификации направлены на параллельное нахождение одного из чувствительных коэффициентов, с помощью дополнительного анализа полученных в процессе обработки значений. В частности, сопоставление найденных значений для случаев меньшей толщины выявила наличие закономерности изменения искомого коэффициента. Проведен дополнительный анализ относительно усреднений значения, при различных предварительных подсчётах, для определения потенциального оптимального значения данного коэффициента, с дальнейшей калибровкой относительно интервала допустимых значений. Была рассмотрена модификация, включающая динамическое изменение значений интервалов, относительно остальных коэффициентов. Было проведено сопоставление разработанных модификаций для достижения наиболее эффективного относительно времени и минимизации значения невязки алгоритма. Для решения интегрального уравнения применяется сингулярный асимптотический метод, основанный на методе Винера—Хопфа. Полученные решения эффективны для различных значений относительного радиуса при широком бандаже. Расчёты проведены для различных значений и параметров материалов и толщин, в том числе, для тонкостенных цилиндров.

Исследование поддержано грантом РФФИ-18-01-00017.



Исследование волновых полей в поровязкоупругом полупространстве под действием гармонической нагрузки методом граничных элементов

**Ипатов А. А., Литвинчук С. Ю.**

*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

Различные типы взаимодействий в дисперсных средах, таких как пористые или вязкие среды, представляют значительный интерес для многих дисциплин. Распространение волн в пористых средах является важным вопросом геофизики, геомеханики, нефтехимических отраслей, механики грунтов и биомеханики. Говоря о распространении волн в полупространстве, поверхностные волны являются одним из самых значимых эффектов.

В работе рассматривается задача о действии нагрузки в виде функции Хевисайда, а так же нормальной гармонической нагрузки на поровязкоупругое полупространство. Поровязкоупругая постановка опирается на полную модель насыщенной пороупругой среды Био. Для описания вязких свойств пористого материала применяется принцип соответствия. Используется модель стандартного вязкоупругого тела. К исследованию краевой задачи применяется метод граничных интегральных уравнений, а для поиска их решений – метод граничных элементов.

Численное моделирование распространения волн осуществляется с помощью метода граничных элементов. Вводится гранично-элементная дискретизация, гранично-элементная сетка строится с учетом симметрии. Решение строится в пространстве преобразований Лапласа. Для получения решения в явном времени используются численные алгоритмы обращения преобразования Лапласа. Гранично-элементные схемы используют согласованную аппроксимацию граничных функций. При поэлементном численном интегрировании используется метод Гаусса и иерархический алгоритм интегрирования. Применяется метод коллокации. Для метода коллокации выберем множество узлов, совпадающее с множеством узлов аппроксимации исходных граничных функций. В итоге сформируются системы линейных алгебраических уравнений. После получения решения в изображениях, для построения оригиналов решения применяется метод Дурбина и его модификации.

Получены результаты гранично-элементного моделирования поверхностных волн на поровязкоупругом полупространстве от действия гармонической нагрузки и нагрузки в виде функции Хевисайда. Приведено сравнение динамических откликов среды на различные типы нагрузки. Показано влияние вязкости на волновые картины откликов перемещений и поровых давлений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации (договор №14.У26.31.0031).

## Моделирование формирования пространственно-временных структур в системе Фитцхью — Нагумо с диффузией

**Казарников А. В.**

*Южный математический институт — филиал ВЦ РАН, Владикавказ*

Рассматривается система Фитцхью — Нагумо с диффузией:

$$\begin{cases} v_t = \nu_1 v_{xx} + w - \alpha v \\ w_t = \nu_2 w_{xx} - v + \mu w - w^3 \end{cases}$$

где  $v = v(x, t)$  — потенциал мембраны,  $w = w(x, t)$  — переменная восстановления,  $x \in [0, l]$ ,  $t > 0$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \geq 0$  — управляющие параметры. Коэффициенты диффузии  $\nu_1, \nu_2 > 0$  предполагаются фиксированными и различными:  $\nu_1 \neq \nu_2$ . Система рассматривается при однородных краевых условиях Дирихле, Неймана, а также смешанных краевых условиях, когда на части границы заданы краевые условия Дирихле, а на оставшейся части — Неймана. Данная модель была предложена в 1961 году Р. Фитцхью для объяснения динамики активации и деактивации пульсирующего нейрона. Система Фитцхью — Нагумо является двумерной редукцией более сложной четырехмерной системы Ходжкина — Хаксли, описывающей распространение нервного сигнала в гигантском аксоне кальмара.

В работе проводится построение асимптотики решений системы Фитцхью — Нагумо с диффузией, ответвляющихся от тривиального (нулевого) решения при изменении управляющего параметра  $\mu$ . Параметр  $\alpha$  считается фиксированным. Найдены критические значения параметра  $\mu$ , отвечающие монотонной и колебательной потере устойчивости, проанализирована зависимость  $\mu_{cr}$  от значений параметра  $\alpha$ . Исследован переход между различными типами неустойчивостей в зависимости от соотношения между коэффициентами диффузии. Для нахождения вторичных стационарных или периодических по времени решений применяется метод Ляпунова — Шмидта в форме, развитой в работе В. И. Юдовича.

Было установлено, что во всех рассмотренных случаях в выражения для членов асимптотики входят базисные функции только с нечетными индексами и в системе происходит мягкая потеря устойчивости. Показано, что в случае колебательной потери устойчивости общий член асимптотики представляет собой нечетный тригонометрический полином по времени.

Разрушение вторичных решений при  $\mu \gg \mu_{cr}$  исследовано численно. Для экспериментов использовался пакет MATLAB, а также собственный программный комплекс, разработанный на языке C++. Часть вычислений перенесена на видеокарту; для взаимодействия с графическим адаптером используется технология NVidia CUDA. Интегрирование системы проводится методом Рунге — Кутты с фиксированным шагом по времени.

## Конечно-элементное моделирование композиционных материалов с компонентами из контактово-метаморфизованных углей

**Кароткиян Р. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В работе рассматриваются композиционные материалы с компонентами из контактово-метаморфизованных углей и бетона. Эти материалы обладают рядом особенностей, среди которых достаточная прочность, чтобы быть конструктивным материалом и токопроводимость используемая для обеспечения безопасности. Работа состоит из двух частей, в первой части проводятся экспериментальные исследования, во второй части проводится конечноэлементное моделирование в пакете ACELAN COMPOSE.

В первой части работы изучаются свойства контактово-метаморфизованных углей, которые во многом зависят от технологии производства. В качестве исследуемых свойств рассматривается удельное сопротивление и укрывистость. Параметрами технологического процесса термообработки являются температура и продолжительность. В результате проведенных экспериментов получены зависимости характеристик от технологических параметров. Данный компонент обладает низким удельным электросопротивлением, а также высокой термостойкостью. Для создания композиционного материала был использован черный пигмент полученный из контактово-метаморфизованных углей. Токопроводящий черный пигмент — высокодисперсное вещество, обладающее рядом ценных физических, химических и технологических свойств, что дает возможность использовать его в промышленных масштабах и в различных областях. Механическая активация пигментов улучшает токопроводимость. Сущность получения пигмента состоит в том, что для этого подвергают сушке измельченный контактово-метаморфизованный уголь при  $105 - 160^{\circ}\text{C}$  в течение  $10 - 30$  минут. Обработаны результаты экспериментов для различных температур и времен и представлены в виде таблиц.

В второй части работы используется конечно-элементный пакет ACELAN COMPOSE, разрабатываемый на кафедре математического моделирования Южного федерального университета. В нем осуществлено моделирование двухкомпонентного композиционного материала с 3-3 типом связности. Такой тип связности сохраняет прочностные свойства матрицы (бетон) и токопроводимость второй компоненты. Определены эффективные механические характеристики предельных объемов на основе серии численных экспериментов. Для определения эффективных электрических характеристик построенная геометрия композиционных структур передается в пакет ANSYS, где исследуются их в зависимости от процентного содержания компонент.

Автор выражает благодарность научному руководителю А. Н. Соловьеву и П. А. Оганесяну за помощь в работе.

## Нелинейно-упругие модели мягких биологических тканей

Карякин М. И.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Целью обзорного доклада является знакомство слушателей с различными областями применения современного математического аппарата нелинейной теории упругости к анализу задач биомеханики мягких биологических тканей. Примерами таких тканей могут служить скелетные мышцы, связки, сухожилия, хрящи, кровеносные сосуды и кожа. На микро-уровне все они представляют собой материалы сложной неоднородной структуры. Однако для большого количества медико-биологических приложений часто оказывается достаточным моделирование их механического поведения на основе традиционных подходов механики сплошной среды.

Поскольку принципиальной особенностью мягких биологических тканей является их способность испытывать большие деформации, то в качестве первого приближения для их описания, как правило, используются модели нелинейной теории упругости для гиперупругих несжимаемых сред. В изотропном приближении материальные свойства тканей описываются функцией удельной потенциальной энергии, зависящей от двух инвариантов меры или тензора конечных деформаций. В работе приводятся примеры такого подхода для решения модельных задач о растяжении и кручении папиллярной мышцы и росте зародышевого пузыря.

Дано подробное описание модели Хольцапфеля—Гассера—Огдена, широко используемой (в том числе в современных конечно-элементных пакетах) для описания свойств биологических тканей как сред, армированных слоями коллагеновых волокон.

Предположение о несжимаемости для мягких тканей основывается на том факте, что объемная доля воды в структуре ткани весьма высока. Данное предположение эффективно работает в тех случаях, когда внеклеточная жидкость относительно неподвижна. Однако в некоторых тканях, включая суставной хрящ, в процессе деформирования может происходить и течение жидкости. В этом случае сплошную основу считают сжимаемой средой, и для анализа проблем используют двухфазные теории (пороупругость, теория смесей и т.п.). В докладе представлены примеры, для описания которых также требуется отказаться от гипотезы несжимаемости. В частности ряд тонких экспериментов с материалом сонной и бедренной артерий и подкожной вены показали, что в области физиологических значений давления относительное изменение объема может достигать до 6%. Описаны возможные способы обобщения существующих моделей для учета этих эффектов.

В заключение представлен краткий обзор работ, посвященных учету более тонких эффектов, которые в ряде задач могут являться весьма важными, в частности вязкоупругости при больших деформациях и пластическим свойствам артериальных тканей.

## Моделирование взаимодействия пьезоактуатора и упругого волновода с учетом влияния клеевого слоя

**Кириллова Е. В., Шевцова М. С.**

*Университет прикладных наук г. Висбаден, Германия*

При проведении мониторинга состояния сложных технических систем актуальной является задача своевременного обнаружения дефектов различной природы и организации контроля за их развитием. В настоящее время для идентификации повреждений активно используются бегущие волны. Одним из наиболее эффективных методов их возбуждения является метод, основанный на применении пьезоэлектрических возбудителей упругих волн. Многочисленные научные исследования подтверждают тот факт, что сдвиговые напряжения, возникающие под пьезоэлектрической накладкой, концентрируются на краях зоны контакта. В связи с этим широко распространена упрощенная модель, при которой деформация пьезонакладки передается структуре через разнонаправленные силы, приложенные на концах пьезоэлемента. При этом наличие клеевого слоя между накладкой и структурой, как правило, не учитывается.

Целью представленной работы является анализ влияния клеевого слоя на волновые поля, возбуждаемые тонкой пьезоэлектрической пластинкой в изотропном бесконечном слое. Расчет полей смещений был выполнен для трех различных моделей. Для первой конечно-элементной модели расчет волновых полей выполнен в режиме установившихся колебаний в КЭ-пакете Comsol Multiphysics. Для этой модели рассмотрены случаи идеального контакта, т. е., без учета клея, а также наличия клеевого слоя различной толщины. Второй, полуаналитический подход, позволил рассчитать неизвестные поля перемещений с помощью преобразования Фурье, матрицы Грина упругого слоя и численного контурного интегрирования. Согласно третьему, инженерному подходу, действие пьезоактуатора описывалось с помощью концентрированных сил. Анализ полученных широком диапазоне частот результатов показал, что толщина клеевого слоя оказывает существенное влияние на распределение контактных напряжений. Было также выявлено, что влияние клея на поля перемещений незначительно в дальней зоне, однако вблизи источника колебаний разница очевидна. Показано, что все рассмотренные модели могут быть эффективно использованы и дают сопоставимые результаты в случае, когда толщина клеевого слоя пренебрежимо мала. Однако с ростом толщины клея результаты модели, в рамках которой контактные напряжения описывались с помощью концентрированных сил, существенно отличались от результатов КЭ и полуаналитической моделей, показавших хорошо согласующиеся результаты так же вблизи источника колебаний. В дальней зоне все рассмотренные подходы показали близкие результаты.

Работа поддержана министерством образования и науки Германии.

## Задача устойчивости непараллельных течений с ненулевым средним

**Кириченко О. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Рассматривается двумерное  $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$  движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ , периодического по пространственным переменным  $x_1, x_2$  с периодами  $\ell_1$  и  $\ell_2$  соответственно, описываемое системой уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} = -\nabla P + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

где  $\nu$  — безразмерная вязкость.

В качестве краевых условий задается условие периодичности поля скорости  $\mathbf{v}$  по пространственным переменным  $x_1, x_2$  с периодами  $\ell_1, \ell_2$ . Период  $\ell_1$  будем считать равным  $2\pi$ , а отношение периодов характеризовать волновым числом  $\alpha \ll 1$ :  $\ell_2 = 2\pi/\alpha$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ .

Средняя по пространственному прямоугольнику периодов скорость считается заданной

$$\langle\langle \mathbf{v} \rangle\rangle = \mathbf{q}.$$

Строится длинноволновая асимптотика  $\alpha \rightarrow 0$  задачи устойчивости стационарного течения, когда основное поле скорости принадлежит классу течений, близких к параллельным (сдвиговым):

$$\mathbf{V} = (\alpha V_1(x_2), V_2(x_1)) \quad (V_2) \neq 0,$$

Целью работы является обобщение известных результатов для двумерных сдвиговых течений — выражение первых членов асимптотики линейной спектральной задачи с помощью тех же операторов и функций, которые возникли при рассмотрении параллельных течений: интегрального оператора Вольтерра и вронскианов (скобок Пуассона) от некоторых вспомогательных функций, характеризующих отклонение скорости от ее среднего значения.

Для нахождения асимптотики ответвляющихся автоколебаний применяется метод Ляпунова — Шмидта в форме, развитой в работах В. И. Юдовича (ПММ, 1972 г.). Найдены выражения первых членов асимптотики по малому параметру  $\alpha$  собственных значений и собственных функций. В частном случае, когда  $V_1(x_2)$  является нечетной функцией, показано, что коэффициенты разложения по  $\alpha$  собственных значений отличны от нуля лишь для нечетных степеней, а коэффициенты разложения критического значения вязкости отличны от нуля для четных степеней — так же, как в случае сдвигового течения. Рассмотрены примеры расчета поведения пассивной примеси для конкретных течений, а также дана предварительная визуализация ответвляющихся автоколебаний. Построены графики зависимости числа Рейнольдса от параметра  $\alpha$ .

## Расчет НДС опор сооружений морского базирования

**Кисляков Е. А.**

*Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

В статье рассматриваются опоры платформ морского базирования. Решается задача определения характера деформаций опор и их максимальных значений, под действием давления набегающего потока жидкости. Представлена постановка задачи объемного сжатия цилиндра в уравнениях линейной теории упругости. Произведен численный расчет деформации в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS.

Современной актуальной и сложной задачей является расчет сооружений, расположенных в открытом море. Морские нефтедобывающие платформы располагаются на глубинах от 8 до 400 метров. Опоры этих платформ испытывают сложные разнородные нагрузки: воздействие поверхностных волн, влияние поверхностных и придонных течений. Кроме того на надводную часть, обладающую большой парусностью и прикрепленную к верхнему концу опоры, действуют порывы ветра различной интенсивности. Нижняя часть колонны закреплена в морском дне, которое так же может быть подвержено сейсмической активности. В данной работе рассматриваются опоры класса мелководных платформ, длина опоры которых не превосходит 50 м. Эти опоры обтекаются набегающим потоком жидкости. Ограничимся учетом влияния на опору глубинных течений. Опору будем считать сплошным круговым цилиндром, описываемым уравнениями линейной теории упругости. Ограничимся случаем, когда опора полностью погружена в жидкость. Примем в первом приближении, что жидкость, обтекающая колонну — идеальная. Рассмотрим вначале задачу расчета опоры при гидростатическом нагружении, возрастающем с глубиной по линейному закону. При этом обтекание колонны жидкостью не учитывается. Для численных расчетов примем, что высота опоры 30 метров, диаметр 2 метра и имеет форму правильного цилиндра. Опора жестко закреплена с нижнего торца. Конструктивно опоры могут изготавливаться из различных материалов, в том числе из бетона, железобетона, трубобетона и т. д. В данной работе примем, что опора целиком изготовлена из бетона. Плотность бетона  $2300 \text{ кг/м}^3$ . Предел прочности на сжатие бетона  $4.1 \cdot 10^7 \text{ Па}$ . Далее рассмотрим задачу расчета той же бетонной опоры с учетом обтекания плоским поступательным потоком идеальной жидкости. Будем считать, что течение жидкости бесциркуляционное. Тогда суммарное давление на поверхность цилиндра будет определяться функцией линейной по осевой координате и нелинейной по окружной координате. Все численные расчеты проводились в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS 18.2. В случае первой задачи о гидростатическом сжатии максимальные деформации возникают вблизи жесткой заделки и достигают величины  $6.7 \cdot 10^{-7}$ . С удалением от заделки они уменьшаются по линейному закону и обращаются в нуль на верхнем конце. Во второй задаче учет обтекания опоры приводит к изменению характера деформации — происходит изгиб опоры, при котором максимальная деформация достигает значения  $2.8 \cdot 10^{-5}$ .

## Комплект программ по определению профессиональной пригодности специалистов технического профиля

**Клюева А. Р.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В работе разрабатывается комплект программ по определению профессиональной пригодности специалистов технического профиля с помощью автоматизированных систем тестирования, реализованных программно-аппаратными средствами. Профессиональная пригодность — это сочетание психических и психофизиологических особенностей человека, требующихся ему для достижения необходимой эффективности труда в том или ином виде деятельности. Индивидуальные различия в профессиональной эффективности и степени выраженности личных качеств указывают на актуальность вопроса профессиональной пригодности и необходимость её определения. Процесс формирования профессиональной пригодности всегда индивидуальный, т. к. его длительность зависит от природных данных человека, степени мотивации, уровня полученных знаний и навыков. Пригодность к некоторым профессиям может сформироваться лишь при наличии определенных природных данных. Обоснование профессиональных требований, связанных с особенностями конкретной деятельности, имеет важное значение при разработке системы диагностики профпригодности специалистов. Существует ряд способов для оценивания способностей и качеств специалистов:

1. В центрах оценки персонала используют технологию, включающую определённый набор различных методов и оценивающую одни и те же параметры в разных ситуациях.
2. Тесты на профессиональную пригодность оценивают психофизиологические качества человека, умения выполнять определенную деятельность.
3. Общие тесты способностей оценивают общий уровень интеллектуального развития и отдельные особенности мышления, внимания, памяти и других высших психических функций.
4. Биографические тесты и изучение биографии позволяют анализировать физическое развитие человека, главные потребности и интересы, особенности интеллекта, общительность.
5. Личностные тесты оценивают уровень развития отдельных личностных качеств или предрасположенность человека к определенному типу поведения и его потенциальные возможности.
6. Интервьюирование помогает собрать информацию об опыте, уровне знаний и оценить профессионально важные качества человека.

Большую популярность в настоящее время набирают методы тестирования, поскольку они отличаются быстротой реализации и высокой эффективностью. Использование автоматизированных систем тестирования, реализованных программно-аппаратными средствами, является шагом к оптимизации процесса диагностики профессиональной пригодности специалистов.



## Растяжение тонкостенной трубки, частично одетой на негладкий цилиндр

**Колесников А. М.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В работе исследуются контактная задача о взаимодействии тонкостенной трубки и массивного цилиндра. Жёсткость материала цилиндра намного больше жёсткости материала трубки. Поэтому деформацией тела пренебрегаем. Цилиндр неподвижно закреплён и его поверхность негладкая. Один конец трубки частично надет на цилиндр. Другой конец либо свободен, либо к нему приложена осевая растягивающая нагрузка.

Трубка изготовлена из резиноподобного материала. Толщина стенок трубки мала. В данной задаче в трубке возникают растягивающие усилия. Поэтому жёсткостью стенок трубки на изгиб будем пренебрегать и моделировать трубку высокоэластичной цилиндрической мембраной.

Существует множество работ исследующих тонкостенные упругие мембраны. Их можно классифицировать по типу поверхностных нагрузок. 1. Мембрана может быть свободна от поверхностных нагрузок. 2. Мембрана может быть нагружена равномерно или неравномерно-распределённой поверхностной. Например, равномерно-распределённая нормальная поверхностная нагрузка моделирует давление газа, а неравномерно-распределённая нагрузка моделирует давление тяжёлой жидкости или контактное взаимодействие без трения с другим твёрдым телом. 3. Мембрана может быть нагружена нормальной и касательной поверхностной нагрузкой. Обычно касательная поверхностная нагрузка моделирует трение. Например, трение при контактном взаимодействии мембраны и другого твёрдого тела.

Для тонкостенных конструкций из резиноподобного материала трение может играть существенную роль в их напряжённо-деформированном состоянии (Persson B. N. J. Theory of rubber friction and contact mechanics // *The Journal of Chemical Physics*. 2001. № 115 (8). С. 3840-3861). Однако исследований контакта между мембраной и твёрдым телом с учётом трения мало (Selvadurai A. Deflections of a rubber membrane // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. № 54 (6). С. 1093-1119, Kumar N., DasGupta A. On the contact problem of an inflated spherical hyperelastic membrane // *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2013. № 57, С. 130-139).

В данной работе трение между высокоэластичной мембраной и цилиндром играет ключевую роль. Мембрана не соскальзывает с цилиндра только за счёт сил трения (при достаточной области контакта). В качестве модели для описания трения используется закон Кулона для напряжений трения в области контакта. Область контакта описывается длиной части мембраны, надетой на цилиндр. Задача состоит в определении минимальной длины контакта, которая необходима для равновесия частично надетой цилиндрической мембраны на жёсткий цилиндр, в зависимости от величины стягивающего усилия на другом конце мембраны.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 16-08-00802).

## Исследование колебаний неоднородных кольцевых пьезоэлектрических структур

Кондратьев В. С.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Активной составной частью различных устройств пьезоэлектрического приборостроения являются пьезоэлементы. Большое количество разнообразных элементов из пьезокерамики применяется в различных областях техники, на их основе разрабатываются эффективные устройства и датчики различного назначения. Широко применяются пьезоэлементы с неоднородной поляризацией, которые изготовлены из композиционных материалов, сочетающих керамику, металл и полимер.

Неоднородность физических свойств пьезоматериалов возникает как на стадии их изготовления, так и на стадии эксплуатации устройств, в случае частичной располяризации. Большое значение приобретает создание новых методик идентификации механических и пьезоэлектрических свойств с целью сравнения характеристик изготовленных материалов с расчетными.

В настоящей работе рассмотрена задача о колебаниях кольцевых пьезоэлектрических структур с учетом затухания. Все физические характеристики кольца могут являться функциями радиальной координаты; наиболее важным является случай, когда только пьезомодули являются функциями радиальной координаты.

Вязкоупругие свойства учитываются в рамках принципа соответствия: в случае стационарных гармонических колебаний решение вязкоупругой задачи получается из решения соответствующей упругой задачи заменой констант материала комплексными модулями вязкоупругого материала. Замена согласно концепции комплексных модулей приводит к функциям от частоты дробно-рациональной структуры, что характеризует например, модель стандартного вязкоупругого тела с неоднородными свойствами.

Из основных уравнений электроупругости получена каноническая система неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка относительно безразмерных переменных — радиального смещения и радиального напряжения. В силу переменности коэффициентов системы решение может быть осуществлено лишь численно, решение строилось на основе метода пристрелки. Проведена серия расчетов, позволившая проанализировать зависимость резонансных частот от законов изменения физических характеристик. Выполнено сравнение концепции комплексных модулей с использованием их аппроксимации линейными функциями частоты. Реализована реконструкция законов неоднородности по информации о значениях безразмерных функций радиального смещения и радиального напряжения в некотором наборе точек внутри области. Представлены результаты вычислительных экспериментов по восстановлению неоднородных пьезоэлектрических характеристик.

Автор выражает благодарность за внимание к работе научному руководителю проф., д. ф.-м.н. Ватульяну А. О.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-01-00354).

## Дисковая трещина в функционально-градиентном пространстве

Кренив Л. И.

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В настоящее время активно развиваются методы численно-аналитических прочностных расчетов, в частности изучение развития трещин в неоднородных средах. Целью нашей работы является исследование напряженно-деформированного состояния материалов при произвольном несимметричном относительно трещины изменении модуля Юнга.

Рассматривается осесимметричная статическая задача для дисковой трещины нормального отрыва, развитие которой происходит в зоне сопряжения двух упругих неоднородных изотропных полупространств. Предполагается, что модуль Юнга в окрестности плоскости трещины непрерывно изменяется по глубине, вне этой окрестности модуль постояен, но его значение в верхнем и нижнем полупространстве различны.

Берега трещины нагружены изнутри равномерным давлением  $p$ . На границах окрестности трещины и в плоскости трещины выполняются условия сопряжения по перемещениям и напряжениям. Решение поставленной задачи сводится к решению следующей системы смешанных краевых задач для двух полупространств  $z \geq 0$ .

$$\begin{cases} \Theta_j(0) \int_0^\infty W_j(\alpha) \frac{\alpha^2}{L_j(\alpha)} J_0(r\alpha) d\alpha = p, & 0 \leq r < R, \\ \int_0^\infty W_j(\alpha) J_0(r\alpha) \alpha d\alpha = (-1)^j w(r), & R < r < \infty, j = 1, 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Theta_j(z) = \frac{G_j(z)}{1 - \nu_j(z)} = \frac{0.5E_j(z)}{1 - \nu_j(z)^2} = 2M_j(z) \frac{\Lambda_j(z) + M_j(z)}{\Lambda_j(z) + 2M_j(z)}.$$

Систему (1) можно переписать следующим образом

$$\begin{cases} \Theta_j(0) \int_0^\infty \tilde{\Delta}(\alpha) \frac{\alpha^2}{L_j(\alpha)} J_0(r\alpha) d\alpha = p - \tilde{p}_j(r), & 0 \leq r < R, \\ \int_0^\infty \tilde{\Delta}(\alpha) J_0(r\alpha) \alpha d\alpha = 0, & R < r < \infty \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}(\alpha) &= \left( W_j(\alpha) - (-1)^j \tilde{W}(\alpha) \right) \\ \tilde{p}_j(r) &= (-1)^j \Theta_j(0) \int_0^\infty \tilde{W}(\alpha) \frac{\alpha^2}{L_j(\alpha)} J_0(r\alpha) d\alpha, j = 1, 2 \end{aligned} \quad (2)$$

Решение системы (2) разыскивается методом последовательных приближений, при этом используется условие сопряжения двух полупространств. Для начального приближения полагаем, что  $\tilde{p}_{j,0}(r) = 0$ .

Для простейших случаев монотонного изменения свойств в окрестности трещины проанализировано поведение коэффициента интенсивности напряжений и формы трещины.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №18-07-01491 А, 16-07-00929 А, 17-08-01253 А) и Госзадания Минобрнауки РФ №9.4761.2017/6.7, 9.1481.2017/4.6.

## Износ двуслойного защитного покрытия с учетом разогрева от трения

**Кузнецов А. А., Мордвинкин В. А.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Повышение скоростей эксплуатации транспортных средств, промышленного и другого оборудования сопровождается ростом нагрузок в узлах трения машин и механизмов. Проблема создания поверхностей трения, отвечающих повышенным эксплуатационным требованиям, часто решается путём применения пакета покрытий различного назначения: антифрикционных, антикоррозионных, термоизоляционных и других. В целях изучения влияния условий сцепления между слоями покрытия на основные контактные характеристики рассматривается задача о скольжении жесткого тела жёсткого тела по поверхности двухслойного покрытия с учетом фрикционного тепловыделения и абразивного износе на контакте. Износ осуществляется по закону Арчарда. Между слоями заданы условия неидеальной механической связи. Нижнее покрытие жестко закреплено. Решение задачи строится при помощи метода интегральных преобразований. В результате основные характеристики контакта — напряжения, смещения, температура, износ — представляются в виде контурных интегралов обратного преобразования Лапласа. Эффективные формулы для их вычисления выводятся с помощью методов теории функций комплексного переменного.

Исследование собственных чисел задачи позволило изучить изменение параметрических границ областей устойчивых и неустойчивых решений в зависимости от параметров задачи, в том числе от коэффициента упругой связи слоев покрытия. Установлено, что с увеличением коэффициента упругой связи, что соответствует увеличению степени проскальзывания верхнего слоя, и увеличением толщины нижнего слоя, область устойчивых решений увеличивается.

Полученные формулы решения задачи позволяют прогнозировать износ покрытия и контактную температуру в зависимости от основных параметров задачи, включая коэффициент трения, скорость скольжения, коэффициент упругой связи слоев и другие.

Работа поддержана грантами РФФИ № 16-07-00929-а, 17-07-01376-а.

## Устойчивость равновесий системы дифференциальных уравнений специального вида

**Куракин Л. Г., Курдоглян А. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Исследована устойчивость граничных равновесий системы дифференциальных уравнений с двумя косимметриями (В.И. Юдович<sup>1</sup>) в случаях общего положения. Применены методы нелинейного анализа. В каждом рассмотренном случае построена нелинейная модельная система и исследована устойчивость ее равновесия. Полученные результаты об устойчивости равновесия модельной системы перенесены на полные уравнения. При доказательстве неустойчивости равновесий существенно используется метод Э. Э. Шноля, связанный с понятием «растущее решение вида инвариантный луч». Для обоснования устойчивости применены теоремы Ляпунова и Румянцева об асимптотической устойчивости по отношению к части переменных. Результаты исследования опубликованы<sup>2</sup>. Они обобщают результаты<sup>3</sup>, где рассмотрен случай одной косимметрии.

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ №1.5169.2017/8.9.

---

<sup>1</sup>Юдович В.И. Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Матем. заметки. 1991. Т. 49, № 5. С. 142 – 148.

<sup>2</sup>Куракин Л.Г., Курдоглян А.В. Критические случаи устойчивости равновесий в дифференциальных уравнениях с двумя косимметриями // Изв. вузов. Сев. – Кавк. регион. Естеств. науки. 2018. №1. С. 26 – 32.

<sup>3</sup>Куракин Л.Г. Критические случаи устойчивости. Обращение теоремы о неявной функции для динамических систем с косимметрией // Матем. заметки. 1998. Т. 63, № 4. С. 572 – 578.

Об устойчивости в двухжидкостной плазме томсоновского вихревого многоугольника

**Куракин Л. Г., Лысенко И. А.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Рассматривается движение системы  $N$  вихрей одинаковой интенсивности в альвеновской модели в двухжидкостной плазме. Уравнения движения являются гамильтоновыми. Исследуется устойчивость стационарного вращения системы  $N$  завихренностей, расположенных равномерно на окружности.

Устойчивость понимается как орбитальная устойчивость, а неустойчивость – как неустойчивость равновесия редуцированной системы. Проведён аналитический анализ собственных значений матрицы линеаризации и квадратичной формы гамильтониана.

В результате пространство параметров разделяется на 3 области: область устойчивости в точной нелинейной постановке; область линейной устойчивости, в которой требуется дополнительный нелинейный анализ с привлечением методов КАМ-теории и область экспоненциальной неустойчивости. Получены результаты для всех  $N=2, \dots, 11$ .

Исследование использует результаты работ<sup>1,2</sup>. Частные результаты в данной задаче получены в статье<sup>3</sup>.

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ (№ 1.5169.2017/8.9).

---

<sup>1</sup>Kurakin L. G., Ostrovskaya I.V. On Stability of Thomson's Vortex  $N$ -gon in the Geostrophic Model of the Point Bessel Vortices. Regul. Chaotic Dyn. 2017. Vol. 22, No. 7, pp. 865–879.

<sup>2</sup>Kurakin L. G., Yudovich V. I. The stability of stationary rotation of a regular vortex polygon. Chaos. 2002. Vol. 12, No. 3, pp. 574–595.

<sup>3</sup>Bergmans J., Kuvshinov B. N., Lakhin V.P., Schep T.J. Spectral stability of Alfvén filament configurations. Physics of plasmas. 2000. Vol. 7, No.6, pp.2388–2403.

## Особенности редактора материалов в ACELAN-COMPOS

**Курбатова Н. В., Герасименко Т. Е.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Редактор материалов это среда, которая, во-первых, рассчитана на интерактивное пополнение базы; во-вторых, предусматривает отложенное её пополнение материалами, заключающееся в импортировании их с помощью специальных внешних excel-форм, они поддерживают ввод только ненулевых характеристик, соответствующих выбранному классу симметрии, а в-третьих, программа научена сохранить в материальной базе искусственные расчетные материалы, получающиеся в результате моделирования усредненных свойств характерного объема композитного материала (классов 3-0, 3-1, 3-2) с заданным процентным соотношением.

Идеология создания редактора материалов конечно-элементного пакета ACELAN-COMPOS обусловлена характером задач, решаемых в рамках пакета на основе новых современных принципов программирования и функционирования баз данных. Эволюционная стратегия развития пакета ACELAN от *простого к сложному*, от упругих, пьезоэлектрических материалов к пьезомагнитным требует значительных алгоритмических усилий, это сопряжено с различным числом степеней свободы смежных деталей конструкций. Так, для сопряжения изотропного и электроупругого материала помимо основных характеристик упругого материала необходимы и его диэлектрические проницаемости, задание которых в чисто упругой задаче является чрезмерным. Стратегия от *сложного к простому* снимает ряд проблем, связанных с алгоритмическим усложнением. Для всех типов материалов используется такая модифицированная полная форма определяющих соотношений, которая обеспечивает невырожденность системы после конечно-элементной дискретизации.

Редактор материалов реализован в виде набора классов в библиотеке ACELAN GUI для web версии пакета. Хранение материалов осуществляется в рамках бинарной или JSON сериализации и хранение в реляционной СУБД. Первые два способа основаны на встроенных инструментах платформы .NET. Они пригодны для переноса содержимого библиотеки между вычислительными машинами и для работы пользователя, в desktop-версии или в пакетном режиме. Реляционный формат позволяет *автоматически* добавлять новые материальные свойства и не влияет на структуру хранения.

Связь приложения с СУБД реализована при помощи системы ORM (Object-Relational Mapping) Entity Framework для платформы .NET Standart, это обеспечивает гибкость в зависимости от типа клиентского приложения.

## О моделировании самоплавающих организмов

Латынин Р. О.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Самоплавание микроорганизмов со смещенным центром тяжести в большинстве случаев описывается моделью Pedley-Kessler. Предлагаемая феноменологическая модель отличается от вышеназванной наличием макроскопического уравнения, которое представляет собой уравнение баланса момента импульса для примеси (с учетом инерциальных и хиральных эффектов):

$$aI(\boldsymbol{\omega}_t + \mathbf{v} \cdot \nabla \boldsymbol{\omega}) + a\mathbf{n} \wedge (\gamma_1 \mathbf{N} + \gamma_2 \mathbb{D} \cdot \mathbf{n} + \lambda_1 \nabla a \wedge \mathbf{n} + \gamma \mathbf{g}) = 0,$$

где  $\mathbf{v}$  — скорость смеси,  $p$  — давление,  $\mathbf{i}$  — плотность потока массовой концентрации,  $\mathbf{g}$  — ускорение силы тяжести,  $\boldsymbol{\omega}$  — угловая скорость вращения директора,  $\mathbb{D}$  — тензор скоростей деформации,  $\mu$  — кинематическая вязкость,  $\mathbf{N}$  — коротационная производная директора,  $\gamma_1, \gamma_2$  — коэффициенты вращательной вязкости,  $I$  — удельный момент инерции,  $\gamma$  — отклонение центра тяжести микроорганизма от его геометрического центра,  $\lambda_1$  — параметр, характеризующий хиральность микроорганизмов,  $a$  — концентрация примеси (концентрация возникает на основании предположения, что анизотропные свойства смеси должны исчезать при отсутствии примеси  $a(\mathbf{x}, t) = 0$ ).

Рассмотренно условие гармонического колебания слоя жидкости с амплитудой  $b_0$  и частотой  $\omega_0$  в направлении, задаваемом единичным вектором  $\mathbf{m}$ . Для решения данной задачи о вибрациях произведена замена, добавление к ускорению силы тяжести  $\mathbf{g}$  вибрационного ускорения.

$$\mathbf{g} \rightarrow \mathbf{g} + b\omega_0 \mathbf{m} \cos \omega t, \quad \mathbf{m}^2 = 1, \quad b = b_0 \omega_0$$

На основе уравнений сформированной феноменологической модели показано, что учет инерциальных членов при наличии вибрации приводит к формированию дополнительных виброгенных моментов.

Существующая модель способна описывать эффект гидродинамического фокусирования, в дополнение к этому, учет хиральных эффектов приводит к формированию вращательных движений микроорганизмов.



## Моделирование образования пространственно-неоднородных структур в живых организмах с помощью системы Шнакенберга

Лысенко С. А.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Различные химические процессы в живых организмах могут быть описаны уравнениями реакции-диффузии. В биологии системы уравнений реакции-диффузии моделируют химические реакции, определяющие механизмы морфогенеза. Возникновение неоднородных структур в живых организмах, таких как, например, пятна и полосы на коже животных, связано с явлением неустойчивости Тьюринга, возникающим при некоторых значениях параметров системы.

В настоящей работе рассматривается система Шнакенберга, относящаяся к классу систем реакции-диффузии. Система Шнакенберга моделирует процессы морфогенеза в живых организмах. Для неё получены достаточные условия неустойчивости Тьюринга, а также построены алгоритмы вычисления критических волновых чисел и критических значений коэффициента диффузии при заданных параметрах системы.

Система Шнакенберга имеет вид:

$$u_t = u_{xx} + f(u, v), \quad v_t = dv_{xx} + g(u, v)$$

где

$$f(u, v) = a - u + u^2v, \quad g(u, v) = b - u^2v$$

По смыслу задачи  $u(x, t)$  и  $v(x, t)$  — концентрации двух взаимодействующих веществ — активатора и субстрата,  $a$  и  $b$  — параметры реакции,  $d$  — коэффициент диффузии. Система рассматривается на отрезке  $x \in [0; \pi]$ , на концах которого выполняются краевые условия Неймана.

Стационарное состояние системы является неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но при добавлении диффузии теряет устойчивость. Построены области необходимых и достаточных условий неустойчивости Тьюринга на плоскости параметров  $(a, b)$ , получены уравнения их границ. Область необходимых условий неустойчивости Тьюринга для системы Шнакенберга задаётся двойным неравенством, а область достаточных условий является её подобластью. Исследовано соотношение областей необходимых и достаточных условий.

Известно, что неустойчивости Тьюринга соответствует монотонная потеря устойчивости исследуемого равновесия, то есть прохождение собственного значения линейной задачи через ноль при критическом значении параметра. При помощи метода Ляпунова—Шмидта в форме, развитой В. И. Юдовичем, найдены вторичные стационарные решения нелинейных уравнений, отвечающие от пространственно-однородного равновесия системы. Для точки  $(a, b)$ , лежащей на границе области достаточных условий неустойчивости Тьюринга (при критическом значении параметра  $d$ ), получены условия мягкой и жёсткой потери устойчивости.

## О привлечении иностранных абитуриентов на инженерные и естественно-научные направления подготовки

Ма Тинсюнь<sup>1</sup>, Чжэн Цзинвей<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Ассоциация содействия развитию образования Шанцю, провинция Хэнань

<sup>2</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Ассоциацией содействия развитию образования округа Шанцю (КНР) накоплен большой опыт исследования взаимодействия китайской региональной системы образования с целым рядом российских университетов. Анализ предпочтений выпускников китайских школ провинции Хэнань, поступающих в зарубежные вузы в течение достаточно продолжительного периода времени, показал, что наиболее предпочтительными для абитуриентов являются, прежде всего, филологические, медицинские и экономические направления подготовки. В то же время экономика Китая ощущает все большую потребность в высококвалифицированных инженерных кадрах, а также исследователях в области современного естествознания. В этой связи развитие взаимодействия с российскими вузами представляется особенно важным и перспективным.

В докладе представлена деятельность Ассоциации, направленная на изменение вектора направленности интересов выпускников школ Китая. Основное направление работы в этой связи — увеличение количества школ, в которых в качестве иностранного изучается русский язык. За последние годы провинция Хэнань стала в этом смысле ведущей в Китае. Визиты в провинцию и ее школы представителей российского посольства и известных российских политиков стали подтверждением этого факта. Следующее направление работы связано с активным привлечением представителей российских вузов, особенно естественно-научных и инженерных направлений, к профориентационной работе со школьниками. Во взаимодействии с бизнес-сообществом Ассоциации удалось частично профинансировать целый ряд поездок и визитов делегаций российских вузов. Еще один вид деятельности — информационный, в частности, публикация материалов об успешных китайских выпускниках российских университетов.

В качестве важного итога планомерной работы следует отметить, во-первых, существенное увеличение заявок выпускников китайских школ на учебу в российских вузах, а во-вторых, заметное повышение доли школьников, отметивших инженерные и естественно-научные специальности в качестве приоритетных при получении высшего образования.

В заключительной части доклада приводятся сведения о взаимодействии китайских вузов провинции Хэнань с Южным федеральным университетом, анализируются итоги функционирования совместных программ бакалавриата и магистратуры (схемы 2+2, 2+1+2, 1+2 и другие), представлен план деятельности Ассоциации на ближайшие пять лет.

## Гранично-элементное моделирование вынужденных колебаний анизотропных упругих и электроупругих трехмерных тел

**Марков И. П., Игумнов Л. А., Григорьев М. В.**

*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

Изучение процессов вынужденных колебаний в трехмерных анизотропных электроупругих телах представляет большой интерес во многих практических областях. Композиционные пьезоэлектрические материалы, поведение которых хорошо описывается в рамках линейной электроупругой среды, обладают значительно выраженным взаимным влиянием механических и немеханических полей напряжений. В общем случае получение решений трехмерных задач линейной электроупругости возможно только с применением методов численного моделирования.

Для численного решения задач трехмерных теорий анизотропной упругости и электроупругости использован метод граничных элементов. Система уравнений линейной теории электроупругости, состоящая из уравнений состояния, уравнений Максвелла в квазистатической форме и уравнений анизотропной теории упругости, записана без учета объемных сил и в отсутствии свободных электрических зарядов. Для рассмотрения задач анизотропной линейной упругости и электроупругости с единых позиций применена стандартная система обобщенных обозначений. Механические перемещения и электрический потенциал объединены в вектор обобщенных перемещений. Тензоры пьезоэлектрических свойств, диэлектрической проницаемости и упругих модулей объединены в тензор обобщенных интегральных характеристик анизотропной линейной электроупругой среды.

В гранично-элементной схеме решения начально-краевых задач линейных теорий анизотропной упругости и электроупругости применены регуляризованные граничные интегральные уравнения в обобщенных перемещениях. Для пространственной дискретизации применяется метод коллокаций совместно со смешанной аппроксимацией геометрии границы рассматриваемой области, обобщенных перемещений и поверхностных усилий по граничным элементам. Динамическая и статическая части обобщенной матрицы Грина записаны в виде интегралов по единичной полусфере и единичной окружности с центром в точке коллокации. Использована схема интерполяции значений динамических частей обобщенной матрицы Грина по граничным элементам с применением функций формы пяти-узлового элемента.

Гранично-элементная методика применена для решения задачи о вынужденных колебаниях однородного трехмерного электроупругого тела сложной структурной конфигурации. Для демонстрации степени взаимного влияния полей различной физической природы рассмотрен упругий вариант задачи.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-60097 мол\_a\_дк.

## Исследование вихревых токов в слоистых конструкциях

**Михайлов И. Ю.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Метод обработки материалов импульсным электромагнитным полем в настоящее время уже широко известен. Сущность этого метода заключается в создании импульсного магнитного поля вокруг заготовки и взаимодействии этого поля с импульсными токами, протекающими в заготовке. Мощный импульс тока, образующийся с помощью разрядника, проходит через обмотку индуктора, создает вокруг его проводников электромагнитное поле. Это поле возбуждает в заготовке вихревые токи, что приводит к образованию вокруг нее также электромагнитного поля. В результате взаимодействия магнитных полей происходит динамическое воздействие на заготовку и ее деформирование. Магнитно-импульсная обработка осуществляет, например, обжиг трубчатых заготовок, рельефную формовку, штамповку, разделение и другие операции с заготовками. Характер операции определяет конструкцию и форму индуктора. Магнитно-импульсная штамповка является хорошо управляемым процессом, при котором наряду с формовкой можно обеспечить и разогрев заготовки, облегчающий деформацию металла. Использование больших мощностей здесь ограничено возможностью разрушения самого индуктора. Деформация осуществляется в импульсном магнитном поле либо при пропускании через проводник тока от генератора, либо при протекании по проводнику тока, индуцированного расположенным рядом индуктором.

Изделие, в котором определяется коэрцитивная сила материала, намагничивается до насыщения импульсным магнитным полем, а затем размагничивается плавно возрастающим магнитным полем постоянного тока противоположного направления. Коэрцитивная сила, другими словами напряжённость магнитного поля, необходимая для полного размагничивания заготовки. При разряде предварительно заряженного конденсатора мощный импульс тока, протекающий через индуктор, образует импульсное магнитное поле высокой напряженности, которое образует в обрабатываемой металлической заготовке вихревые токи. В результате взаимодействия импульса магнитного поля индуктора и вихревых токов в заготовке возникают большие импульсные механические силы, которые и производят требуемую работу. Работа, в свою очередь, в зависимости от поставленной задачи так же может быть различной. Цель данного исследования — определение коэрцитивной силы различных материалов, выбор оптимального метода воздействия индуктора, определение напряженно-деформированного состояния заготовки, определение распределения напряженности электромагнитного поля.

Автор выражает благодарность научному руководителю Соловьёву А. Н. за постановку задачи и внимание к работе.

## Исследование колебаний функционально-градиентного упругого цилиндра

Мнухин Р. М., Дударев В. В.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В настоящее время функционально-градиентные материалы (ФГМ) широко применяются в автомобильной, медицинской и аэрокосмической отраслях. Структуры, изготовленные из ФГМ, имеют ряд преимуществ по сравнению с однородными объектами. Неоднородность свойств таких материалов позволяет расширять область их применения. В отличие от слоистых композитов и обычных однородных структур, современные ФГМ сочетают в себе физико-механические свойства нескольких материалов, изменяющиеся по заданным законам в теле. При этом такие материалы обладают высокой прочностью и пониженной вероятностью появления трещин и отслоения. Создание ФГМ элементов с заданным градиентным распределением свойств является сложным технологическим процессом, включающим такие операции как спекание, плавление, послойное прессование, напыление и т. д.

В работе рассмотрена задача о колебаниях функционально-градиентного упругого цилиндра с переменными по радиусу параметрами Ламе  $\lambda(r)$ ,  $\mu(r)$ . Колебания вызываются распределенной нагрузкой, приложенной к внутренней части границы. Принято, что отличными от нуля являются радиальная  $u_r(r, z)$  и продольная  $u_z(r, z)$  компоненты поля перемещений. Уравнения движения и граничные условия в цилиндрической системе координат в этом случае имеют вид:

$$\begin{cases} \sigma_{rr,r} + \sigma_{r\varphi,\varphi}/r + \sigma_{zr,z} + (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})/r + \rho\omega^2 u_r = 0, \\ \sigma_{rz,r} + \sigma_{\varphi z,\varphi}/r + \sigma_{zz,z} + \sigma_{rz}/r + \rho\omega^2 u_z = 0, \\ u_z|_{z=\pm h} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{z=\pm h} = 0, \\ \sigma_{rr}|_{r=r_1} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{r=r_1} = 0, \quad \sigma_{rr}|_{r=r_2} = -p, \quad \sigma_{rz}|_{r=r_2} = 0. \end{cases}$$

Здесь компоненты тензора напряжений определяются из общего соотношения  $\underline{\underline{\sigma}} = \lambda(r)\underline{\underline{E}}\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) + 2\mu(r)\underline{\underline{\varepsilon}}$ , где тензор деформаций  $\underline{\underline{\varepsilon}} = 1/2(\nabla\underline{\underline{u}} + \nabla\underline{\underline{u}}^T)$ .

Решение задачи строится с помощью метода однородных решений в виде рядов. С учетом характера колебаний и геометрии образца задача сведена к рассмотрению  $n$  систем четырех дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Решение этих систем реализовано численно с помощью метода пристрелки. С помощью построенного решения проведен анализ влияния законов изменения параметров  $\lambda(r)$ ,  $\mu(r)$  на значения компонент поля перемещений, амплитудно-частотные характеристики и значения резонансных частот. На основе полученных данных предложены подходы для осуществления неразрушающей реконструкции этих параметров.

Авторы благодарят профессора А. О. Ватulyяна за предложенную задачу и методы ее решения.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации (проект № МК-3179.2017.1) и Южного математического института (г. Владикавказ).

## Термоупругопластическое деформирование в условиях осевой и центральной симметрии

Мурашкин Е. В.<sup>1</sup>, Дац Е. П.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва*

<sup>2</sup>*Владивостокский государственный университет экономики и сервиса*

Аддитивные технологии изготовления деталей, связанные с интенсивным тепловым воздействием, сопровождаются высоким уровнем температурных напряжений в упругопластических материалах. Процессы необратимого деформирования, инициируемые выходом напряженного состояния на поверхность текучести, приводят к возникновению и развитию необратимых деформаций и остаточных напряжений. В рамках модели малых деформаций исследован ряд задач о нестационарном нагреве шара из упругопластического материала. Получены закономерности появления и распространения областей пластического течения, а также их влияние на формирование остаточных напряжений.

Для расчета напряжений в полой упругопластической сфере, нагреваемой на внешней поверхности, разработан численно-аналитический алгоритм расчета законов движения упругопластических границ и распределения необратимых деформаций. Для случая нестационарного теплового воздействия, сопровождающегося последующим выравниванием температурного поля, получено численное решение системы уравнений, определяющих размеры чередующихся областей пластического течения. Функции необратимых деформаций представлены как огибающие семейства пластических деформаций с временным параметром.

Модель деформирования полого упругопластического шара оказывается полезной при определении напряженно-деформированного состояния многослойного шара, в котором деформирование каждого слоя в рамках заданных граничных может быть описано, на основе ранее полученных результатов для одного слоя. В частности, при последовательном присоединении разогретых слоев и последующем остывании до начальной температуры, рассчитаны области необратимого деформирования и уровень пластических деформаций в каждом слое. Установлены закономерности формирования остаточных напряжений и перемещений в зависимости от начальной температуры и количества присоединяемых слоев. Показано, что при определенных размерах материала, влиянием неравномерного разогрева можно пренебречь, а итоговый уровень остаточных не зависит от процесса теплопроводности и определяется начальным и конечным температурным распределением. В тоже время, при значительных тепловых градиентах и размерах материала, допускающих высокий перепад температурных деформаций в каждом слое, необходимо учитывать зависимость остаточных напряжений от формирующихся необратимых деформаций в процессе выравнивания температуры.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А17-117021310381-8) и финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-00844, 18-51-05012, 17-51-45054).

## Гармонические термоупругие волны в частично гемитропных микрополярных средах

Мурашкин Е. В.<sup>1</sup>, Радаев Ю. Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Институт прикладной механики РАН, Москва*

<sup>2</sup>*Graduate School of Energy Science, Kyoto University*

Деформируемое твердое тело, изотропное только по отношению к вращению системы координат, но не по отношению к инверсиям, называется ацентрическим (noncentrosymmetric), гемитропным или хиральным. Хорошо известно, что подобными свойствами обладают многие биоматериалы, что определяет актуальность развития и совершенствования математических моделей их термомеханического поведения. Для моделирования деформирования гемитропных тел можно использовать соответствующим образом обобщенную микрополярную теорию термоупругости Коссера. Поскольку гемитропный микрополярный континуум характеризуется не только трансляционными перемещениями, но также и дополнительными вращательными степенями свободы, его механическое поведение существенным образом отличается от поведения упругих сред. Это особенно проявляется в процессах распространения волн и связано, прежде всего, с возникновением дополнительных зеркально поляризованных волн. В математической теории гемитропной микрополярной термоупругости вводятся асимметричные тензоры напряжений и моментных напряжений, которым термодинамически соответствуют асимметричные тензоры деформации и изгиба-кручения.

В представляемой работе рассматривается теоретико-полевой метод построения нелинейных математических моделей гемитропных микрополярных связанных термоупругих (второго типа) континуумов. Для таких континуумов исследуется возможность обобщения канонических тензоров связанного термоупругого поля. С этой целью используется вариационный принцип наименьшего действия и теория вариационных симметрий интеграла действия. Действие в вариационной формулировке принципа представляет собой интегральный функционал, варьирование которого осуществляется по физическим полевым переменным при фиксированных пространственно-временных координатах. Специальные континуальные модели определяются соответствующей плотностью термоупругого действия (лагранжианом). % Рассматривается частично гемитропная линейная микрополярная термоупругая среда, характеризующаяся 10-ю термомеханическими определяющими постоянными. Исследуются проблемы распространения связанных термоупругих гармонических волн перемещений, микровращений и температуры (температурных смещений). Определяются их волновые числа и поляризации. С помощью теории геометрических и кинематических условий совместности Адамара–Томаса проводятся также расчеты скоростей распространения поверхностей слабых разрывов трансляционных перемещений, микровращений и температуры.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А17-117021310381-8) и финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №18-01-00844-а).

## Моделирование переноса загрязняющего вещества речным потоком: сравнение с измерениями на реке Северн (Великобритания)

Надолин К. А., Жилиев И. В.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В докладе рассматривается перенос пассивной примеси природным турбулентным русловым течением на участке реки Северн, протекающей по территории Уэльса (Великобритания) между населенными пунктами Ланидлюс (Llanidloes) и Каерсвс (Caerws).

Основанием такого выбора послужили опубликованные данные наблюдений британских ученых-гидрологов, изучавших распространение в потоке трассера — красящего вещества родомит ВТ. Коэффициент диффузии данного вещества составляет  $10^{-6}$  см<sup>2</sup>/с. По утверждению британских исследователей, их целью был сбор и публикация исчерпывающих экспериментальных данных о процессе диффузионного переноса вещества русловым потоком для тестирования предлагаемых разными авторами математических моделей.

Концентрация примеси отслеживалась на участке реки длиной около 14 километров на 6 станциях наблюдения, расположенных ниже по течению. Британские авторы приводят не только результаты наблюдения за концентрацией частиц примеси на различных станциях наблюдения, но также детально описывают геометрию и скоростные характеристики рассматриваемого участка реки, другие гидрологические характеристики водотока, полученные в результате измерений, которые продолжались более 10 часов.

Например, ширина русла на рассматриваемом участке была измерена в 86 точках и варьируется от 13 до 48 метров со средним значением 20 метров. Глубина потока измерялась в каждом из 86 сечений с интервалом 1 метр. (Средняя глубина участка составила 0.6 метра.)

Таким образом, британскими авторами были предоставлены все данные, необходимые для постановки задачи математического моделирования и проведения вычислительных экспериментов по определению массопереноса пассивной примеси в естественном водотоке на основе редуцированной математической модели мелкого протяженного потока.

Сравнение наших результатов моделирования и данных натурных наблюдений британских коллег позволяет утверждать, что уравнения математической модели мелкого протяженного потока адекватно описывают процесс переноса пассивной примеси русловым потоком.

Результаты представленного исследования будут использованы в спецкурсе, подготовленном в рамках проекта «Разработка англоязычной магистерской программы «Computational Mechanics and Informational Technologies», когерентной программ европейски университетов-партнеров». Проект стал победителем Грантового конкурса Стипендиальной программы Владимира Потанина 2016/2017 г. для преподаватели магистерских программ вузов и реализуется на средства гранта Благотворительного фонда В. Потанина. Набор студентов на программу состоится в 2018 году.



Учебные модули по биомеханике в англоязычной магистерской программе мехмата ЮФУ «Computational Mechanics and Informational Technologies»

**Надолин К. А., Карякин М. И., Наседкин А. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В докладе обсуждается англоязычная магистерская программа мехмата ЮФУ «Computational Mechanics and Informational Technologies» и место учебных модулей по биомеханике при ее реализации. Основной задачей было создание на основе накопленного опыта, кадрового потенциала и имеющегося учебно-методического и материально-технического задела Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ магистерской программы, близкой по структуре и содержанию магистерским программам европейских университетов-партнеров, входящих в Европейский Консорциум Индустриальной Математики (European Consortium for Mathematics in Industry — ESMI), и прежде всего, магистерским программам «Computational Engineering and Technical Physics» и «Computer Science», реализуемым в финском Технологическом университете г. Лашеенранты (Lappeenranta University of Technology — LUT). Выбор партнерского университета объясняется тем, что мехмат ЮФУ сотрудничает с Отделением математики и физики Школы Инженерных наук LUT более 10 лет.

Мехмат ЮФУ имеет все условия и хороший задел для успешной реализации англоязычной магистерской программы. С 2009 г. на мехмате разрабатываются и внедряются в учебный процесс англоязычные дисциплины и учебные модули, ориентированные на задачи биомеханики. Существенный задел для новой магистерской программы был получен при выполнении в 2011-2014 гг. международного проекта «Интернационализация учебных планов на уровне магистра в российских вузах в Южном регионе» («Internationalized Curricula Advancement at Russian Universities in the Southern region» — ICARUS) по программе EC Tempus-IV. В этом проекте, объединившем 4 российских и 4 европейских университета, мехмат ЮФУ занимался разработкой в соответствии с Болонскими принципами структуры магистерской программы «IT in Biomechanics». В новую магистерскую программу вошли учебные дисциплины «Mathematical Models of Computational Mechanics and Biomechanics» и «Mathematical Models for Biological Fluids». Также учебные модули, посвященные проблемам биомеханики, были включены в программу дисциплин «Modern Problems of Applied Mathematics and Informatics», «Seminar IT in Engineering» и «Computer Algebra Methods and its Applications».

В процессе реализации магистерской программы планируется использовать партнерские связи с европейскими университетами. Включение в учебный процесс на регулярной основе академической мобильности в зарубежные вузы будет мотивировать студентов и преподавателей повышать уровень владения профессиональным иностранным языком. Общение с иностранными студентами и преподавателями будет стимулировать наших студентов глубже осваивать профессиональные знания и навыки, а преподавателей расширять научный кругозор и повышать уровень профессиональной подготовки. Развитие международной академической мобильности с перспективой получения второго диплома европейского университета должно существенным образом повысить мотивацию студентов

к учебе и создать условия «встречной мобильности» для студентов зарубежных университетов, не владеющих русским языком.

При разработке англоязычной магистерской программы требуется решить весьма не простую задачу сопряжения требований ФГОС РФ и требований к магистерским программам, принятым Консорциумом европейских университетов (ЕСМІ Model Master in Mathematics for Industry). Заметим, что механическое соединение указанных требований невозможно, поскольку они отражают разные подходы к решению ряда организационных и учебно-методических задач. Однако и ФГОС РФ, и модель ЕСМІ допускают определенную гибкость и свободу реализации образовательных программ магистратуры, что позволяет найти пути решения поставленной задачи.

Сравнительный анализ показывает, что требования ФГОС РФ и рекомендованная ЕСМІ структура магистерской программы европейских университетов, хотя и различаются по ряду позиций, но не противоречат друг другу. Кроме того, в модели ЕСМІ уделено особое внимание практикоориентированной подготовке студентов. Поэтому важным элементом магистерской программы «Computational Mechanics and Informational Technologies» является включение в учебный процесс различных форм проектной деятельности студентов. Предполагается использовать опыт европейских партнеров по проведению «Неделя моделирования» («Modelling Weeks»), организации «Исследовательских групп» («Study Groups»), а также собственный опыт мехмата по организации и проведению ежегодной студенческой научной конференции ЮФУ «Неделя науки», других научных мероприятий, где студенты получают возможность публичной презентации своих полученных результатов.

При формировании структуры учебных дисциплин планируется применение европейского подхода, когда внутри одной магистерской программы предусмотрена «старшая» (major) и «младшая» (minor) специализация. Подобный подход широко используется в зарубежных вузах, и в частности, в университетах-партнерах консорциума ЕСМІ. Такая структура магистерской программы позволит более гибко строить индивидуальные траектории обучения студентов и формировать компетенции, относящиеся к выбранным направлениям подготовки.

Англоязычная магистерская программа «Computational Mechanics and Informational Technologies» будет естественным продолжением деятельности коллектива мехмата ЮФУ по практическому развитию интернационализации обучения, что соответствует приоритетам Программы развития Южного федерального университета.

Разработка магистерской программы «Computational Mechanics and Informational Technologies» была поддержана Благотворительным фондом В. Потанина в рамках грантового конкурса стипендиальной программы Фонда для преподавателей магистратуры в номинации «Создание новой магистерской программы».

Конечно-элементная гомогенизация пористых пьезоэлектрических материалов на различных масштабных уровнях: модели композитов, представительные объемы и программный инструментарий

**Наседкин А. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Пористые пьезоэлектрические материалы находят широкие применения в современной ультразвуковой технике. Их эффективность определяется тем, что в сравнении с плотной пьезокерамикой они имеют меньший акустический импеданс, но почти такой же толщинный пьезомодуль и более высокую пьезочувствительность. Различные технологии позволяют получать пористую пьезокерамику как с микрометровыми размерами пор, так и с наноразмерными порами. При этом пористость обычно имеет стохастическую структуру, может быть как закрытой, так и открытой, и может достигать 70 и более процентов. В последнее время были разработаны также методы транспорта наночастиц, позволяющие получать пористые микро- и наноструктурированные пьезокерамические материалы с измененными свойствами на границах пор.

В работе для гомогенизации пористых пьезокомпозитов используется метод эффективных модулей и конечно-элементные технологии для решения статических задач сравнения в представительных объемах. Рассматривались три типа пористых композитных материалов: 1) обычные пористые материалы; 2) пористые материалы с наноразмерными порами; 3) пористые материалы с порами, покрытыми частицами различных веществ. Для всех типов пористых композитов предложены математические подходы к определению эффективных свойств для материалов любого класса анизотропии, в том числе с учетом связанных и несвязанных электромеханических поверхностных эффектов.

Для обычных смесевых двухфазных пьезокомпозитов представительные объемы генерировались с виде куба, равномерно разбитого на кубические конечные элементы со свойствами различных фаз. Элементы пор выбирались или датчиком случайных чисел, или по специальным алгоритмам, поддерживающим связность каркаса матрицы материала, связанность обеих фаз или кластерность пор. Для моделирования наноразмерности пор в соответствие с моделью Гуртина-Мурдоха и ее обобщений границы пор покрывались оболочечными элементами со специальными свойствами. Наконец, для пористой пьезокерамики, полученной методом транспорта наночастиц, границы пор полностью или частично покрывались оболочечными элементами, причем для металлизированных поверхностей пор эти границы считались свободными электродами. Для решения задач гомогенизации использовалось специализированное программное обеспечение для конечно-элементных комплексов ANSYS и ACELAN.

Приведены примеры вычисления эффективных модулей для различных типов пористых пьезокерамических материалов и дан их анализ в зависимости от выбора моделей, размеров пор и других факторов.

Работа выполнена в рамках проектов Минобрнауки России 9.5070.2017/6.7 и 9.1001.2017/4.6.

## Моделирование процесса абразивной обработки деталей на основе контактных задач теории упругости

**Нгуен Т. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Метод центробежно - ротационной обработки в среде абразива характеризуется высокой производительностью, низкой себестоимостью. Широкие технологические возможности метода относят его к числу наиболее перспективных методов отделочно-зачистной обработки. Оптимизация процесса центробежно - ротационной обработки требует построения уточненных моделей фрикционного взаимодействия абразивных частиц с поверхностью детали. В такой модели должны учитываться разогрев и износ поверхности в результате удара и дальнейшего скольжения абразивной частицы. В настоящей работе процесс взаимодействия абразивной частицы с поверхностью детали моделируется в рамках динамических задач теории термоупругости с учетом пластической деформации, трения и износа поверхности в области контакта. Рассматриваются две краевые контактные задачи. В первой задаче жесткий штамп скользит с постоянной скоростью по плоской границе детали, задается величина внедрения штампа. В области контакта учитывается сила трения скольжения выраженная через нормальное давление и разогрев за счет трения и износа. Для расчетов используется конечноэлементный пакет FlexPDE. В серии численных экспериментов исследуются поля смещений, деформаций, напряжений и температуры в окрестности области контакта. Построены зависимости максимальной температуры, силы взаимодействия от параметров задачи (скорости скольжения, коэффициента трения, глубины внедрения) Во второй задаче рассматривается контактное взаимодействие элемента абразивной частицы в виде усеченного конуса и поверхности детали. Круг меньшего диаметра конуса контактирует с поверхностью детали с учетом трения и пластической деформации этой поверхности. К кругу большего диаметра приложены кинематические или силовые граничные условия. В случае кинематических условий задано нормальное и касательное смещения круга и его поворот, в случае силовых условий задается сила и момент. Материал обрабатываемой детали рассматривается, как упругопластический без упрочнения. Построены конечно элементные модели рассматриваемых конструкций в САЕ пакете ANSYS. Проведены серии численных экспериментов и построены зависимости размера пластической зоны, смещений, контактных давлений и температуры в зависимости от входных параметров (скорости величины внедрения силовых характеристик и т.п.).

Авторы выражает благодарность научным руководителям профессорам М.А. Тамаркину и А.Н. Соловьеву за помощь в работе.

## Расчет деформации в кирпичной кладке с различными видами кирпичей

**Нижник Д. А.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В работе выполнен анализ процесса деформации кирпичных кладок с использованием нескольких видов кирпичей с различной степенью пустотности. Проведена оценка прочности кладок с различной степенью пустотности. Приведены результаты выполненного численного анализа данной задачи в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS в пакете «Static structural». Использование кирпичей достаточно распространено в настоящее время. Это делает данный строительный материал весьма востребованным. В то же время процесс изготовления керамических кирпичей не только с каждым годом совершенствуется, но и их производство технологически различается для различных видов кирпичей. В силу этого свойства различных кирпичей могут отличаться как в зависимости от используемых при производстве компонентов, так и от формы изделий. В связи с этим появляется необходимость в соответствующих расчетах возникающих в кирпичах напряжений и деформаций, а так же расчетах на прочность, теплопроводность и морозостойкость. В данной работе решается задача расчета деформаций, возникающих в ложковой кладке в полкирпича. При этом рассматриваются одинаковые виды кладок, выполненные из кирпичей с различной степенью пустотности. Принято, что все кирпичи имеют одинаковые размеры и изготовлены из одинакового материала. Именно, в работе рассмотрены варианты, когда кирпичная кладка сложена из различных видов кирпичей согласно ГОСТ 530-2012 «Кирпич и камень керамический» и ГОСТ 379-2015 «Кирпич и камень силикатный»: полнотелый кирпич; кирпич с несквозными цилиндрическими пустотами в количестве трех пустот с диаметром отверстий 52 мм что составляет 15 % от общего объема; кирпич с целевидными пустотами в количестве восемнадцати пустот, что составляет 29% от общего объема. Для расчетов принято, что нижняя поверхность кладки жестко закреплена на абсолютно твердом основании. Боковые поверхности кладки свободны от напряжений. На верхней поверхности приложена равномерно распределенная нагрузка. Также принято, что между цементно-песочным раствором и кирпичом нет скольжения. Численное решение задачи проводится в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS 18.2 в пакете «Static structural». Этот пакет позволяет определять смещения, деформации и силы в структурах или компонентах, вызванные нагрузками, которые не вызывают значительных эффектов инерции. При генерации сетки в качестве конечного элемента выбран элемент SOLID65. Выбор этого элемента обусловлен тем, что в дальнейшем он позволит учитывать трещинообразование и дробление кирпичей. Результаты проведенных расчетов для кладок, выполненных из различных видов кирпичей, показали, что значения деформации при одинаковой нагрузке, не отличаются более чем на 5%. Это позволяет сделать вывод о том, что кирпичи с различной пустотностью не уступают по прочности и надежности полнотелым образцам.

## Анализ эффективности неоднородно поляризованных пьезоэлементов для накопления энергии

Оганесян П. А.<sup>1</sup>, Ивенский К. И.<sup>2</sup>, Романенко П. В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

В работе рассматриваются модели пьезоэлементов, используемых для накопления энергии. Проводится сравнительный анализ различных методов моделирования: метода конечных элементов с полным и частичным учетом неоднородной поляризации и метода на основе прикладной теории изгиба электроупругих пластин. Были построены конечно-элементные модели двухслойных и трехслойных стержневых и радиальных преобразователей. В качестве инструментов моделирования использовались конечно-элементные пакеты ANSYS и ACELAN. В пакете ACELAN были построены модели с полным учетом неоднородной поляризации, основанные на вычислении зависящих от поляризации материальных свойств в каждом узле численного интегрирования на этапе сборки локальных матриц жесткости. Геометрия моделей была описана в параметризованном виде для упрощения дальнейшей автоматизации численных экспериментов. Для каждой модели был проведен ряд численных экспериментов, позволяющих определить характер поляризации, возникающей в преобразователе для заданной конфигурации электродов. Далее были проведены эксперименты по определению образцов с наибольшим приростом коэффициента электромеханической связи (КЭМС) по сравнению с однородно поляризованными преобразователями той же формы. Для ряда моделей было показано, что переход от полного учета неоднородной поляризации к блочно-однородным моделям не приводит к существенному изменению численных результатов. Отдельные элементы полученных моделей были исследованы при помощи прикладной теории, сводящейся к решению системы дифференциальных уравнений. Были установлены пределы применимости прикладной теории, в которых замена вычислительно сложных КЭ моделей на упрощенную теоретическую модель оказывается допустимой. Эти пределы регулируются геометрическими характеристиками преобразователя. Наиболее перспективные с точки зрения эффективности вырабатываемой энергии преобразователи были дополнительно исследованы в составе электрической цепи в пакете ANSYS, а также изучены на предмет увеличения ширины полосы пропускания. В ходе численных экспериментов для некоторых моделей был установлен кратный прирост КЭМС, ширины полосы пропускания и напряжения, возникающего в цепи при добавлении в сопротивление. Предложенный подход позволяет проводить всесторонний анализ пьезоэлементов сложной структуры, допуская редуцирование полной модели неоднородной поляризации при помощи прикладной теории. Полученное при этом сокращение времени решения прямой задачи позволяет рассматривать полученные результаты как основу для построения оптимизационного процесса для решения коэффициентных обратных задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-01-00354 А).

## О разработке web-приложения для доступа к расчетным модулям комплекса ACELAN

**Оганесян П. А., Минаев М. С., Надолин Д. К., Холостов С. И.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В работе рассматриваются модули конечно-элементного комплекса ACELAN, предназначенные для редактирования и просмотра библиотеки материалов и для постпроцессорного анализа решения, используемые в моделировании неоднородных пьезокомпозигов. Реализован постпроцессор с использованием современных веб технологий, таких как Angular, Three.js. Данный модуль введён в конечно-элементный ACELAN для визуализации решений задач электромагнитоупругости. Реализован большой набор вспомогательного функционала для удобства анализа решения. Отображения тепловых карт для визуализации скалярного результата в узлах несколькими способами: линейный градиентный переход между узлами и усреднённое значение в элементах, результирующий объект состоит из нескольких материалов, для этого реализовано разделение объекта на материалы. Реализованы следующие функции пакета: построение каркаса деформированного состояния с заданным значением масштабирования, визуализация векторных полей различного вида с настраиваемым цветом и размером. Присутствуют способы строить перпендикулярные координатным осям сечения моделей, Реализована настраиваемая шкала результатов. Также был реализован пользовательский интерфейс с возможностями менять цвет рабочего пространства, выполнять смену камеры, выбирать наличие и цвет каркаса модели. Разработан и реализован способ хранения материальных свойств для всех классов анизотропии, позволяющий сэкономить занимаемое место путем эффективного размещения данных в реляционной базе данных. Пользовательский интерфейс реализован в виде web-приложения, позволяющего просматривать и редактировать материалы разных классов анизотропии с учетом их свойств. Серверная часть реализована с использованием кроссплатформенной технологии .NET Core и платформы .NET Standart, что позволяет использовать полученное приложение как на серверах под управлением различных операционных систем, так и в прикладных решениях для ПК. В приложении реализовано разделение материалов по пользователям, позволяющее ограничить область видимости данных. Единая библиотека может пополняться в многопользовательском режиме. Пользовательский интерфейс поддерживает валидацию введенных данных, упрощенный ввод для симметричных матриц материальных свойств и различные представления для разных классов анизотропии. Допускается преобразование свойств изотропных материалов в различные виды: модуль Юнга и коэффициент Пуассона, модуль всестороннего сжатия, коэффициенты Ламе. В приложении реализована возможность поворота осей локальной системы координат, в которой описаны материальные свойства. Совместно с системой ролей и механизмом авторизации данные модули позволяют полноценно использовать возможности web-версии пакета ACELAN.

Работа выполнена при поддержке гранта в рамках проектной части государственного задания (9.1001.2017/ПЧ).

## Конечноэлементное моделирование и расчет НДС пространственного металлического высокотемпературного компенсатора

**Панфилов И. А.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Пространственные металлические высокотемпературные компенсаторы (ПМВК) предназначены для обеспечения подвижности металлических перекрытий в различных направлениях под действием температурного расширения, препятствуя возникновению критических напряжений. Также ПМВК обеспечивает газовую плотность, препятствуя попаданию наружного воздуха. В частности, данные конструкции широко используются для котельного оборудования электростанций и генерирующих объектов промышленности.

ПМВК представляет прямоугольную конструкцию размерами по контуру несколько десятков метров, с полукруглым или П-образным сечением в профиле. Толщина металла ПМВК от 2 до 5 мм. ПМВК закрепляется с подвижной конструкцией узлами скольжения, которые должны компенсировать необходимые горизонтальные расширения конструкции. Вертикальные расширения компенсирует деформация профиля ПМВК.

Поскольку ПМВК представляет собой довольно сложную геометрическую конструкцию с подвижными граничными условиями, данная задача была выполнена МКЭ на основе геометрически нелинейных уравнений термоупругости на программном комплексе Ansys. Задача решалась в статической постановке, учет горизонтальных смещений ПМВК моделировался различными вариантами расположения ПМВК относительно основной конструкции. Задача рассматривалась в упругой стадии, при этом учитывалось влияние температуры на предел текучести стали, а также температурные деформации самого компенсатора. Для учета «особенностей» в углах компенсатора, расчет проводился в 2D постановке балочными элементами в различных сечениях ПМВК и в полной 3D постановке оболочечными элементами.

Таким образом, в данной работе был разработан параметризованный алгоритм для реализации расчета ПМВК. Были выполнены вычислительные эксперименты для определения искомых параметров при помощи разработанной модели пространственного металлического высокотемпературного компенсатора. Была выполнена серия расчетов и исследованы влияния геометрических параметров на НДС компенсатора, а также исследованы особенности функционирования температурного компенсатора в условиях изменяющихся температур и возникающих напряжений в элементах его конструкции. Получены результаты влияния горизонтальных смещений, горизонтальных сил в узлах скольжения на НДС компенсатора.

С целью снижения максимальных напряжений конструкции была выполнена параметрическая оптимизация и предложены новые геометрические параметры в местах изгиба ПМВК.



## О распространении поверхностных волн вдоль усеченного топографического волновода

**Паринова Л. И.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Поверхностные акустические волны впервые были описаны Лордом Рэлеем в 1885 г. Он провел теоретические исследования и показал, что для волн, распространяющихся в приповерхностном слое земного шара, амплитуда совпадает с глубиной. В 1960 г. была открыта изгибаемая краевая волна Коненкова и было получено первое дисперсионное уравнение. Интересно отметить, что в западной литературе изгибаемая краевая волна впервые была открыта и описана независимо от этих исследований в 1974 г.

Распространение волнового поля в топографических волноводах заинтересовало ученых в 70-х годах прошлого века. В настоящее время известно, что геометрические характеристики топографических волноводов влияют на распространение поверхностных акустических волн. Волноводные свойства поверхности актуальны при создании устройств обработки сигналов и для решения задач ультразвуковой дефектоскопии. Результаты исследования топографических структур также используются в сейсмике. Как правило, задачи о распространении поверхностных акустических волн решаются численными методами, в частности применяется метод конечных элементов. Случай распространения волн в изотропном материале достаточно подробно описан в литературе: рассчитаны скорости клиновых волн, показано, что в изотропном случае отсутствует дисперсия, и волна локализуется вблизи ребра клина с треугольным поперечным сечением. Существование волновой моды для клина с острым углом раствора доказано аналитически в 2008 г. В настоящей работе изучается волна, распространяющаяся вдоль ортотропного усеченного топографического волновода. С учетом теории анизотропных пластин переменной жесткости и вариационного принципа Гамильтона-Остроградского построен функционал, зависящий от двух спектральных параметров. Рассматривается антисимметричный случай, т.к. для симметричного случая рассматриваемые типы движений отсутствуют. Для численного исследования применяется метод Рунге для специальных координатных функций. В случае жестко-защемленного топографического волновода получены результаты значения относительной фазовой скорости в зависимости от угла раствора усеченного волновода. Рассмотрен частный случай – распространение волны вдоль волновода с прямоугольным поперечным сечением. В изотропном случае проведено сравнение скоростей поверхностных волн, распространяющихся вдоль бесконечного волновода с прямоугольным поперечным сечением, с аналогичными известными характеристиками изгибаемой волны Коненкова.

Автор выражает благодарность проф. Ватульяну А.О. за внимание к работе.

Математическое моделирование и эксперименты  
по высокоинтенсивному тепловому нагреву микроволновой энергией  
зерновых материалов

Пахомов В. И.<sup>1</sup>, Рудой Д. В.<sup>1</sup>, Иванов Ю. А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

<sup>2</sup>ВНИИ механизации животноводства, Зерноград

Нагрев материалов микроволновой энергией основан на явлении диэлектрической поляризации – перемещении в некоторых ограниченных пределах связанных электрических зарядов – диполей. Зерновые материалы имеют слабые диэлектрические свойства, однако в исследованиях удалось обеспечить их высокоинтенсивный нагрев от 1 до 10 и более градусов в секунду.

Для зерновых материалов, используемых как продукты питания человека или корма животным, важным источником энергии является крахмал. Он присутствует в зерне в виде крахмальных зёрен различной величины и формы. Зёрна крахмала имеют участки со структурой, близкой к кристаллической, и очень устойчивы к разрушению и соответственно к усвоению пищеварительными системами человека и животных. В естественном состоянии крахмал не растворим в холодной воде, хотя и адсорбирует определённое её количество.

Установлено, что при обработке зерновых материалов микроволновой электромагнитной энергией сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазона 915 и 2450 МГц диссоциированные в крахмал молекулы воды, имея существенно большие диэлектрические свойства, чем собственно зерновой крахмал, получают большой заряд энергии и перегреваются. При этом образуются многочисленные гидроксильные группы вдоль внутри крахмальных зёрен, разрывающие в результате высокоинтенсивного нагрева молекулярные связи.

Такое высокоинтенсивное теплофизическое воздействие на зерновые материалы, приводит к преобразованию содержащихся в них питательных веществ и в первую очередь крахмала по цепочке от сложных биополимеров к простым. Так, нативный крахмал зерна переходит в состояние близкое к сахарам – декстрины. Степень декстринизации крахмала в зерновых материалах, как показали исследования, связан с их исходными свойствами и режимными параметрами микроволновой обработки. При высокоинтенсивной обработке зерна пшеницы в опытах она достигала 50 – 70 %.

Эти преобразования крахмала сходны с преобразованиями, происходящими в пищеварительной системе сельскохозяйственных животных и человека, и могут способствовать повышению питательности обработанных микроволновой энергией зерновых продуктов.

Другой положительной особенностью высокоинтенсивного теплового нагрева зерновых материалов микроволновой энергией является уничтожение сопутствующей патогенной микрофлоры и практически полная стерилизация продукта. При этом, как показали эксперименты, 96-100 % стерилизация может быть достигнута в течении нескольких минут за счет скачкообразного фазового перехода содержащейся в зерновом материале влаги в пар по всему его объему.

## Определение НДС несущей панели цифровой антенной решетки

**Педенко А. Н., Горкун С. А.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Современные радиолокационные станции (РЛС) широко применяются для решения различных задач. В частности, корабельные РЛС служат для обеспечения информацией о надводной и воздушной обстановке. В последнее десятилетие интенсивно развиваются технологии создания цифровых антенных решеток (ЦАР), которые позволили расширить функции РЛС. К ЦАР предъявляются особые требования точности, надежности, кроме того, они должны эффективно действовать в различных сложных условиях. В связи с этим, уже на этапе проектирования необходимо провести детальный анализ воздействий, которые могут возникнуть во время эксплуатации конструкции.

В данной работе выполнен расчет напряжений и деформаций методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS одного из основных элементов ЦАР - несущей панели, на которую устанавливаются элементы, принимающие и передающие сигнал. Для получения численного решения выполнено разбиение геометрической модели на конечные элементы, причем выбрана тетраэдрическая сетка с линейной функцией формы.

Несущая панель состоит из четырех симметричных прямоугольных плит, соединенных между собой балкой с помощью винтовых соединений.

Антенный комплекс расположен на мачте корабля на высоте 50 м от центра тяжести корабля, смещен относительно продольной оси корабля на расстояние 4 м и наклонен к вертикали на угол 10°. Помимо этого, установленная на панель радиоаппаратура, создает нагрузку, которая неравномерно распределена по поверхности панели.

Под действием ветра морское волнение вызывает колебательные движения, совершаемые судном относительно положения равновесия. Антенна абсолютно жестко прикреплена к мачте корабля и колеблется вместе с ней. Расчет выполнен в случае бортовой качки корабля, которая приводит к значительным силовым воздействиям на элементы конструкции по сравнению с другими видами качки.

В данном случае рассмотрены колебания по формуле Крылова и проведено сравнение результатов с расчетами качки по простому синусоидальному закону.

Причем амплитуда и период качаний корабля не должны превышать величин, указанных в ГОСТ РВ 20.39.304-98 «Аппаратура, приборы, устройства и оборудование военного назначения».

В ходе проведенных расчетов, установлено, что максимальные напряжения и деформации возникают в винтовых соединениях в крайних точках панели. Также опасными сечениями являются, сечения, проходящие через центр панели. Сравнительный анализ результатов показал, что применение более точной формулы Крылова при расчете не приводит к существенным изменениям величин напряжений и деформаций.

## Исследование гармонических колебаний пороупругой балки с применением МГЭ

**Петров А. Н.<sup>1</sup>, Воробцов И. В.<sup>2</sup>, Боев А. В.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*НИИ механики ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

Пористые материалы широко применяются во многих отраслях промышленности и строительства: например, качестве теплоизоляции и шумоизоляции, фильтров и катализаторов. Обладая повышенной жесткостью, вибростойкостью и износостойкостью, пористые материалы являются основой различных природных объектов, и используются при изготовлении узлов конструкций и машин. В связи с этим значительный интерес вызывают задачи о колебаниях пористых балок и пластин, представляющих структурные элементы конструкций, фрагменты грунтового слоя и т. п.

В научной литературе представлено значительное количество исследований, посвященных изгибным колебаниям пористых пластин и балок. Предложены аналитические и полуаналитические решения в двухмерной и трехмерной постановках. Однако требования к строгости подходов значительно усложняют схемы решения таких задач и делают необходимым применение развитых численных методов, таких как методы конечных и граничных элементов. Результаты конечно-элементного моделирования и сравнение с аналитическими решениями представлены в некоторых работах, а результаты гранично-элементных расчетов в трехмерной постановке в литературе не приведены.

В работе рассматривается задача о действии нормальной гармонической силы на пороупругую балку. Для описания пороупругой сплошной среды используется математическая модель Био. В качестве метода решения используется прямой подход метода граничных интегральных уравнений (ГИУ), соответствующих исходной трехмерной краевой задаче математической теории пороупругости. Для решения ГИУ применяется метод граничных элементов (МГЭ).

Рассматривается пороупругая балка длиной 1 м, шириной 0.5 м и толщиной 0.1 м. На концах балки задана жесткая заделка пороупруго скелета, на верхней плоскости задана нормальная гармоническая сила с амплитудой 1000 Па. Боковые границы балки непроницаемы, а верхняя и нижняя плоскости свободны от порового давления. Параметры частично насыщенного пороупругого материала соответствуют скальной породе. Получены значения поперечных смещений и порового давления на боковой границе балки при различных значениях частоты возбуждающей силы. Исследовано влияние параметров пороупругой модели на величины перемещений и порового давления. Сделано сравнение с двухмерным численно-аналитическим решением.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации (договор №14.У26.31.0031).

## Алгоритмы управления контентом в информационно-аналитической системе «Портфолио» Школы лидерства ДГТУ

**Поркшеян М. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

NULLB работе рассматриваются алгоритмы управления контентом в информационно — аналитической системе «Портфолио» Школы лидерства Донского государственного технического университета. Основное назначение Школы лидерства состоит в формировании кадрового резерва и стратегическом управлении кадрами, обладающими высоким профессиональным и управленческим потенциалом. Основное назначение информационно-аналитической системы (АИС) «Портфолио» состоит в накоплении, систематизации и обработке данных, получаемых от кандидатов на вступление в Кадровый резерв. АИС «Портфолио» рассчитана на четыре вида пользователей, различных по функциям и используемым правам доступа: Потенциальные резервисты, Резервисты, Администраторы и Ректорат.

Контент АИС «Портфолио» динамичен. Изначально он заносится в систему при регистрации каждого нового участника. В дальнейшем он может быть изменен в связи с актуализацией информации. Наполнение контента осуществляют пользователи и ректорат. АИС «Портфолио» обеспечивает извлечение необходимых данных для контента из других подсистем не только информационно-образовательной среды вуза, но и информационных систем внешних сетевых ресурсов. Связи между различными АИС должны быть «одобрены» руководством и сформированы администратором. На основе имеющихся данных АИС «Портфолио» динамично генерирует статусы участников и актуализирует общий рейтинг. Статусы участников могут быть сгенерированы как по полному списку достижений, так и по отдельно выбранным показателям. Правила вычисления статуса задаются администратором в зависимости от конкретных задач.

АИС «Портфолио» предусматривает разбиение участников на группы по численному значению статуса, а также внутреннюю градацию в группах. Правила, по которым происходит такое разбиение, определяются администратором. Формирование списка потенциальных резервистов должно происходить на основе сравнения по ряду критериев. Правила сравнения кандидатов и отбора претендентов должны быть сформированы администратором совместно с руководством. АИС «Портфолио» поддерживает визуализацию накопленных данных и генерацию различных отчетов. Правила генерации отчетов задаются администратором, а сами отчеты запрашиваются руководством.

Контент АИС «Портфолио» должен периодически проверяться компетентными специалистами на достоверность. При обнаружении недостоверной и неактуальной информации система генерирует запрос администратору на изменение данных. Действующая модель АИС «Портфолио» внедрена в систему подготовки кадров опорного ВУЗа.

## Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния тел с неоднородной структурой

Порядина Н. А.<sup>1</sup>, Матросов А. А.<sup>1</sup>, Серебряная И. А.<sup>2</sup>, Нижник Д. А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

<sup>2</sup>Академия строительства и архитектуры ДГТУ, Ростов-на-Дону

В настоящее время в строительстве широко применяются материалы, обладающие неоднородными механическими характеристиками. Это обуславливает актуальность изучения современных методов определения напряженно-деформированного состояния, учитывающих эту неоднородность. Для моделирования напряженно-деформированного состояния тела с неоднородной структурой был применен метод конечных элементов. В качестве тела с неоднородной структурой выступает элемент кирпичной кладки. Метод конечных элементов реализован посредством программного комплекса Ansys Workbench. Выбор типа конечного элемента определяется видом напряженно-деформированного состояния и формой моделируемого тела. Поскольку доказано, что при испытаниях элемента кирпичной кладки на прочность при сжатии реализуется объемное напряженное состояние, был выбран восьмиузловой трехмерный конечный элемент. Далее необходимо задать свойства конечных элементов, для задач деформирования это прежде всего упругие свойства — коэффициент Пуассона и модуль Юнга, определенные нами для кирпича и цементно-песчаного раствора экспериментально. Поскольку задача является динамической, также была определена плотность материалов. В задачах подобного рода предполагается, что в каждом конечном элементе упругие свойства однородны и изотропны, однако в исследуемых нами материалах данное условие не реализуемо. Многие строительные материалы являются неоднородными уже вследствие условий их изготовления. В частности, керамический кирпич отличается существенной неоднородностью строения и анизотропностью физико-механических свойств, определяемой особенностями его производства. Кирпич имеет пористую зернистую структуру, причем различны как распределение зерен разной природы, размеров и формы в объеме материала, так и прочность сцепления частиц. Все эти факторы сложным образом влияют на свойства керамического кирпича. Неоднородность цементно-песчаного раствора в свою очередь возникает в результате неравномерности его созревания, неравномерности распределения его компонентов, физической и химической неоднородности продуктов гидратации цемента. При моделировании тел с неоднородной структурой возможны два подхода. Первый предполагает разработку новых конечных элементов с неоднородными свойствами. Второй состоит в использовании конечных элементов с однородными, но различными упругими свойствами в соответствии с заданным законом неоднородности. В нашем исследовании будет реализован второй подход.

## Сравнительный анализ моделей пластин применительно к моделированию решетчатой пластины глаза

**Потетюнко О. А.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Характерные морфологические изменения диска зрительного нерва (ДЗН) считаются важным клиническим биомаркером прогрессирования глаукомы. Экспериментальные свидетельства о том, что повреждение аксонов ганглиозной клетки сетчатки на уровне решетчатой пластинки (РП) вызывает изменения морфологии поверхности, связанные с экскавацией ДЗН и последующей потерей зрения. Отметим, что моделирование должно производиться с учетом неоднородности, поскольку она оказывает существенное влияние на деформирование РП при повышении ВГД и позволяет определить точки перегиба, исследование местоположения которых играет важную роль в практической диагностике глаукомы.

В работе рассмотрено несколько моделей пластин применительно к моделированию РП. Самая простая – модель Кирхгофа, в рамках которой РП моделируется круглой упругой пластиной переменной жесткости с различными условиями на границе, в том числе при наличии линейных упругих связей. В осесимметричном случае сформулирована краевая задача для пластины переменной жесткости при наличии упругого опирания. Для этого на основе вариационного принципа Лагранжа для пластины был сформулирован и решен численно на основе метода Рунге ряд вспомогательных задач, не содержащих искомым коэффициентов; получено представление прогиба как дробно-рациональной функции, содержащей искомые параметры, построена система нелинейных алгебраических уравнений, из которой и находятся коэффициенты жесткости заделки.

Также задача рассмотрена в рамках модели вязкоупругости. Объект моделируется круглой вязкоупругой пластиной переменной жесткости с различными условиями на границе, в том числе при наличии линейных вязкоупругих связей. В рамках установившихся колебаний вязкоупругие связи на краю характеризуются двумя комплексными коэффициентами в граничных условиях. Использован принцип соответствия, согласно которому для изучения колебаний пластины из вязкоупругого материала необходимо заменить модуль упругости комплексной функцией частоты координаты. В рамках такой модели также была поставлена и решена задача реконструкции параметров вязкоупругости на основе известного прогиба в наборе точек.

Кроме того, в работе рассмотрено моделирование упруго закрепленной РП с учетом больших деформации в рамках модели Кармана. Задачи о нахождении смещений и точек перегиба решены численно методом Рунге для различных законов неоднородности и значений параметров закрепления. Установлено, что при нормальном ВГД вклад слагаемых функционала, отвечающих за продольное смещение, незначителен. Проведено сравнение с результатами, полученными по линейной теории Кирхгофа, произведена оценка учета влияния больших деформаций на деформирование пластины.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю проф. Ватульняну А. О.

## О некоторых технологиях цифрового сторителлинга в образовательном процессе

Пустовалова О. Г.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Термин сторителлинг (storytelling), или рассказывание историй, вошел в нашу жизнь достаточно недавно, хотя его появление можно связать со временем зарождения человеческой речи, авторство же приписывают британцу Дэвиду Армстронгу. В настоящее время технологии сторителлинга активно и продуктивно применяются в самых различных областях человеческой деятельности, не являясь исключением и образованием.

Использование мультимедийного (multimedia) или цифрового (digital) сторителлинга в образовательном процессе позволяет увеличить процент усвоенного материала, повысить уровень заинтересованности учащихся в получении знаний, развить коммуникативные навыки, изучить новые информационные технологии.

Одним из принципов сторителлинга является применение коротких, эмоциональных сюжетов, зачастую связанных личным опытом или примерами, которые можно спроецировать на себя. При этом суть истории глубже проникает в сознание слушателей, осмысление происходит быстрее и проще, что в свою очередь позволяет повысить мотивацию и общий уровень знаний.

К цифровому сторителлингу относят такие мультимедийные продукты, как презентации, электронные публикации, видеоролики, html-страницы. Существует ряд свободно распространяемых программных продуктов, с помощью которых можно создавать элементы сторителлинга. Для быстрого создания сайтов в стиле лонгрид удобно использовать конструкторы [tilda.cc](http://tilda.cc) и [readymag.com](http://readymag.com), созданные российскими разработчиками. Данные сервисы отличаются достаточно обширным функционалом и несложным управлением. Веб-сервис [prezi.com](http://prezi.com) позволяет создавать интерактивные мультимедийные презентации с нелинейной структурой, главное отличие которых от презентаций PowerPoint состоит в масштабировании областей одного и того же листа. С помощью сервисов [Sparkol VideoScribe](http://Sparkol.com) и [Moovly](http://Moovly.com) возможно создавать видеоролики и мультимедийные презентации с различными эффектами, хотя бесплатное использование несколько ограничивает время выходного файла и количество стилей оформления. Онлайн-редактор [YouTube Video Editor](http://YouTube.com) позволяет редактировать и готовить несложные видео для дальнейшего использования. Также существует большое количество онлайн-сервисов для конвертирования видео-файлов в другие форматы.

Современное развитие ИКТ позволяет активно использовать различные средства для создания продуктов цифрового сторителлинга. И он является одним из новых методов, применяемых в образовательном процессе, при этом, он не суть замена типичным лекциям, а средство дополнения, расширения и помощи для лучшего и более глубокого понимания и усвоения преподаваемого материала.



## Метод оперативного обновления баз знаний экспертной системы на основе WEB-технологий

Родионова М. Н.

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

«Экспертные системы», или основанные на «знаниях» системы принятия решения, — это мощные компьютерные системы, в основе которых лежит технология управления знаниями. Данные системы отличаются от систем обработки данных способом представления данных, символьный выводом и применением эвристического поиска решения. Экспертные системы не отвергают и не заменяют традиционного подхода к разработке программ, ориентированного на решение формализованных задач, однако они предназначены для так называемых неформализованных задач. Следует подчеркнуть, что неформализованные задачи представляют собой и очень важный класс задач. Среди особенностей характерных экспертным система можно выделить: слабую формализуемость процесса принятия решений, нечеткость и альтернативность данного процесса, качественную природу используемых знаний, динамичность изменения проблемных областей. По сравнению с обычными информационными системами, разработка экспертных систем является сложным и трудоёмким процессом, что обуславливается перечисленными особенностями. При создании экспертной системы необходимо извлечь знания, для чего необходимо изучить множество источников, к которым относятся: специальная литература, базы фактуальных знаний, отчеты о решении аналогичных проблем, опыт работы специалистов в исследуемой проблемной области. При использовании традиционного подхода к построению баз знаний экспертных систем возникает следующая проблема: «При увеличении объемов проектируемой баз знаний возрастает сложность разделения и распределения по различным моделям (методам) представления всех «элементов» знаний, образующих единую модель предметной области». В качестве решения данной проблемы можно разработать метод сбора данных из интернет-источников с дальнейшим выделением из них знаний. При разработке метода оперативного обновления баз знаний экспертной системы на основе WEB-технологий целью выступает повышение оперативности обновления баз знаний экспертной системы за счет разработки и внедрения вышеназванного метода. В качестве объекта исследования выступает экспертная система. Предметом исследования является процесс обновления баз знаний. В качестве отличительной особенности выступает возможность наполнения баз знаний данными из интернета, комплексирование их знаниями экспертов; в области управления информационной безопасностью предлагается повысить оперативность за счет внедрения предлагаемого метода. Для достижения поставленной цели будут решены следующие задачи исследования: сбор существующих подходов и методов, анализ полученной информации, построение математической модели на основе проведенного анализа, улучшение модели, разработка метода оперативного обновления баз знаний экспертной системы на основе WEB-технологий, апробация метода, оценка результативности на примере существующей экспертной системы. Предлагаемый метод оперативного обновления данных в экспертных системах позволят повысить эффективность управления сложными техническими объектами.

## Моделирование процесса регенерации гидры с помощью системы Гирера—Мейнхарда

**Рябов А. С.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных широко используются для моделирования различных реальных систем, зависящих от времени, в частности, для описания и исследования биологических систем. Особую важность представляют системы реакции-диффузии, изначально введённые А. Тьюрингом в 1952 г. Целями настоящего исследования являются изучение устойчивости решений и проведение бифуркационного анализа системы Гирера-Мейнхарда, которая служит для описания пресноводных видов гидры.

Гидры — это крохотные кишечнополостные, обитающие в пресноводных водоёмах, которые в благоприятных условиях могут жить годами, десятилетиями и столетиями, не старея и не теряя в плодовитости. Рассматриваемая в данной работе система Гирера—Мейнхарда описывает процесс регенерации частей тела гидры.

Система Гирера—Мейнхарда имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{A} = \varepsilon^2 \Delta A - A + \frac{A^2}{H} \\ \tau \dot{H} = D \Delta H - H + A^2 \\ \left. \frac{\partial A}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = \left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_{\partial \Omega} = 0 \end{cases}$$

где  $\varepsilon^2, D$  — коэффициенты диффузии,  $\tau$  — управляющий параметр,  $t > 0$  — время,  $x \in \Omega$  — ограниченная область с кусочно-гладкой границей,  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ;  $A$  и  $H$  — концентрации активатора и ингибитора соответственно.

Стационарное состояние системы называется неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при добавлении диффузии. Неустойчивость Тьюринга служит для описания процесса морфогенеза.

В настоящей работе рассмотрен пространственно неоднородный случай системы Гирера—Мейнхарда, получено необходимое условие неустойчивости Тьюринга нетривиального стационарного состояния системы. Проведен линейный анализ устойчивости системы. Приведены примеры, показывающие, что необходимые условия неустойчивости Тьюринга не являются достаточными. Дан алгоритм получения достаточных условий неустойчивости Тьюринга, приведены результаты численных экспериментов.

С помощью метода Ляпунова—Шмидта построена асимптотика пространственно-неоднородных стационарных структур, которые образуются при критическом значении параметра диффузии, соответствующем неустойчивости Тьюринга. Явно выписаны первые члены асимптотики и проведена их визуализация.

Результаты работы могут быть применены в компьютерном моделировании процессов регенерации частей тела гидры.

## Экспериментальное и теоретическое исследование покрытий ZrN на различных подложках

Свэйн М. В.<sup>1</sup>, Садырин Е. В.<sup>1</sup>, Айзикович С. М.<sup>1</sup>, Васильев А. С.<sup>2</sup>, Митрин Б. И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород*

В данной работе представлена эффективная математическая модель, в основе которой лежит решение контактной задачи о внедрении штампа в упругое полупространство (подложку) с упругим слоем (покрытием). Данная модель позволяет анализировать результаты экспериментальных исследований по наноиндентированию образцов с покрытиями, обладающими слоистой или функционально-градиентной структурой. С помощью разработанного метода получены приближенные аналитические выражения для жесткости, силы и глубины индентирования. В рамках исследования проведено сравнение результатов математического моделирования с использованием данной модели и экспериментов по наноиндентированию покрытий из нитрида циркония (ZrN) на различных подложках. Пробоподготовка, определение химического состава и экспериментальное исследование образцов были проделаны на оборудовании РЦКП (nano.donstu.ru), лаборатории П.ЛиВТ, лаборатории ЭиОМ НОЦ «Материалы» и лаборатории структурного анализа и экспертизы материалов ДГТУ, а также в учебно-научной лаборатории наноматериалов ИММиКН им. И. И. Воровича ЮФУ.

Покрытие ZrN наносилось на установке Булат 6. Для исследования микροгеометрических характеристик образцов использовались атомно-силовая, 3D оптическая и сканирующая электронная микроскопия. Были получены значения шероховатости и толщины покрытий. Для определения механических свойств покрытий и подложек осуществлена серия экспериментов по наноиндентированию на установке Nanotest 600 Platform 3. Эксперименты проводились в камере при постоянной температуре  $27,0 \pm 0,1$  °С. Для обеспечения защиты прибора от механических вибраций он установлен на виброзащитной платформе с воздушной подушкой. Для всех экспериментов использовался индентор Берковича с алмазным наконечником. Применён следующий профиль изменения нагрузки: нагрузка линейно увеличивалась 30 с, удерживалась постоянной 30 с, затем линейно уменьшалась 30 с. Скорость сближения индентора с поверхностью составила 0,02 мкм/с.

Результаты сравнения теоретических и экспериментальных результатов демонстрируют, что выбранная математическая модель эффективно описывает эксперимент по наноиндентированию образцов с покрытиями из ZrN. Модель может быть использована для восстановления модуля Юнга таких покрытий.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 16-07-00958-а, 18-07-01177-а) и Минобрнауки РФ (госзадание 9.1481.2017/4.6, 9.4761.2017/6.7). Садырин Е. В. поддержан стипендией Президента РФ № СП-3672.2018.1.

## Система адаптивного тестирования готовности инженерно-технического персонала к профессиональной деятельности

Селихина А. В.

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Современное производство предъявляет высокие требования к компетентности специалистов. Работники должны быть готовы пройти тест на профпригодность по инициативе работодателя на любом этапе своей профессиональной деятельности. В таких случаях на помощь работодателям приходят тестовые технологии. В связи с этим проблема разработки и применения методов контроля готовности инженерно-технического персонала к профессиональной деятельности является очень актуальной. Цель исследования: оценить возможности и преимущества адаптивного тестирования для оценки готовности персонала к профессиональной деятельности, рассмотреть основные показатели качества теста, а также исследовать такие параметры, как валидность, надежность, длина и т.д. Задачи исследования: разработать модель адаптивного тестирования для проверки готовности инженерно-технического персонала к профессиональной деятельности, дать определение системе адаптивного тестирования, а также описать процесс организации адаптивного тестирования. Нарастание сложности заданий при адаптивном тестировании происходит итерационно. Если испытуемый выполняет задание верно, то ему дается более сложное задание. При неверном выполнении заданий систем системой тестирования совершается отход к более легким заданиям банка. К числу важных преимуществ компьютеризованного адаптивного тестирования можно отнести: высокую эффективность процесса; высокий уровень секретности; индивидуализацию темпа выполнения теста; высокий уровень мотивации к тестированию за счет исключения из процесса излишне трудных заданий; особошение результата в интервальной шкале тестовых баллов каждому испытуемому незамедлительно, сразу после окончания его работы над индивидуально подобранным набором заданий в адаптивном тесте.

Программный комплекс системы адаптивного тестирования должен предоставлять следующие возможности по организации процесса тестирования: автоматизация процесса создания тестов, качественное проведение процесса тестирования; открытость и наращиваемость системы; отсутствие жесткой привязки к какой-либо дисциплине; легкость создания и модификации тестов; обеспечение возможности многопользовательской работы; персонализированный доступ для всех категорий пользователей; защита от несанкционированного доступа к тестируемым заданиям.

В заключение, необходимо отметить, что адаптивное тестирование позволяет привнести в стандартные групповые тесты элементы индивидуализации, учета индивидуальных особенностей данного испытуемого в процессе тестирования.

Изучение закономерностей формирования и воздействия морских опасных явлений на прибрежную зону мелководного водоема в условиях глобальных климатических и индустриальных вызовов на основе математического моделирования

**Семенякина А. А., Никитина А. В., Чистяков А. Е.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Берега водоемов подвергаются повышенному риску в связи с ростом промышленной активности человека, а накладывающиеся на это изменения климата ведут к прибрежной эрозии, зачастую возникающей из-за кумулятивного эффекта вмешательства человека в структуру береговой линии. Возникает необходимость прогнозирования и математического моделирования изменения экологического состояния прибрежной зоны мелководных водоемов вследствие возникновения в них опасных явлений на больших масштабных сетках и на значительных временных интервалах. В соответствии с нормативными документами, время принятия решения для устранения ЧС природного или техногенного характера должно составлять от нескольких часов до 2 — 3 суток, т. е. время, отведенное на построение прогнозов экологического состояния прибрежных систем при возникновении опасных явлений, является ограниченным. Поэтому возникает необходимость в использовании многопроцессорной вычислительной системы.

Целью работы является разработка, исследование и численная реализация математической модели биогеохимического цикла мелководного водоема для изучения механизмов формирования и воздействия опасных явлений, таких как сток неочищенных вод предприятием, расположенным в береговой зоне, эвтрофикация, «цветение» фитопланктонных водорослей, вызывающее заморные явления рыб, на основе современных информационных технологий и вычислительных методов, позволяющих повысить точность прогнозного моделирования и обеспечивающих достоверность прогнозов динамических явлений береговой зоны. Модель учитывает: движение водного потока; микротурбулентную диффузию; гравитационное оседание загрязняющих примесей и планктона; нелинейное взаимодействие планктонных популяций; биогенный, температурный и кислородный режимы; влияние солености. Разработанная модель является вычислительно устойчивой при значительных перепадах глубин и значительных изменениях солености и температуры, что характерно для прибрежной зоны морских экосистем. Использование схем повышенного порядка точности с учетом частичной заполненности расчетных ячеек при дискретизации моделей позволит существенно повысить точность моделирования и сократить время вычислений. Для проведения калибровки, верификации разработанной модели, а также для проверки ее адекватности использовались экспедиционные данные, полученные в ходе научно-исследовательских работ а также спутниковые данные дистанционного зондирования Земли.

Работа выполнена при поддержке РФФ, проект № 17-11-01286.

## Об анизотропии свойств частично поляризованных поликристаллических сегнетоэлектриков

Скалиух А. С.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Моделирование необратимых процессов поляризации и деформирования поликристаллических сегнетоэлектриков — сегнетоэластиков является актуальной задачей в свете новых применений пьезокерамических материалов в виде тонких пленок. В основе моделирования процессов поляризации электрическим полем или деполяризации механическими напряжениями лежат определяющие соотношения, как для обратимых, так и необратимых параметров. Обратимые параметры связаны с параметрами внешних нагрузок линейными алгебраическими операторами, а необратимые либо дифференциальными, либо наследственными операторами. Однако эти операторы связаны между собой. Появление остаточной поляризации и остаточной деформации учитывается в алгебраических операторах для обратимых параметров. Материал, переходя из неполяризованного в поляризованное состояние, меняет класс анизотропии. Вопрос о классе анизотропии частично поляризованной или деполяризованной керамики является важным и мало исследованным в современной литературе.

В настоящем исследовании установлена функциональная зависимость между упругими, пьезоэлектрическими и диэлектрическими постоянными материала и остаточными параметрами при любых процессах поляризации - деполяризации. На основании термодинамики необратимых процессов получены линейные соотношения тензоров упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических модулей от вектора остаточной поляризации и тензора остаточной деформации. Показано, что тензоры упругих и диэлектрических постоянных зависят только от остаточной деформации, в то время как тензор пьезоэлектрических констант зависит только от вектора остаточной поляризации. Предложены алгоритмы вычисления компонент тензоров физических констант для случая частичной поляризации или деформации на основе метода усреднения и конечно-элементного анализа представительного объема как для процессов поляризации электрическим полем, так и деформирования механическими напряжениями.

Настоящее исследование является составной частью комплексной модели необратимых процессов поляризации — деполяризации полных сегнетоэлектриков — сегнетоэластиков.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 17-08-00860-а).

## Продольные трещины в полосе, усиленной тонким покрытием

**Соболь Б. В., Рашидова Е. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Проведено исследование задачи плоской деформации о равновесном состоянии упругой полосы, содержащей продольную прямолинейную трещину конечной длины. Трещина расположена параллельно граням, ее берега подвержены действию распределенной нагрузки и не взаимодействуют. Грани полосы усилены тонким гибким покрытием. Внешняя сторона покрытия свободна от напряжений. В качестве модели покрытия использованы специальные граничные условия, сформулированные на основе асимптотического анализа решения задачи для тонкой упругой полосы, изгибной жесткостью которой можно пренебречь. Исследование основано на методе интегральных преобразований, который позволил свести задачу к решению сингулярного интегрального уравнения первого рода с ядром Коши. В системе уравнений равновесия компоненты вектора перемещений представлены в форме интегралов Фурье, в результате чего оно сводится к системе однородных обыкновенных дифференциальных уравнений в терминах трансформант. Удовлетворяя далее граничным условиям задачи, представленным в трансформантах Фурье, переходим к терминам оригиналов. Описанные преобразования носят стандартный характер. Единственной особенностью при этом является удовлетворение граничному условию, моделирующему наличие покрытия.

Сингулярная часть ядра (ядро Коши) соответствует классическому случаю — задаче о прямолинейном разрезе в неограниченной упругой среде. Проведен анализ регулярной части ядра в зависимости от соотношений физических характеристик материалов полосы и покрытия, а также таких геометрических параметров, как размер трещины и толщины полосы и покрытия. Решение интегрального уравнения построено методом коллокаций в виде разложения по полиномам Чебышева с заранее выделенной особенностью. Проведен анализ сходимости метода в зависимости от соотношения значений параметров задачи. В каждом случае установлено количество узлов коллокации, необходимых для получения требуемой точности решения. Непосредственные расчеты показали высокую эффективность метода, которая в данном случае объясняется удачным подбором базисных функций.

Получены значения фактора влияния, приведенного коэффициента интенсивности нормальных напряжений в окрестности вершин трещины для различных комбинаций геометрических и физических параметров задачи. В частности, установлено, что увеличение толщины и жесткости покрытия ведет к снижению величины фактора влияния. Увеличение длины трещины или уменьшение ширины полосы влечет увеличение величины фактора влияния. Рассмотрены известные частные случаи рассматриваемой задачи. В частности, в случае отсутствия покрытия, результаты сопоставлены с имеющимися в литературе данными.

## Исследование вынужденных внутренних волн вызванных переменным атмосферным давлением

Соловьева А. А.<sup>1</sup>, Григоренко К. С.<sup>2</sup>, Хартиев С. М.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

<sup>2</sup>Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

<sup>3</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается распространение вынужденных внутренних волн в стратифицированном море, которое моделируется плоским слоем неоднородной несжимаемой вязкой жидкости постоянной глубины  $H$ . Рассматривается линеаризованная постановка задачи, в которой учитывается турбулентный обмен и горизонтальная диффузия плотности. В первой части работы система уравнений гидродинамики, в случае плоской волны, распространяющейся вдоль горизонтальной оси  $Ox$ , сводится к комплексно - значному обыкновенному дифференциальному уравнению четвертого порядка относительно  $w(z)$  - амплитудного значения вертикальной компоненты скорости, с граничными условиями на дне и поверхности. В качестве граничного условия на дне рассматривается непроницаемая поверхность, граничное условие на поверхности представляет собой бегущую гармоническую волну атмосферного давления.

Во второй части работы в программе Maple комплексно значное дифференциальное уравнение сводится к системе двух дифференциальных уравнений относительно действительных функций, действительной и комплексной части вертикальной скорости. В коэффициентах полученной системы уравнений присутствуют функция распределения плотности и ее производная по вертикальной координате. Функция распределения плотности берется из данных климатических атласов северных морей, в частности для определенного района Баренцева моря. С помощью ранее разработанной программы в среде MatLab строится стратификация плотности и частота Вэйсяля-Брента с помощью кубических сплайнов.

Третья часть работы посвящена проведению численных экспериментов. Численное решение полученной неоднородной краевой задачи строится в пакете Maple с помощью стандартной программы. Рассмотрены два варианта стратификации с учетом тонкой структуры и с использованием сглаженной функции, оценивается влияние тонкой структуры на амплитудное значение скорости. Численные расчеты показывают, что с достаточной степенью точности можно использовать сглаженную информацию распределения плотности по глубине. Далее рассчитываются амплитудно-частотные характеристики вынужденных волн, вызванных переменным атмосферным давлением. Находятся резонансные частоты. Строятся функции распределения скоростей на этих частотах. По полученным результатам могут быть вычислены напряжения и давления внутри жидкости, в частности, на резонансных частотах, то есть, могут быть найдены критические воздействия внутренних волн на объекты, находящиеся в океане, в частности, на сооружения, предназначенные для добычи и транспортировки углеводородов.



## Конечно-элементное моделирование хирургического скальпеля с пьезокерамическим приводом в ACELAN

Соловьева А. А., Герасименко Т. Е., Скалиух А. С.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Рассматривается математическое моделирование хирургического скальпеля с пьезоэлектрическим приводом, представляющего собой цепочку разных по геометрическим и физическим параметрам элементов: пьезокерамического, упругого и акустического и позволяющая описывать работу ультразвукового режущего устройства. Возбудителем колебаний выступает цилиндрический пьезокерамический преобразователь, совершающий колебания по толщине. Концентратор колебаний (коническая деталь, возможно с криволинейной боковой поверхностью) и стержневой элемент принимаются в качестве упругих элементов и выполнены из нержавеющей стали. Имитатором разрезаемого элемента выступает акустическая жидкость, вязкость которой задается в различных пределах. Проведен модальный и гармонический анализ сложной системы, состоящей из разных по физическим свойствам элементов. Построены осесимметричная и трехмерная конечно-элементные модели исследуемой системы. Для концентратора колебаний предложены различные виды кривизны и толщины звена с изменяемой формой поверхности. В пьезоэлементе рассматривается неоднородная поляризация, с помощью которой оптимизируются характеристики устройства. Исследованы резонансные частоты продольных колебаний системы и соответствующие им коэффициенты электромеханической связи. Рассмотрены различные случаи граничных условий на торцевой части прибора, закрепление по нормали, свободная поверхность и конструкция имитирующая корпус инструмента с полимерной прокладкой. Проведено сравнение результатов в пакетах COMSOL и ACELAN, показаны пределы адекватности осесимметричной модели и одномерной аналитической модели. Оценена зависимость значения первой собственной частоты от геометрических параметров и условий закрепления. Исследовано влияние динамической вязкости на АЧХ продольных колебаний. Получены амплитудно-частотные характеристики колебаний концевой части вблизи первой резонансной частоты. Показано, что наиболее эффективное возбуждение режущего инструмента происходит не на первой продольной моде, а на более высоких частотах, связанных с толщиной модой пьезоэлемента.

Гармонический и модальный анализ показал, что высокочастотные продольные колебания стержневого элемента значительно зависят от тангенса угла потерь упругих элементов и слабо зависят от вязкости контактирующей акустической среды. Полученные результаты могут представлять интерес при конструировании ультразвуковых режущих медицинских приборов.

Авторы благодарят П. А. Оганесяна за помощь в работе, связанную с моделированием в COMSOL.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 17-08-00860-а.

## Особенности обучения математическому моделированию в старших профильных классах

**Старостина И. В.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Моделирование обеспечивает формирование умений школьников мыслить связано, разбивать большую задачу на несколько маленьких подзадач, так как оно связывает в себе неформальный язык изучаемой области, формальный язык математики и современные способы программирования. Научившись строить математические модели в школе, выпускники успешно справляются с прикладными и техническими дисциплинами, обучаясь в ВУЗе. Обучение математическому моделированию в старших классах по технологическому профилю позволяет применить не только теорию к объекту исследования, но и провести эксперимент для проверки теории и получения видимых результатов.

Сказанным определяется интерес к рассмотрению решения типовых междисциплинарных задач с целью повышения уровня познавательного интереса к моделированию у старшеклассников. В качестве примера рассмотрим методические особенности решений одной из таких задач в рамках реализации элективного курса «Математическое моделирование» в 10 классе.

*Смешали 270г. 7% и 130г. 13% растворов соли. Вычислить массовую долю растворенного вещества в полученном растворе.*

В данной задаче объектом исследования является раствор соли. Моделью в задаче будет являться процесс смешивания двух растворов и полученный раствор соли. В итоге получим новый раствор, в котором будет уже новая концентрация соли. И массовую долю соли в новом растворе нам необходимо найти. В начале необходимо формализовать задачу, а затем на основе построения математической модели найти результаты на каждом из указанных этапов:

- найти массу соли в первом растворе до смешивания;
- найти массу соли во втором растворе до смешивания;
- найти общую массу полученного раствора после смешивания;
- найти общую массу соли в полученном растворе;
- вычислить массовую долю соли в полученном растворе.

В результате находится массовая доля соли (8,95%) в полученном растворе.

С целью рефлексии и проверки полученных результатов следующим заданием является реализация данной модели в свободно распространяемом пакете прикладных программ Scilab. Следует обратить внимание на тот факт, что освоение навыков работы с данной средой не требует особых знаний в области программирования. В качестве альтернативы можно предложить школьнику выбрать любой другой математический пакет для программной реализации данной задачи.

Таким образом, можно сказать, что математическое моделирование является важным элементом обучения в школе. Оно может стать полезным для учителей и интересным для школьников, так как могут использоваться различные программные средства.

Кинематические характеристики нормальных упругих волн  
в протяженных функционально-градиентных ортотропных цилиндрах  
секторного поперечного сечения

Сторожев В. И., Моисеенко И. А.

*Донецкий национальный университет*

Проблема анализа эффектов влияния параметров радиальной неоднородности материала волновода на топологическую картину спектра и кинематические характеристики нормальных упругих волн в телах цилиндрической геометрии на данный момент исследована лишь по достаточно ограниченному кругу аспектов, охватывающему случаи задания специального вида функционального закона радиального изменения физико-механических характеристик материала волновода, для которых исследованы волновые процессы в сплошных и полых протяженных цилиндрах, изготовленных из трансверсально-изотропных и цилиндрически ортотропных функционально градиентных материалов. При рассмотрении цилиндрических волноводов с секторным продольным вырезом указанные решения обобщены в случае, когда граничные условия на участках секторного выреза моделируются нанесением абсолютно гибкого микропанцирного покрытия. Изучены эффекты влияния параметров радиальной неоднородности материала волновода и угловой меры секторного выреза на волновые процессы в сплошных и полых трансверсально-изотропных цилиндрах. В данной работе исследована задача анализа спектров и свойств нормальных упругих волн вдоль протяженного цилиндра, изготовленного из цилиндрически ортотропного радиально неоднородного материала, в поперечном сечении которого имеется секторный вырез произвольной угловой меры. Модель включает уравнения и смешанные граничные условия на радиальных участках секторного выреза, моделирующие нанесение абсолютно гибкого микропанцирного покрытия и граничные условия основного типа для жестко заземленного либо для свободного цилиндрического участка граничной поверхности волновода. Полагается, что материал цилиндра является функционально-неоднородным в радиальных направлениях по всем своим физико-механическим свойствам, а его плотность и модули упругости характеризуются однотипными экспоненциально-степенными функциональными зависимостями радиальной координаты. Параметры экспоненциально-степенного закона изменения физико-механических постоянных характеризуют соответственно относительный максимальный уровень и форму локализации в теле волновода радиальной неоднородности материала. Общее решение системы дифференциальных уравнений модели построено для произвольного азимутального волнового числа, в явной форме зависящего от угловой меры секторного выреза и типа симметрии волновых движений, в матричной форме в виде разложений амплитудных компонентов вектора колебательных упругих перемещений в сходящиеся обобщенные ряды по радиальной координате. Сформулировано достаточное условие существования указанного решения. Реализован анализ зависимостей картины спектра, кинематических и энергетических характеристик бегущих нормальных волн от параметров радиальной неоднородности, угловой меры секторного выреза и порядкового номера азимутального волнового числа.

## Нечеткие оценки показателей концентрации напряжений в телах с упругими включениями

Сторожев С. В.<sup>1</sup>, Болнокин В. Е.<sup>2</sup>, Номбре С. В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Макеевка*

<sup>2</sup>*Институт машиноведения им. А. А. Благодравова РАН, Москва*

<sup>3</sup>*Донецкий национальный университет*

Учет влияния неконтрастности в задании исходных параметров геометрической и физической природы при оценивании уровней возможных разбросов в показателях концентрации механических напряжений около отверстий и включений в случае сжатия-растяжения тонких пластин остается на сегодняшний день актуальной фундаментальной и прикладной научной задачей, имеющей круг неисследованных аспектов. Ведущим теоретическим подходом к ее анализу, с точки зрения количественной пропорции специализированных тематических публикаций, является применение аппарата вероятностного стохастического анализа. Наряду с этим представляет интерес и развитие альтернативных подходов к описанию влияния факторов неопределенности эндогенных параметров в моделях механики деформируемых сред, связанных, в частности, с применением методов теории нечетких множеств. При этом среди вариантов постановки проблемы учета факторов неопределенности в механике деформируемого твердого тела на базе применения аппарата нечеткой математики можно выделить класс моделей, в которых экзогенные параметры физико-механической и геометрической природы являются аргументами классических четких аналитических расчетных соотношений для искомым эндогенных характеристик. Для таких моделей учет неопределенности может базироваться на переходе к нечетко-множественной интерпретации самих экзогенных параметров, не имеющих четких контрастных описаний, и на применении эвристического принципа обобщения (принципа расширения) при замене части переменных в функциональных соотношениях для эндогенных характеристик аргументами нечетко-множественного типа.

С учетом отмеченных соображений, в представляемой работе изложена методика применения методов нечеткой математики для описания неопределенности величин коэффициентов концентрации механических напряжений у контура эллиптического упругого включения в тонкой изотропной пластине в случае ее обобщенного плоского напряженного состояния (у контура протяженного цилиндрического включения эллиптического сечения в изотропном массиве при плоской деформации), при наличии разбросов в значениях физико-механических и геометрических параметров рассматриваемой конструкции. Принцип обобщения для получения искомого нечетко-множественного описания эндогенного показателя концентрации напряжений применяется в форме, использующей представления нечетко-интервальных экзогенных параметров суперпозициями по множествам альфа-уровня (альфа-срезах), и соответственно эндогенная характеристика на основании разработанного алгоритма решения формируется в аналогичном виде. Представлены примеры реализации метода при постановке задачи оценки влияния характеристик разбросов для величин полуосей эллиптического включения и (или) разброса величин упругих постоянных.

## Влияние микроструктуры металлов на термоупругий и термоэлектрический отклик при импульсном лазерном воздействии

Судьенков Ю. В.<sup>1</sup>, Зимин Б. А.<sup>2</sup>, Свентицкая В. Е.<sup>1</sup>, Смирнов И. В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет

<sup>2</sup>Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

В работе представлен анализ влияния процесса теплопереноса в металлах на параметры термонапряжений при импульсном лазерном воздействии. Динамическая задача термоупругости рассматривается как двухстадийный процесс. Первая стадия определяется временем действия импульса излучения, вторая — динамикой процесса теплопереноса после окончания лазерного импульса. Физический механизм теплопереноса в металлах указывает на неразрывную связь термоупругого и термоэлектрического эффектов в металлах и полупроводниках. Представлен анализ электронного механизма распространения тепла в металлах, показывающий неразрывность термоупругих и термоэлектрических процессов, и приведены результаты экспериментальных исследований.

Была разработана методика измерения термоэдс (ТЭДС) при лазерном импульсном воздействии на металлы и проведены исследования чувствительности ее к структурным изменениям в металлах. Экспериментальные исследования взаимосвязи термоупругого и термоэлектрического отклика металлов при импульсном лазерном воздействии, а также влияние микроструктуры на их параметры проводились на образцах меди и сплавов алюминия. Поверхности образцов диаметром 20–30 мм с толщинами от 1,5 мм до 4 мм были отшлифованы и отполированы. Воздействие осуществлялось импульсным лазером с длиной волны 1,06 мкм, длительностью импульса 10 нсек и плотностью энергии порядка 0,01 Дж/см<sup>2</sup>. Диаметр области облучения равнялся 15 мм. Упругие импульсы регистрировались пьезокерамическим датчиком, нагруженным на сопротивление 50 Ом, временное разрешение которого было менее 1 нсек. Термоэлектрический импульсный отклик на воздействие импульса излучения, измерялся на сопротивлении 10 кОм между образцом и заземлением. Регистрация электрических сигналов осуществлялась широкополосным осциллографом TDS-752C. Для оценки влияния микроструктуры испытуемого материала на параметры термоупругого и термоэлектрического отклика были проведены исследования на образцах алюминия АД1 и меди М1 в состоянии поставки и после интенсивной пластической деформации кручением (ИПДК).

Представлены результаты измерений термоупругого отклика и термоэлектрического отклика медных (М1) и алюминиевых (АД1) образцов в исходном состоянии и после ИПДК. Размер зерна в образцах в исходном состоянии равнялся 30 ÷ 40 мкм, после ИПДК составлял — 07 ÷ 0,9 мкм. Величины фазы растяжения и термоэлектрического импульса значительно меньше в образцах после ИПДК, что определяется снижением теплопроводности и электропроводности этих образцов, обусловленное существенным ростом плотности межзеренных границ, то есть ростом плотности потенциальных барьеров для потока электронов.

Результаты демонстрируют высокую чувствительность параметров термоупругого и термоэлектрического отклика металлов к структурным изменениям.

Моделирование возмущений многослойной полуограниченной упругой среды, возбуждаемой движущимися заглубленными и поверхностными источниками колебаний

Сыромятников П. В.<sup>1</sup>, Васильченко А. А.<sup>2</sup>, Лапина О. Н.<sup>3</sup>,  
Никитин Ю. Г.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Краснодарский технологический университет, Краснодар*

<sup>3</sup>*Кубанский государственный университет, Краснодар*

Работа посвящена исследованию возмущений на поверхности и в глубине многослойной изотропной среды, вызванных подвижной осциллирующей нагрузкой, заданной в виде скачка напряжений в области малых размеров, перемещающейся с постоянной скоростью в интерфейсной плоскости. Моделирование волновых полей, вызванных заглубленным источником, движущимся внутри многослойного твердого тела, сопряжено с рядом громоздких вычислительных проблем, что требует модификации имеющихся методов решения и разработки новых методов. С привлечением формализма блочных матриц Грина, описывающих колебания многослойных сред, решение исходных краевых задач может быть представлено в виде одно- или двукратных интегралов Фурье, аналогично тому, как это делается в случае неподвижных гармонических источников. Для расчета интегралов используются два метода численного интегрирования: метод прямого контурного интегрирования и метод интегрирования вычетов.

Рассматриваются три вида упругих сред: многослойное полупространство, пакет слоев с жестко фиксированным основанием, пакет слоев с механически свободным основанием. В зависимости от комбинации механических параметров слоев и скорости источника тип определяющих уравнений может меняться, уравнения могут быть смешанными. Проведены расчеты возмущений для сред с механически контрастными свойствами слоев, с различным количеством слоев и их относительной толщиной, для поверхностных и заглубленных источников различной конфигурации (точечный, распределенный, вертикальный, горизонтальный, антиплоский), движущихся в разных интерфейсных плоскостях с различной скоростью и частотой колебаний, в плоском и пространственном случае. Проведены расчеты амплитудно-частотных и амплитудно-скоростных характеристик модельных многослойных сред в широком частотном и скоростном диапазонах, проведен анализ особенностей и влияния на данные характеристики основных параметров задач. Обнаружены некоторые качественные различия в динамическом поведении неоднородных сред в сравнении с однородными: появление или, наоборот, исчезновение периодических решений, решений с периодической амплитудой, неограниченных в бесконечности решений, локализованных решений. Многочисленные расчеты позволили обобщить и подготовить рекомендации по практическому применению метода прямого контурного интегрирования и метода интегрирования вычетов для расчетов режимов движения поверхностных и заглубленных источников в упругих средах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ и администрации Краснодарского края 16-48-230336\_р-а.

## Биомеханический подход к исследованию синдрома интраабдоминальной гипертензии

**Туктамышев В. С.**

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

Повышение внутрибрюшного давления является следствием некоторых физиологических и патологических процессов, происходящих в брюшной полости. При этом ряд факторов может способствовать внутрибрюшной гипертензии, т.е. установившемуся высокому давлению в полости живота. Раскрытие причин возникновения внутрибрюшной гипертензии посвящено множество научных работ, в частности, междисциплинарные исследования, основанные на изучении природы внутрибрюшного давления. В этих исследованиях показана связь между механическими напряжениями в тканях переднебоковой брюшной стенки и давлением в полости. Внутрибрюшная гипертензия оказывает патологическое влияние на различные органы и системы человека. В основном, страдают сердечно-сосудистая, дыхательная и мочевыделительная системы. Устойчивое повышение внутрибрюшного давления до экстремальных значений может привести к летальному исходу. Таким образом, актуальной является задача создания инструмента для анализа закономерностей развития внутрибрюшной гипертензии у пациентов, находящихся в группе риска. В соответствии с этим, целью настоящего исследования является построение модели брюшной полости, позволяющей на основе индивидуальных параметров оценить риск развития внутрибрюшной гипертензии при наличии соответствующих предрасполагающих факторов. Достижение поставленной цели осуществляется посредством построения биомеханической модели брюшной полости, представляющей собой контейнер с гиперупругой оболочкой. Собственные исследования физической природы внутрибрюшного давления и некоторых механических свойств брюшных масс показали, что содержимое полости живота можно представить однородной несжимаемой жидкостью. Последнее утверждение позволяет исключить из рассмотрения биологическое разнообразие элементов полости (желудок, кишечник, сосуды и т.д.) и значительно упростить разработку искомой модели. Геометрические параметры контейнера (в рамках конкретного пациента) можно определить с помощью собственного программного инструмента обработки томографических снимков брюшной полости. Следует отметить, что работоспособность этого инструмента была подтверждена в ходе проведения исследования степени сжимаемости брюшного содержимого. Из мировой научной литературы известно, что с точки зрения механики для брюшной стенки характерно гиперупругое поведение. Поискам моделей гиперупругости, которые наилучшим образом описывали бы напряженно-деформированное состояние тканей оболочки брюшной полости, посвящено достаточно большое количество исследований. Среди них выделяется работа, связанная с упрощением моделирования переднебоковой брюшной стенки за счет виртуального сведения ее мышечных и соединительнотканых составляющих в однослойную оболочку с эффективными механическими характеристиками. В рамках представленной работы применяется аналогичный подход. При этом исследование функционирования разрабатываемой модели производится в рамках механических свойств, определяемых в экспериментальных исследованиях других авторов

## Численно-аналитическое исследование больших деформаций изгиба многослойной панели

**Тютюнникова Е. Д.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В настоящей работе представлены два подхода к решению задачи об изгибе слоистой нелинейно-упругой панели с прямоугольным поперечным сечением. В первом подходе с использованием полуобратного метода сформулирована крайевая задача. Рассмотрены в качестве моделей нелинейно-упругого поведения гармонический (полулинейный) материал Джона и упрощённая модель материала Блейтца и Ко. В среде Maple сгенерированы уравнения для случаев однородной и слоистой панелей, и разработаны схемы их решений. В случае слоистой панели для решения уравнения используется метод стрельбы, так как известны граничные условия и условие стыковки слоёв. Проведён численный анализ однородного случая, а также случая двух- и трёхслойной панели. В результате, для каждого значения угла изгиба полностью определяется напряжённо-деформированное состояние панели, что даёт возможность, в частности, построить графики зависимости изгибающего момента от угла изгиба. Вторым подходом решения задачи об изгибе слоистой панели заключается в том, что данная задача без каких-либо полуобратных гипотез анализируется с помощью пакета конечно-элементного анализа FlexPDE. В данном подходе в качестве моделей нелинейно-упругого поведения рассмотрены упрощённые модели материала Блейтца и Ко и материала Мурнагана. Построены графики зависимости изгибающего момента от угла изгиба, и проведено сравнение результатов двух подходов для однородной и слоистой панели, как между собой, так и с классической теорией изгиба.

Автор выражает глубокую благодарность М. И. Карякину за постоянное внимание и большую помощь в работе.



## Численное моделирование динамики распределенных вихревых конфигураций на плоскости в геофизических приближениях

**Филимонова А. М., Говорухин В. Н.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Математическое моделирование течений невязкой несжимаемой жидкости в геофизических приближениях играет большую роль в исследовании динамики вихревых конфигураций в атмосфере. В докладе представлены результаты анализа влияния различных параметров конфигурации и характеристик атмосферы на поведение различных вихревых конфигураций.

Математическая формулировка такой задачи описывается в виде системы уравнений в терминах завихренности и функции тока следующего вида:

$$\frac{D\omega}{Dt} \equiv \omega_t + \psi_y \omega_x - \psi_x \omega_y = 0, \quad (1)$$

$$-\Delta\psi = \omega + f, \quad (2)$$

где  $q$  – полная завихренность,  $\omega = \omega(x, y)$  – абсолютная завихренность,  $f = f(r) = f_0 - \frac{1}{2}\gamma r^2 + O(r^4)$ , – планетарная завихренность,  $\psi = \psi(x, y)$  – функция тока,  $\gamma = \text{const}$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  – полярный радиус.

В случае, когда  $\gamma = 0$ , задача (1)-(2) является уравнениями Эйлера динамики идеальной, несжимаемой жидкости на плоскости. Из первого уравнения (1) следует, что абсолютная завихренность  $\omega$  пассивно переносится жидкими частицами. Второе уравнение связывает абсолютную завихренность  $\omega$  и функцию тока  $\psi$ . Задача (1)-(2) рассматривается на всей плоскости для численного моделирования которой удобно использовать периодические граничные условия.

Для анализа динамики и взаимодействия вихревых конфигураций разработан вариант метода вихрей-в-ячейках. Данный метод основывается на аппроксимации кусочно-непрерывным набором кубических полиномов поля абсолютной завихренности, а также нахождения функции тока  $\psi$  проекционным методом Бубнова–Галеркина. Для исследования интенсивности взаимодействия вихревых пятен реализован алгоритм вычисления локальных показателей Ляпунова.

Представлены результаты тестовых расчетов, подтверждающих адекватность и применимость разработанной численной схемы. Изучена динамика вихревых конфигураций при различных параметрах модели, в отсутствие силы Кориолиса (при  $\gamma = 0$ ), а также её влияние на поведение и взаимодействие вихревых пятен. Рассматривались структуры из двух, трех и четырех однонаправленных круглых вихрей с постоянной завихренностью. Исследовано влияние величины внешнего вращения (параметра  $\gamma$ ) и геометрии начальной конфигурации на вид финальной вихревой структуры, реализующейся на больших временах.

## Моделирование процесса дегазации при анализе содержания водорода по методу плавления в потоке инертного газа

**Фролова К. П., Полянский В. А., Яковлев Ю. А.**

*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

Современные тенденции развития промышленности требуют применения новых материалов, обладающих модифицированными свойствами. Для реализации адекватного прогноза поведения данных материалов требуется учет даже небольших по концентрации составляющих – таких, как водород. Для контроля качества сплавов образцы проходят анализ содержания водорода. Для его извлечения могут использоваться методы вакуум-нагрева, вакуум-плавления и плавления в потоке газа-носителя. Последний метод является наиболее производительным с точки зрения скорости проведения анализа. Тем не менее, при реализации данного метода наблюдаются расхождения при измерениях концентрации водорода в стандартных образцах с аттестованными значениями менее 1 ppm и более 2 ppm. Подобное явление может быть связано как с тем, что растворенный водород имеет различные энергии связи, поэтому часть водорода не успевает экстрагироваться, так и особенностями работы анализаторов водорода.

Для исследования причины расхождений проведено моделирование работы промышленного анализатора водорода. Рассматривается быстрый индукционный нагрев цилиндрического образца, помещенного в графитовый тигель, в потоке аргона - инертного газа-носителя. Моделируются процессы нагревания, остывания образца в тигле и диффузия водорода. Исходя из решения уравнения теплового баланса определяется временная зависимость температуры системы «образец-тигель». На основании решения нестационарного уравнения диффузии определяются временные зависимости концентраций, соответствующих водороду с различными энергиями связи.

В анализаторе водорода его концентрация определяется с помощью ячейки теплопроводности, чувствительный элемент которой содержит две проволочные спирали. Принцип действия датчика заключается в изменении разницы в сопротивлении прогреваемых стабилизированным током спиралей, одна из которых обдувается чистым аргоном, а другая – смешанным с водородом, экстрагированным из образца. Получена временная зависимость температуры газа-носителя, показывающая, что он существенно меняет свою температуру после прохождения мимо прогреваемого тигля и смешивания с водородом. Это оказывает существенное влияние на температуру охлаждаемой смесью спирали датчика. При решении учитывается как конвективный, так и радиационный теплообмен, теплоемкость газа-носителя, тигля и образца с учетом его теплоты плавления. Полученный результат позволяет объяснить наблюдаемые экспериментально расхождения и интерпретировать результаты измерений с отрицательными концентрациями водорода, которые фиксируются при практическом применении анализаторов водорода в заводских лабораториях.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты 18-08-00201-а, 17-08-00783-а и 18-31-00329 мол-а)

## Долговечность пар трения при детерминированных нагрузках с позиций кинетической теории прочности

**Хозяев И. А., Пахомов В. И., Рудой Д. В.**

*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Ранее было показано, что разрушение твердых тел под нагрузкой является не критическим событием, заключающемся в превышении предела прочности действующим напряжением, а развивающимся в течении времени процессом накопления повреждений.

Такие процессы хорошо описываются кинетической теорией прочности, созданной С.Н. Журковым. На основе этой теории и установленных законов изменения действующих напряжений были построены модели долговечности твердых тел при гармонических напряжениях. Экспериментальная проверка показала адекватность совпадения результатов.

Анализ работы пар трения показал, что там также происходит накопление повреждений в связи с постоянным выносом частиц из зоны контакта. Это означает, что закономерности, полученные С.Н. Журковым, применимы и к процессу трения и износа. Нами были проанализированы нагрузки, действующие в парах трения машин. Оказалось, что все нагрузки можно разделить на две группы – детерминированные, когда изменение нагрузки описывается определенным видом функции, и стохастические. В данной статье рассматриваются пары трения при детерминированных нагрузках, когда сила меняется в течение одного цикла в зависимости от угла поворота или периода и она, в большинстве случаев, описывается кривыми второго порядка.

Известно, что любая кривая может быть заменена набором кусочно-линейных функций, причем, чем больше дробление, тем точнее приближение. Положив в основу аппроксимации кривых, описывающих нагрузку в узлах трения, это принцип, получили условия нагружения в парах трения, при детерминированной нагрузке. Это вполне приемлемо т.к. для износа существенное значение имеет не форма кривой, а максимальная разница между значениями амплитуд.

Исследования подтвердили адекватность расчетных и экспериментальных значений интенсивности износа пар трения чугуна-текстолита. Результаты подтвердили, что кинетическая теория может быть использована для описания работы пар трения. Дальнейшая задача заключается в создании обобщенной модели долговечности твердых тел и пар трения при стохастических нагрузках.

## Моделирование мышечного сокращения

**Цатуриян А. К.**

*Институт механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва*

Обзорный доклад посвящен некоторым особенностям моделирования сократительной функции мышечной ткани. Мышечная ткань составляет основу многих тканей человеческого организма, в первую очередь исследование сократимости важно для исследования насосной функции сердца или его отдельных камер. Для этого необходима математическая модель, описывающая процесс распространения электрических импульсов по сердечной мышце (миокарду), электро-механическое сопряжение, т.е. цепочку биохимических процессов, запускаемых электрическим импульсом и приводящих к развитию активных напряжений и деформаций, и собственно механику сердечной мышцы, включая как пассивные упругие, так и активные напряжения и деформации. Несмотря на большое количество моделей, разработанных к настоящему времени различными группами исследователей, большинство из них либо слишком сложны как с точки зрения определения параметров модели и с вычислительной точки зрения, чтобы их можно было использовать для решения сложных пространственных задач, либо, наоборот, слишком просты, чтобы адекватно описать различные аспекты механики активно сокращающегося миокарда.

Мышца сокращается в результате относительного скольжения толстых миозиновых нитей относительно тонких. Активные усилия и перемещения развивают головки миозина, выступающие из толстых нитей, при взаимодействии с мономерами актина, составляющего основу тонких нитей. Отметим, что сокращение и расслабление мышцы регулируются путем изменения внутриклеточной концентрации ионов кальция, которые обратимо связываются с регуляторным белком тропонином, входящим в структуру тонких нитей. Другой регуляторный белок, тропомиозин, представляет собой супер-спираль, образованную двумя переплетенными альфа-спиралями. Соседние димерные молекулы тропомиозина соединяются друг с другом «голова к хвосту», образуя непрерывный тяж, который располагается в спиральной борозде вдоль всей актиновой нити. В отсутствие ионов кальция, тропонин присоединяется к актину, смещая тропомиозин в положение, в котором он закрывает миозин-связывающие участки на актине. Связывание кальция с тропонином освобождает тропомиозин, в результате чего он поворачивается относительно оси актиновой нити и приоткрывает эти участки. Последующее присоединение миозиновых головок к актину вызывает дальнейшее смещение тропомиозина и открытие участков связывания на актине для соседних миозиновых головок.

Многие свойства системы регуляции сокращения могут быть объяснены в рамках модели, которая рассматривает тропомиозин как нерастяжимый упругий стержень, который имеет в ненапряженном состоянии форму спирали и может перемещаться по поверхности актиновой нити. Эта модель также позволяет оценить, как изменение жесткости тропомиозиновой молекулы может повлиять на характер кальциевой регуляции сокращения. Ранее был развит и реализован метод измерения изгибной жесткости реконструированных актиновых нитей с по-

мощью оптических щипцов и показано, что чувствительность этого метода достаточна для выявления изменений жесткости, вызванной точечной мутацией в молекуле тропомиозина. Другой подход к оценке жесткости тропомиозина дает метод молекулярной динамики, причем анализ молекулярно-динамических траекторий позволяет оценить так называемую персистентную длину тропомиозиновой молекулы, обратно пропорциональную ее изгибной жесткости.

В докладе описаны также некоторые результаты применения этих подходов к анализу изгибной жесткости молекул тропомиозина, а также осуществлено сравнение с данными измерений характеристик кальциевой регуляции актин-миозинового движения «in vitro» для реконструированных тонких нитей с таким же тропомиозином.

## Тестирование по вычислительной математике для студентов направления подготовки «Фундаментальная информатика и информационные технологии»

**Цывенкова О. А.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Дисциплина «Вычислительная математика» относится к базовой части программы бакалавриата по направлению подготовки «Фундаментальная математика и информационные технологии» Института математики, механики и компьютерных наук имени И. И. Воровича Южного федерального университета. Трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, из которых 60% составляет самостоятельная работа над лабораторными работами, индивидуальными заданиями и подготовка к экзамену. Самостоятельная работа включает в себя проверку освоения учебного материала, которую можно проводить с использованием тестов.

Тестирование как средство контроля остаточных знаний сегодня активно используется в процессе дистанционного обучения. Тестирование теперь является формой проведения государственного экзамена в рамках итоговой аттестации. Тестирование используется для проверки остаточных знаний про государственной аккредитации образовательных программ. Тестирование удобно тем, что может быть организовано в различных формах, с использованием заданий с выбором ответа, с кратким или развернутым ответом. Для реализации тестирования удобно использовать виртуальную обучающую среду, например Moodle. Moodle относится к системам дистанционного обучения и легко может использоваться студентом для проверки себя в любое удобное время и в любом удобном месте.

Дисциплина «Вычислительная математика» изучается в течение одного семестра, состоит из четырех модулей. Каждый модуль предусматривает приобретение умений и навыков применения вычислительного алгоритма для решения конкретной задачи из курса математического анализа, курса линейной алгебры, курса дифференциальных уравнений и др. Умение ставить задачу, выбирать метод решения, реализовывать алгоритм и проводить вычислительный эксперимент с помощью математического пакета составляют основу для выработки профессиональной компетенции ПК-3, которая заключается в способности использовать современные инструментальные и вычислительные средства для решения профессиональных задач.

Задания с выбором ответа могут использоваться для проверки умения определять нужный метод для решения конкретной задачи. Задания с кратким ответом позволяет проверить навыки получения значения определенного интеграла с требуемой точностью, или значения функции с использованием интерполяционного многочлена. Задания с развернутым ответом могут использоваться для проверки пошагового решения поставленной задачи тем или иным методом.

Сложность заданий теста может предполагать использование математических пакетов или умение получать результат на бумаге.

## Возбуждение штампом колебаний в полом цилиндрическом волноводе периодической структуры

**Чебаков М. И., Колосова Е. М.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Проведено исследование осесимметричной задачи о возбуждении штампом крутильных колебаний в полом цилиндрическом волноводе с периодически изменяющимися механическими свойствами вдоль продольной координаты. Отрезок рассматриваемого волновода, соответствующий минимальному периоду изменения механических свойств, может состоять из любого количества однородных областей (конечные цилиндры) различной длины и с различными упругими постоянными.

Исследования, направленные на изучение проблем распространения колебаний в телах периодической структуры, имеют важное теоретическое и прикладное значение.

Для того, чтобы избежать решения дифференциального уравнения с переменными коэффициентами, на первом этапе решения задачи строится специальный оператор перехода, позволяющий по значениям вектора перемещений и тензора напряжений на одном поперечном сечении волновода находить их значения на другом поперечном сечении, отстоящем от первого на расстоянии, равном величине минимального периода изменения свойств волновода. На втором этапе решения задачи строятся соотношения для вычисления собственных чисел полученного оператора перехода. Расчеты собственных чисел показали, что их в зависимости от частоты и номера условно можно разделить на две группы в зависимости от величины их модуля. К первой группе следует отнести собственные числа, модуль которых равен единице, ко второй остальные. При этом все комплексные собственные числа находятся на единичной окружности.

Был проведен анализ чисел в зависимости от частоты колебаний штампа, их номера и числа однородных областей с различными свойствами в периоде, который позволил установить существование чередующихся интервалов изменения частоты, когда собственные числа принадлежат к первой группе или ко второй. Возможны варианты, когда при определенных значениях частоты ко второй группе принадлежат все собственные числа.

Проведенное исследование собственных чисел оператора перехода позволило проанализировать характер распространения колебания в цилиндре и определить интервалы частот, когда колебания в волноводе затухают или распространяются.

Следует отметить, что ранее аналогичные результаты были получены для областей периодической структуры типа полуплоскости, полосы и др.

В дальнейшем для определения контактных напряжений было построено интегральное уравнение поставленной динамической контактной задачи, ядро которого имеет логарифмическую особенность, что позволило получить решение уравнений с помощью асимптотического метода «больших  $\lambda$ »

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 9.4726.2017/8.9).

Исследования изгибных колебаний пьезоэлектрического биморфа  
на основе прикладной теории второго порядка

Чебаненко В. А.<sup>1</sup>, Паринов И. А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

<sup>2</sup>Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается плоская задача об установившихся изгибных колебаниях пластины, обладающей бесконечной шириной в направлении  $x_2$ . Пластина состоит из трёх слоёв. Внешние два слоя, обладающих толщиной  $h$ , представляют собой два одинаковых слоя из пьезоактивного материала, поляризованного в направлении оси  $x_3$ . Между ними находится чисто упругий слой толщиной  $H$ . Начало координат находится в середине внутреннего слоя по центру пластины.

Пьезоэлектрические слои электродированы с обеих сторон  $x_3 = \pm(H/2 + h)$  и  $x_3 = \pm H/2$ . Внешние и внутренние электроды соединены между собой соответственно.

В работе используется электрический потенциал слоя следующего вида:

$$\varphi(x_1, \tilde{x}_3) = V_1(x_1) \frac{\tilde{x}_3}{h} \left( \frac{2\tilde{x}_3}{h} - 1 \right) + V_2(x_1) \left( 1 - \frac{4\tilde{x}_3^2}{h^2} \right) + V_3(x_1) \frac{\tilde{x}_3}{h} \left( \frac{2\tilde{x}_3}{h} + 1 \right)$$

Здесь, для удобства описания введена относительная координата  $\tilde{x}_3 = x_3 - (H/2 + h/2)$ . В нижнем слое предполагается аналогичное распределение при  $\tilde{x}_3 = x_3 + (H/2 + h/2)$ .

Использование электрического потенциала в такой форме позволяет учитывать электрические граничные условия на  $x_3 = \pm(H/2 + h)$  и  $x_3 = \pm H/2$ , а также значение в середине пьезоактивных слоев  $x_3 = \pm(H/2 + h/2)$ . В рамках исследуемой задачи, рассматривался следующий случай:

$$V_1(x_1) = V_1 = const, \quad V_2(x_1) = \Phi(x_1), \quad V_3(x_1) = V_3 = const$$

Здесь  $\Phi(x_1)$  — неизвестная функция распределения потенциала в середине пьезоактивного слоя в направлении оси  $x_1$ .

Такое распределение возникает при решении задач нахождения собственных резонансных частот и форм колебаний или в случае вынужденных колебаний при их механическом возбуждении, когда электрические потенциалы на электродах равны нулю.

Принятое в работе квадратичное распределение электрического потенциала показало хорошую согласованность результатов с конечно-элементным расчётом, для собственных колебаний и установившихся колебаний при заданной разности потенциалов, когда распределение электрического потенциала близко к линейному.

Авторы благодарят Соловьёва А.Н. за внимание к работе.

Работа подготовлена в рамках реализации проектов РФФИ 18-38-00912 мол\_а и 16-58-52013 МНТ-а.



Исследование адекватности прикладной теории колебаний пьезоэлектрической структуры преобразования энергии на основе анализа её напряжённо-деформированного состояния

Чебаненко В. А.<sup>1</sup>, Соловьев А. Н.<sup>2</sup>, Паринов И. А.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

<sup>2</sup>*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

<sup>3</sup>*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Применение пьезоэлектрических структур получило широкое распространение в различных областях науки и техники. Одним из направлений использования пьезоэлектрических структур является сбор и накопление энергии из внешней среды. Устройства накопления энергии, использующие пьезоэлектрический эффект, называются пьезоэлектрическими структурами преобразования энергии (ПСПЭ). Они являются альтернативными источниками энергии. Данные устройства преобразуют энергию механических колебаний, присутствующих в окружающей среде, в электрическую энергию, пригодную для питания маломощных автономных устройств. Аналитические методы расчёта подобных устройств недостаточно развиты. Поэтому необходимо дальнейшее развитие методик анализа ПСПЭ на основе различных прикладных теорий для моделей связанной электроупругости.

В данной работе рассматривается адекватность разработанной ранее прикладной теории колебаний ПСПЭ кантилеверного типа (трёхслойная балка: внешние слои — пьезокерамика, внутренний — текстолит), в основе которой лежит гипотеза единой нормали. Основным методом исследования был сравнительный анализ результатов численного моделирования и результатов конечно-элементного (КЭ) моделирования её напряженно-деформированного состояния.

Сравнение результатов расчёта напряжено-деформированного и электрического состояния кантилевера по прикладной теории и КЭ модели (в пакете ACELAN) в рамках плоско-напряженного состояния при условии разомкнутой электрической цепи на частоте в окрестности первого резонанса, показывает хорошее качественное совпадение характеристик. В количественном отношении, при относительной разнице в прогибе, составляющей 9%, относительная разница в максимальных напряжениях  $\sigma_{11}$  на свободных границах пьезоэлемента в их средней части по длине не превысила 10%. Кроме того, проводилось сравнение с КЭ моделью, построенной в пакете ANSYS, по результатам которого относительная погрешность определения резонансных частот и выходного электрического напряжения составила 6%

На основе проведённых численных экспериментов было показано, что разработанная прикладная теория колебаний ПСПЭ с высокой степенью точности описывается на основе гипотезы единой нормали.

Работа подготовлена в рамках реализации проектов РФФИ 18-38-00912 мол\_а и 16-58-52013 МНТ-а.

## Создание на основе интерактивного расписания приложения для управления аудиторным фондом

**Чердынцева М. И.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Разработанное и используемое в институте математики, механики и компьютерных наук ЮФУ интерактивное расписание может быть использовано для решения разнообразных задач. В частности, проблема управления аудиторным фондом в ситуациях, когда необходимо выделение аудиторий для проходящих вне расписания мероприятий, является достаточно актуальной. В институте, помимо занятий студентов, проводятся занятия со школьниками воскресной компьютерной школы, математической школы, нулевого курса. В вечернее время проводятся научные семинары, занимаются студенческие кружки. Студенты старших курсов и магистры проводят дополнительные консультации для студентов 1-2 курсов. Поэтому, если возникает необходимость проведения какого-то мероприятия, приходится не только выделять для его проведения аудиторию, но и оперативно перемещать занятия в другие аудитории. Зачастую такие перемещения затрагивают даже несколько занятий, если требуется аудитория с определенными характеристиками (количество посадочных мест, наличие презентационного оборудования, наличие компьютеров и пр.)

Для того, чтобы облегчить поиск подходящих аудиторий создано веб-приложение «управление аудиторным фондом». Информация о занятиях, необходимая для работы приложения, берется из базы данных интерактивного приложения. Простой интерфейс позволяет найти и временно занять аудиторию для проводимого мероприятия. Поскольку некоторые мероприятия могут проводиться не по сетке аудиторных занятий, предусмотрена возможность задавать время проведения не в парах, а в астрономических часах.

Если аудитория в нужное время занята, требуется подобрать варианты перемещения занятий (возможно нескольких). При этом дополнительно сообщаются сведения об имеющихся свободных аудиториях и их характеристиках. Приложение выполняет контроль ошибочных ситуаций: два занятия/мероприятия назначены в пересекающееся время, при переносе занятий были потери, не установлено окончание переноса. В таких ситуациях выдается предупреждение. Результаты сделанных изменений в расписании сохраняются в базе данных и действуют до момента, определенного в условии временного изменения расписания. Это позволяет отслеживать состояние аудиторного фонда и в случае пересечения нескольких мероприятий.

В дальнейшем планируется добавить в приложение возможность анализа загруженности аудиторий, частоты переноса занятий. На основе таких данных можно пытаться дополнить приложение функциями оценки эффективности использования аудиторного фонда и предложения вариантов переноса. В разработке веб-приложения «управление аудиторным фондом» и расширении функций интерактивного расписания участвуют студенты ИТ-лаборатории ИММиКН.

## Особенности потери устойчивости нелинейно упругой сферической оболочки с поверхностными напряжениями

**Шейдаков Д. Н., Михайлова И. Б.**

*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

Различные поверхностные явления часто оказывают существенное влияние на характер деформирования микро- и наноразмерных тел в результате чего поведение последних может существенно отличаться от поведения тел макроразмеров. Кроме того, они способны играть значительную роль в механике тел, на поверхности которых нанесено сверхтонкое покрытие или произведена некоторая обработка поверхности, изменяющая ее свойства. В последнее время для моделирования поверхностных явлений получила развитие теория упругости с поверхностными напряжениями. В рамках этой теории помимо обычных напряжений, распределенных в объеме, учитываются еще и независимые поверхностные напряжения на границе тела или ее части, которые обобщают известное в гидромеханике скалярное поверхностное натяжение на случай твердых тел. Введение поверхностных напряжений позволяет, в частности, описать характерный для наноматериалов размерный эффект.

Целью настоящего исследования является изучение особенностей потери устойчивости толстых нелинейно упругих сферических оболочек с поверхностными напряжениями. В рамках общей теории устойчивости трехмерных тел проведен анализ бифуркации равновесия сферической оболочки при внешнем давлении. Для описания ее поведения использовалась модель Гертгина—Мердока. Данная модель тела с поверхностными напряжениями с механической точки зрения эквивалентна деформируемому телу, на поверхности которого приклеена упругая мембрана. Тензор поверхностных напряжений в рамках модели Гертгина—Мердока может рассматриваться как тензор усилий, действующий в этой мембране.

Для определения начального (докритического) напряженно-деформируемого состояния сферической оболочки в условиях больших деформаций применялся полуобратный метод. При выводе линеаризованных уравнений равновесия в объеме и на поверхности использовался метод линеаризации, адаптированный к задачам нелинейной теории упругости. Путем численного решения полученной линеаризованной краевой задачи для ряда конкретных материалов найдены спектры критических значений внешнего давления и соответствующие им моды выпучивания. Используя полученные результаты подробно проанализирован размерный эффект и изучено влияние упругих свойств внутренней и внешней поверхности сферической оболочки на потерю устойчивости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 16-08-00802-а, 16-01-00647-а, 16-48-230068-р\_а).

## Моделирование распространения волны в неоднородном волноводе с покрытием

**Юров В. О.**

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

В развивающихся областях акустического мониторинга структурной целостности и неразрушающего контроля основной информацией о волноводе является регистрация полей перемещений на его поверхности.

Исследовано влияние неоднородности механических характеристик и наличия двух типов предварительных напряжений (раздувание внутренним давлением и предварительное растяжение-сжатие) на распространение волн в цилиндрическом неоднородном по радиальной координате волноводе. Задача сформулирована в форме, позволяющей с единых позиций исследовать произвольные законы неоднородности (в том числе кусочно-постоянные), изучать влияние однородных и функционально-градиентных покрытий на волновые поля. В рамках предположений об установившемся характере и осесимметричности колебаний задача с помощью интегрального преобразования Фурье сведена к векторному дифференциальному уравнению первого порядка с двумя спектральными параметрами. Задача в трансформантах решается численно методом пристрелки для любых сочетаний спектральных параметров, в том числе комплексных. Для вычисления обратного интегрального преобразования от мероморфной функции с особенностями типа полюсов, которая не имеет явного представления, использована теория вычетов. Контур интегрирования выбирается в соответствии с принципом предельного поглощения. Вещественные полюса в регулярном и нерегулярном случаях огибаются этим контуром по-разному. Для нахождения вычетов решается вспомогательная краевая задача для системы, полученной из искомой путем разложения в ряды Лорана в окрестности полюсов. Проанализировано влияние ПН на поля перемещений на внешней границе волновода, которое в целом мало. Выявлены частотные области, в первую очередь, в окрестности радиальных резонансов, в которых решение наиболее чувствительно к наличию ПН. Выполнено сравнение кусочно-постоянного и градиентного законов неоднородности в окрестности области контакта трубы и внутреннего однородного покрытия.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 18-11-00069)

Автор выражает благодарность научному руководителю Ватульяну А. О. за внимание к работе.

## Об одном подходе к решению задачи идентификации свойств неоднородных слоистых структур

**Явруян О. В.**

*Южный математический институт — филиал ВЦ РАН, Владикавказ*

Поведение многие биологических объектов подобно поведению сложных слоистых структур с существенно неоднородными свойствами: кожный и жировой покров человека, стенки внутренних органов и кровеносных сосудов, мышечная ткань. Количественное определение неоднородных характеристик слоистых биоматериалов позволит моделировать реальное поведение сложных биологических систем и объектов с существенно неоднородными свойствами, расширит возможности создания и исследования новых функционально-градиентных и биосовместимых материалов. Современное состояние поставленной задачи является открытым, поскольку в настоящий момент в основном внимание уделено определению постоянных параметров слоистых структур, свойства которых однородны или кусочно-однородны (пакет однородных слоев, слоистые биокompозиты), при этом пространство поиска параметров конечномерно, вычислительные схемы их идентификации на основе анализа отклика на динамическое возмущение достаточно просты и сводятся к процедуре минимизации функционалов невязки.

Разработана эффективная вычислительная схема восстановления законов неоднородностей для слоистых структур в рамках линейных моделей упругости и вязкоупругости, которая может быть применены к различным моделям биомеханики. Реконструкция осуществляется по данным акустического зондирования доступной поверхности, без проникновения внутрь объекта исследования, что особенно актуально в случае работы с биообъектами. За счет выбора эффективных режимов нагружения, предлагаемая схема исследования позволяет определять до шести неизвестных функций, характеризующих механические свойства слоистой структуры. Основные этапы исследования сводятся к линеаризации исходных задач; разделения полученных обратных коэффициентных задач, относительно неизвестных функций и дальнейшего последовательного решения задач с привлечением итерационных регуляризирующих алгоритмов. На каждом шаге итерационных процессов решаются системы интегральных уравнений Фредгольма 1-ого и 2-ого родов и определяются поправки к восстанавливаемым функциям относительно начальных приближений. Численная схема итерационного процесса опирается на метод коллокаций, квадратурные схемы, регуляризирующие алгоритмы численного дифференцирования, метод регуляризации Тихонова А. Н. Особое внимание уделено выбору начальных приближений восстанавливаемых функций, которые определяются в классе линейных функций из условий минимума функционалов невязок. Предложенная схема апробирована на модельных задачах для упругой и вязкоупругой изотропной и ортотропной слоистых сред (слоистого и цилиндрического волноводов). Эффективность предложенной методики подтверждается результатами вычислительных экспериментов, согласно которым реконструкции свойств для различных законов изменения (монотонные и немонотонные) осуществляются с погрешностью порядка 1-10%.

## Содержание

Абделхафиз М. А. Анализ возникновения конвекции наножидкости в анизотропном пористом прямоугольнике . . . . .	4
Бабаев М. В. Моделирование автомобильной турбины с ротором на активных магнитных подшипниках . . . . .	5
Бауэр С. М. Задачи биомеханики глаза . . . . .	6
Бочарова О. В., Анджикович И. Е., Седов А. В. Об информативности поверхностного волнового поля при идентификации дефектов в композиционных материалах . . . . .	7
Булавкина Т. А., Неклюдова Г. А., Евтух Е. С. Оценка функции равновесия у студентов технического вуза под воздействием незначительной нагрузки . . . . .	8
Васильев П. В., Булахов А. В. Применение Transfer learning и тонкой настройки глубоких сверточных нейросетей в задаче идентификации дефектов . . . . .	9
Ватульян А. О. О некоторых подходах к идентификации свойств биологических тканей . . . . .	10
Ватульян А. О., Плотников Д. К. Об индентировании функционально-градиентных материалов с покрытиями . . . . .	11
Вахтерова Я. А., Федотенков Г. В. Обратная задача о восстановлении нестационарной нагрузки для балки Тимошенко конечной длины . . . . .	12
Волков С. С., Митрин Б. И., Зубарь Т. И., Лапицкая В. А. Влияние разогрева на износ упругого покрытия на скользящем контакте . . . . .	13
Волков С. С., Васильев А. С. Математическое моделирование контакта упругих тел с функционально-градиентными покрытиями при учете касательных напряжений . . . . .	14
Гетман В. А., Батищев В. А. Возникновение вращения жидкости в тонком слое Марангони . . . . .	15
Гетманский М. С., Снопов А. И. Газотермодинамика взрыва Челябинского болида . . . . .	16
Глушко Н. И. Использование инновационных технологий в учебном процессе . . . . .	17
Головешкина Е. В., Зубов Л. М. Большие деформации толстостенной сферической оболочки с распределёнными винтовыми дислокациями . . . . .	18
Григоренко К. С., Хартиев С. М. Влияние плотностной структуры морей и океанов на кинематические характеристики внутренних волн . . . . .	19
Гультияев В. В., Колева И. Н., Матросов А. А., Мордвинкин В. А., Глушко Н. И., Шпрайзер Е. И. Реализация подготовки бакалавров направления 15.03.03 «Прикладная механика» и магистров направления 15.04.03 «Прикладная механика» . . . . .	20
Гусаков Д. В. Моделирование распространения волн в слоистых тканях при наличии затухания . . . . .	21
Демяненко Я. М. Проектная деятельность для студентов младших курсов	22
Деркун А. В. Новые модели композитов с различным типами связности . . . . .	23

Долгих Т. Ф. Решения задачи зонального электрофореза в случае эллиптических уравнений . . . . .	24
Евтух Г. Е., Удовенко Е. В. Влияние металлокомплексного производного 1-алкенилимидазола под шифром пилим-1 на некоторые показатели гемограммы крыс при острой гистотоксической гипоксии . . . . .	25
Епифанов А. В. Вычислительный анализ идеального свободного распределения для популяционных систем . . . . .	26
Еремеев В. В. Устойчивость составного бруса из функционально-градиентного материала с неоднородным полем предварительных напряжений . . . . .	27
Закаложный А. А. Управление температурным режимом на основе современных систем контроля . . . . .	28
Зеленина А. А., Зубов Л. М. Нелинейная теория растяжения упругих стержней произвольного поперечного сечения с винтовыми дислокациями . . . . .	29
Зеленцов В. Б., Митрин Б. И., Садырин Е. В., Шубчинская Н. Ю. Экспериментально-аналитические методы определения упругих модулей материалов . . . . .	30
Зиборов Е. Н., Соловьев А. Н., Шевцов С. Н. Моделирование армированных композиционных материалов и конструкций с их использованием	31
Золотов Н. Б., Пожарский Д. А., Семёнов И. Е. Краевая задача для составного упругого цилиндра . . . . .	32
Ипатов А. А., Литвинчук С. Ю. Исследование волновых полей в поровязкоупругом полупространстве под действием гармонической нагрузки методом граничных элементов . . . . .	33
Казарников А. В. Моделирование формирования пространственно-временных структур в системе Фитцью—Нагумо с диффузией . . . . .	34
Кароткян Р. В. Конечно-элементное моделирование композиционных материалов с компонентами из контактово-метаморфизованных углей	35
Карякин М. И. Нелинейно-упругие модели мягких биологических тканей	36
Кириллова Е. В., Шевцова М. С. Моделирование взаимодействия пьезоактуатора и упругого волновода с учетом влияния клеевого слоя . . . . .	37
Кириченко О. В. Задача устойчивости непараллельных течений с ненулевым средним . . . . .	38
Кисляков Е. А. Расчет НДС опор сооружений морского базирования . . . . .	39
Клюева А. Р. Комплект программ по определению профессиональной пригодности специалистов технического профиля . . . . .	40
Колесников А. М. Растяжение тонкостенной трубки, частично одетой на негладкий цилиндр . . . . .	41
Кондратьев В. С. Исследование колебаний неоднородных кольцевых пьезоэлектрических структур . . . . .	42
Крнев Л. И. Дисковая трещина в функционально-градиентном пространстве . . . . .	43
Кузнецов А. А., Мордвинкин В. А. Износ двуслойного защитного покрытия с учетом разогрева от трения . . . . .	44

Куракин Л. Г., Курдоглиян А. В. Устойчивость равновесий системы дифференциальных уравнений специального вида . . . . .	45
Куракин Л. Г., Лысенко И. А. Об устойчивости в двухжидкостной плазме томсоновского вихревого многоугольника . . . . .	46
Курбатова Н. В., Герасименко Т. Е. Особенности редактора материалов в ACELAN-COMPOS . . . . .	47
Латынин Р. О. О моделировании самоплавающих организмов . . . . .	48
Лысенко С. А. Моделирование образования пространственно-неоднородных структур в живых организмах с помощью системы Шнакенберга . . . . .	49
Ма Тинсюнь, Чжэн Цзинвей. О привлечении иностранных абитуриентов на инженерные и естественно-научные направления подготовки . . . . .	50
Марков И. П., Игумнов Л. А., Григорьев М. В. Гранично-элементное моделирование вынужденных колебаний анизотропных упругих и электроупругих трехмерных тел . . . . .	51
Михайлов И. Ю. Исследование вихревых токов в слоистых конструкциях . . . . .	52
Мнухин Р. М., Дударев В. В. Исследование колебаний функционально-градиентного упругого цилиндра . . . . .	53
Мурашкин Е. В., Дац Е. П. Термоупругопластическое деформирование в условиях осевой и центральной симметрии . . . . .	54
Мурашкин Е. В., Радаев Ю. Н. Гармонические термоупругие волны в частично гемитропных микрополярных средах . . . . .	55
Надолин К. А., Жиляев И. В. Моделирование переноса загрязняющего вещества речным потоком: сравнение с измерениями на реке Северн (Великобритания) . . . . .	56
Надолин К. А., Карякин М. И., Наседкин А. В. Учебные модули по биомеханике в англоязычной магистерской программе мехмата ЮФУ «Computational Mechanics and Informational Technologies» . . . . .	57
Наседкин А. В. Конечно-элементная гомогенизация пористых пьезоэлектрических материалов на различных масштабных уровнях: модели композитов, представительные объемы и программный инструментарий . . . . .	59
Нгуен Т. В. Моделирование процесса абразивной обработки деталей на основе контактных задач теории упругости . . . . .	60
Нижник Д. А. Расчет деформации в кирпичной кладке с различными видами кирпичей . . . . .	61
Оганесян П. А., Ивенский К. И., Романенко П. В. Анализ эффективности неоднородно поляризованных пьезоэлементов для накопления энергии . . . . .	62
Оганесян П. А., Минаев М. С., Надолин Д. К., Холостов С. И. О разработке web-приложения для доступа к расчетным модулям комплекса ACELAN . . . . .	63
Панфилов И. А. Конечноэлементное моделирование и расчет НДС пространственного металлического высокотемпературного компенсатора . . . . .	64
Паринова Л. И. О распространении поверхностных волн вдоль усеченного топографического волновода . . . . .	65



Пахомов В. И., Рудой Д. В., Иванов Ю. А. Математическое моделирование и эксперименты по высокоинтенсивному тепловому нагреву микроволновой энергией зерновых материалов . . . . .	66
Педенко А. Н., Горкун С. А. Определение НДС несущей панели цифровой антенной решетки . . . . .	67
Петров А. Н., Воробцов И. В., Боев А. В. Исследование гармонических колебаний пороупругой балки с применением МГЭ . . . . .	68
Поркшеян М. В. Алгоритмы управления контентом в информационно-аналитической системе «Портфолио» Школы лидерства ДГТУ . . . . .	69
Порядина Н. А., Матросов А. А., Серебряная И. А., Нижник Д. А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния тел с неоднородной структурой . . . . .	70
Потетюнко О. А. Сравнительный анализ моделей пластин применительно к моделированию решетчатой пластины глаза . . . . .	71
Пустовалова О. Г. О некоторых технологиях цифрового сторителлинга в образовательном процессе . . . . .	72
Родионова М. Н. Метод оперативного обновления баз знаний экспертной системы на основе WEB-технологий . . . . .	73
Рябов А. С. Моделирование процесса регенерации гидры с помощью системы Гирера—Мейнхарда . . . . .	74
Свэйн М. В., Садырин Е. В., Айзикович С. М., Васильев А. С., Митрин Б. И. Экспериментальное и теоретическое исследование покрытий ZrN на различных подложках . . . . .	75
Селихина А. В. Система адаптивного тестирования готовности инженерно-технического персонала к профессиональной деятельности . . . . .	76
Семенякина А. А., Никитина А. В., Чистяков А. Е. Изучение закономерностей формирования и воздействия морских опасных явлений на прибрежную зону мелководного водоема в условиях глобальных климатических и промышленных вызовов на основе математического моделирования . . . . .	77
Скалюх А. С. Об анизотропии свойств частично поляризованных поликристаллических сегнетоэлектриков . . . . .	78
Соболь Б. В., Рашидова Е. В. Продольные трещины в полосе, усиленной тонким покрытием . . . . .	79
Соловьева А. А., Григоренко К. С., Хартиев С. М. Исследование вынужденных внутренних волн вызванных переменным атмосферным давлением . . . . .	80
Соловьева А. А., Герасименко Т. Е., Скалюх А. С. Конечно-элементное моделирование хирургического скальпеля с пьезокерамическим приводом в ACELAN . . . . .	81
Старостина И. В. Особенности обучения математическому моделированию в старших профильных классах . . . . .	82
Сторожев В. И., Моисеенко И. А. Кинематические характеристики нормальных упругих волн в протяженных функционально-градиентных ортотропных цилиндрах секторного поперечного сечения . . . . .	83

Сторожев С. В., Болнокин В. Е., Номбре С. Б. Нечеткие оценки показателей концентрации напряжений в телах с упругими включениями . . .	84
Судьенков Ю. В., Зимин Б. А., Свентицкая В. Е., Смирнов И. В. Влияние микроструктуры металлов на термоупругий и термоэлектрический отклик при импульсном лазерном воздействии . . . . .	85
Сыромятников П. В., Васильченко А. А., Лапина О. Н., Никитин Ю. Г. Моделирование возмущений многослойной полугораниченной упругой среды, возбуждаемой движущимися заглубленными и поверхностными источниками колебаний . . . . .	86
Туктамышев В. С. Биомеханический подход к исследованию синдрома интраабдоминальной гипертензии . . . . .	87
Тютюнникова Е. Д. Численно-аналитическое исследование больших деформаций изгиба многослойной панели . . . . .	88
Филимонова А. М., Говорухин В. Н. Численное моделирование динамики распределенных вихревых конфигураций на плоскости в геофизических приближениях . . . . .	89
Фролова К. П., Полянский В. А., Яковлев Ю. А. Моделирование процесса дегазации при анализе содержания водорода по методу плавления в потоке инертного газа . . . . .	90
Хозяев И. А., Пахомов В. И., Рудой Д. В. Долговечность пар трения при детерминированных нагрузках с позиций кинетической теории прочности . . . . .	91
Цатурян А. К. Моделирование мышечного сокращения . . . . .	92
Цывенкова О. А. Тестирование по вычислительной математике для студентов направления подготовки «Фундаментальная информатика и информационные технологии» . . . . .	94
Чебаков М. И., Колосова Е. М. Возбуждение штампом колебаний в полном цилиндрическом волноводе периодической структуры . . . . .	95
Чебаненко В. А., Паринов И. А. Исследования изгибных колебаний пьезоэлектрического биморфа на основе прикладной теории второго порядка . . . . .	96
Чебаненко В. А., Соловьев А. Н., Паринов И. А. Исследование адекватности прикладной теории колебаний пьезоэлектрической структуры преобразования энергии на основе анализа её напряжённо-деформированного состояния . . . . .	97
Чердынцева М. И. Создание на основе интерактивного расписания приложения для управления аудиторным фондом . . . . .	98
Шейдаков Д. Н., Михайлова И. Б. Особенности потери устойчивости нелинейно упругой сферической оболочки с поверхностными напряжениями . . . . .	99
Юров В. О. Моделирование распространения волны в неоднородном волноводе с покрытием . . . . .	100
Явруян О. В. Об одном подходе к решению задачи идентификации свойств неоднородных слоистых структур . . . . .	101