

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И БИОМЕХАНИКА
В СОВРЕМЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

Тезисы докладов
XV Всероссийской школы
(с. Дивноморское, 26 мая — 31 мая 2021 г.)

Ростов-на-Дону — Таганрог
Издательство Южного федерального университета
2021

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)
ББК 22.25я43
М34

М34 Математическое моделирование и биомеханика в современном университете : тезисы докладов XV Всероссийской школы, (с. Дивноморское, 26 мая — 31 мая 2021 г.) / Южный федеральный университет ; ред.: А. О. Ватульян, М. И. Карякин, В. В. Дударев, Д. К. Плотноков, А. В. Попов, В. О. Юров. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2021. — 128 с.

ISBN 978-5-9275-3781-5

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XV Всероссийской школе «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Тематика школы связана, прежде всего, с решением актуальных научных проблем математического моделирования применительно к новым задачам механики и биомеханики, а также развитием вычислительных технологий, используемых для решения этих задач. К таковым, в частности, относится моделирование тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы идентификации параметров и функций для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, поверхностные и предварительные напряжения, неоднородность механических свойств, микроструктура, пьезоэффект), задачи моделирования, функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткань, ткань глаза и т. д.), моделирование и оптимизация имплантатов. Второй важной задачей школы является изучение вопросов интеграции этих направлений с процессом современного классического естественнонаучного и инженерного образования, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественнонаучных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках указанных научных направлений.

Материалы публикуются в авторской редакции.

УДК [531/534+539.3/.5]:004.94(063)
ББК 22.25я43

ISBN 978-5-9275-3781-5

© Южный федеральный университет, 2021
© Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, 2021

Программный комитет школы

Ватульян А. О., Ростов-на-Дону — председатель
Бауэр С. М., Санкт-Петербург — заместитель председателя
Глушков Е. В., Краснодар
Горячева И. Г., Москва
Гузев М. А., Владивосток
Еремеев В. А., Гданьск
Индейцев Д. А., Санкт-Петербург
Коссович Л. Ю., Саратов
Лачуга Ю. Ф., Москва
Любимов Г. А., Москва
Месхи Б. Ч., Ростов-на-Дону
Морозов Н. Ф., Санкт-Петербург
Наседкин А. В., Ростов-на-Дону
Няшин Ю. И., Пермь
Рудой Д. В., Ростов-на-Дону
Соловьев А. Н., Ростов-на-Дону
Устинов Ю. А., Ростов-на-Дону
Цатуриян А. К., Москва
Штейн А. А., Москва

Организационный комитет школы

Карякин М. И., ЮФУ — председатель
Ольшевская А. В., ДГТУ — заместитель председателя
Дударев В. В., ЮФУ
Колесников А. М., ЮФУ
Курбатова Н. В., ЮФУ
Матросов А. А., ДГТУ
Надолин К. А., ЮФУ
Попов А. В., ЮФУ
Цывенкова О. А., ЮФУ

Упруго-спиновые волны типа Лява в двухслойной ферромагнитной структуре

Агаян К. Л., Атоян Л. А.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Вопросы существования и распространения упруго-спиновых волн (УСВ) в составных конструкциях, где одна из составляющих конструкции представляет собой структуру, имеющую магнитоактивные свойства (например, железиттриевый гранат (ЖИТГ)) привлекают в последние годы все возрастающее внимание исследователей, что связано с широкой областью практического применения УСВ. Перечислим некоторые устройства, использующие УСВ: частотные фильтры, линии задержки, приборы эхолокации, устройства хранения и передачи информации, синтезаторы частот и т. д.

В предлагаемой работе рассматривается задача нахождения условий существования и распространения УСВ в двухфазных составных конструкциях, когда одна из фаз является магнитоактивной, а другая диэлектрик. Задача решается с использованием уравнений, учитывающих взаимосвязь спиновых (магнитных) и упругих возмущений, а также уравнение механического движения среды, уравнение Ландау — Лифшица, описывающее движение плотности магнитного момента в ферромагнитной среде.

Рассматриваемая двухслойная конструкция, состоящая из упругих ферромагнитного и диэлектрического (не электромагнитоактивного) слоев конечных толщин, находится во внешнем, постоянном магнитном поле, направленном по оси легкого намагничивания ферромагнетика. Рассмотрены два способа закрепления краев конструкции, первый случай, когда один край свободен, а другой закреплен и второй случай, когда оба края закреплены. Найдены условия существования УСВ, а также получены соответствующие дисперсионные уравнения и проведено сравнение дисперсионных картин для магнитного и немагнитного слоев с теми же механическими характеристиками.

Анализ численных данных приводит к заключению, что в диапазоне частот меньших собственной частоты прецессии спина происходит сближение ветвей различных мод. Кроме того, полоса скоростного диапазона УСВ оказывается шире полосы обычных волн Лява для немагнитного случая.

В заключение заметим, что что даже в том случае, когда обычные условия существования волн Лява для немагнитных сред не выполняются, для конструкции с магнитным слоем с той же скоростью упругих волн, при соответствующем выборе магнитных параметров слоя и интенсивности постоянного внешнего магнитного поля можно добиться появления УСВ.

Построение приближенных асимптотических решений контактных задач
для слоя на жестком основании

Айзикович С. М., Волков С. С., Васильев А. С.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Рассматриваются плоские и осесимметричные контактные задачи о вдавливании штампа в однородное, кусочно-однородное или функционально-градиентное покрытие, лежащие на жестком основании. Значение модуля Юнга поверхности основания отличается от значения модуля Юнга поверхности покрытия более чем в 10 раз. Тем самым моделируются относительно «мягкие» покрытия. Для решения рассматриваемых задач используется двусторонне асимптотический метод¹. Метод основан на построении аппроксимаций трансформант ядер интегральных уравнений поставленных задач, выражением следующего вида

$$L(u) \approx L_N(u) = \prod_{i=1}^N (u^2 + A_i^2) / (u^2 + B_i^2), \quad A_i, B_i \in C \quad (1)$$

Использование аппроксимации (1) позволяет получить приближенные аналитические представления для контактных напряжений под штампом. Показано, что полученные решения асимптотически точны для покрытий большой и малой относительной толщины (отношение толщины покрытия к полуширине зоны контакта). Для покрытий средней относительной толщины погрешность решения зависит от погрешности построения аппроксимации трансформанты ядра выражениями (1). Благодаря использованию эффективного алгоритма нахождения коэффициентов в (1)¹ удается сделать погрешность аппроксимации вида (1) менее 1%. Показано, что по мере увеличения жесткости основания, численные значения контактных напряжений полученных для однородного слоя, стремятся к значениям, полученным для слоя, лежащего на недеформируемом основании^{2,3}. Построенные решения эффективны для мягких покрытий во всем диапазоне геометрических параметров задачи.

Исследование выполнено при поддержке Правительства Российской Федерации (грант 14.Z50.31.0046).

¹ Айзикович С. М., Васильев А. С. Двухсторонний асимптотический метод решения интегрального уравнения контактной задачи о кручении неоднородного по глубине упругого полупространства // ПММ. 2013. Т. 77. Вып. 1. С. 129–137.

² Александров В. М., Пожарский А. Д. Неклассические пространственные задачи механики контактных взаимодействий упругих тел — М.: Факториал, 1998. — 288 с.

³ Ворович И. И., Александров В. М., Бабешко В. А. Неклассические смешанные задачи теории упругости — М.: Наука, 1974. — 456 с.

Осесимметричное напряжённое состояние равномерно-слоистого пространства с периодическими полубесконечными межфазными кольцеобразными трещинами

Акопян В. Н., Амирджанян А. А., Григорян А. А.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Рассмотрена задача об осесимметричном напряжённом состоянии кусочно-однородного, равномерно слоистого пространства, полученного при помощи поочерёдного соединения двух разнородных слоёв одинаковой толщины, расслабленного периодической системой полубесконечных кольцеобразных межфазных параллельных трещин, на берегах которых заданы равные по величине и противоположно направленные осесимметричные нормальные напряжения с конечными результирующими.

Начала определена базовая ячейки рассматриваемой задачи в виде двухкомпонентного слоя из двух разнородных слоев и поставленная задача сформулирована в виде граничных задач для базовой ячейки. Далее, вводятся неизвестные контактные напряжения в зонах контакта слоёв и при помощи интегрального преобразования Ханкеля решение поставленной задачи сводится к решению системы интегральных уравнений с ядрами типа интегралов Вебера – Сонина относительно образов Абеля неизвестных нормальных и касательных контактных напряжений. Используя операторы вращения, решение задачи можно свести к системе из двух сингулярных интегральных уравнений второго рода с автоматически ограниченными решениями в концевых точках зон контактов, при определённых условиях. Решения полученной ключевой системы интегральных уравнений в общем случае построены численно-аналитическим методом механических квадратур. Причём, помимо определения образов Абеля неизвестных нормальных и касательных контактных напряжений, построено их численное обращение и получены истинные контактные напряжения.

Проведён численный анализ и определены закономерности изменения модуля комплексного коэффициента интенсивности разрушающих напряжений, жёсткого смещения слоёв относительно друг друга и истинных контактных напряжений в зависимости от геометрических и физико-механических параметров задачи в случае когда на берега трещин действуют равномерно распределённые по окружности сосредоточенные нагрузки. Рассмотрены также некоторые частные случаи рассматриваемой задачи, представляющие самостоятельный интерес. В частном случае, когда высота слоёв стремится к бесконечности, при помощи предельного перехода получена определяющая система сингулярных интегральных уравнений задачи для составного пространства из двух разнородных полупространств с круговой полубесконечной кольцеобразной межфазной трещиной и построено её точное решение в квадратурах. Изучено также осесимметричное напряжённое состояние однородного пространства с периодической системой полубесконечных кольцеобразных трещин.

Распространение поверхностных волн в составной полуплоскости при условии Навье на линии стыка

Амирджанян А. А., Белубекян М. В., Геворгян Г. З., Дарбинян А. З.
Институт механики НАН Армении, Ереван

Рассмотрена задача распространения поверхностных волн типа Релея в системе полуплоскость — слой по линии их соединения. Получены и исследованы дисперсионные уравнения задачи в случаях, когда внешняя граница слоя свободна от напряжений, и когда закреплена. В обоих случаях между слоем и полуплоскостью нормальные напряжения равны нулю, а касательные напряжения и тангенциальные перемещения слоя и полуплоскости равны (условие Навье).

Исследованы разные случаи упругих постоянных материалов слоя и полупространства. Численным расчётом показана зависимость фазовой скорости волны, распространяющейся вдоль границы слоя, от частоты. Получены условия распространения поверхностных волн в зависимости от физических и геометрических характеристик полуплоскости и слоя.

Построены графики фазовой скорости в зависимости от волнового числа. В отличие от волн Релея скорости распространения этих мод зависят от длины волны, т. е. имеет место дисперсия.

Когда длина волны намного больше толщины слоя, в случае свободной внешней поверхности, всегда распространяется волна со скоростью, близкой к скорости волн Релея в полуплоскости. Вследствие граничного условия контакта Навье между слоем и полуплоскостью появляется также мода волн со скоростью близкой к нулю (пропорционально квадрату волнового числа). В этом случае энергия волны концентрирована в слое и перемещения полуплоскости пренебрежимо малы по сравнению с вертикальными перемещениями слоя.

При закреплённой внешней поверхности вдоль линии раздела материалов распространяется только волна со скоростью, близкой к скорости поперечных волн в полуплоскости. При этом вертикальное перемещение в полосе практически равно нулю.

Когда длина волны намного меньше толщины слоя, существуют два типа волн.

Для скоростей, меньших скорости поперечных волн в обоих материалах, дисперсионное уравнение для свободной внешней поверхности состоит из двух множителей, первый из которых совпадает с уравнением Релея для материала полосы.

Второй же множитель в концах рассматриваемого интервала имеет разные знаки и монотонно убывает, что означает что уравнение имеет одно решение. Также отметим что это решение всегда находится между скоростями волн Релея полуплоскости и полосы. Отсюда следует, что в рассматриваемом случае могут распространяться по крайней мере две волны.

Для случая закреплённой внешней поверхности получается только второй множитель уравнения.

Когда скорость поперечных волн в полосе меньше скорости поперечных волн в полуплоскости, то в диапазоне между этими двумя скоростями существует бесконечное число мод волн, независимо от условия на внешней границе.

Об одном методе диагностики неоднородностей
в композиционных материалах

Анджикович И. Е.¹, Бочарова О. В.², Седов А. В.³

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

²Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

³Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск

В настоящее время композиционные материалы находят все более широкое применение в различных отраслях промышленности. Особым классом композиционных материалов являются сэндвич-композиты. Эти конструкционные материалы день ото дня становятся все более популярными, что обусловлено их уникальной способностью снижать вес готового изделия без потери механических характеристик. Сэндвич-композиты обладают такими важными характеристиками, как низкий вес, высокая жесткость, прочность, термоизоляция, звукоизоляция, вибростойкость, коррозионная стойкость, хорошие диэлектрические свойства, что позволяет успешно использовать их в различных отраслях, включая самолетостроение, судостроение, ветроэнергетику, аэрокосмическую отрасль, транспорт и т. д.

В процессе эксплуатации в условиях высоких нагрузок и вибраций в конструкциях возникают значительные напряжения, которые могут привести к появлению в них расслоений, скрытых дефектов, резко снижающих их прочностные характеристики, что может стать причиной их разрушения. Это обстоятельство обуславливает необходимость использования традиционных методов неразрушающего контроля, а также развития новых методов идентификации дефектов и неоднородностей в композиционных материалах.

В настоящей работе предложен эффективный подход, позволяющий диагностировать наличие неоднородности и определять ее тип, основанный на контроле изменения параметров поверхностных волновых полей. Для повышения информативности волнового поля разработан оригинальный метод, позволяющий улавливать незначительные отличия в волновых полях. Этот метод основан на использовании оптимальных разложений сигналов по базису, адаптивно-настраиваемому на максимально возможную чувствительность к характеристикам неоднородности. Проведена серия экспериментальных исследований для исследования возможности использования этого подхода для идентификации неоднородностей в сэндвич-композитах. Исследовалась возможность распознавания наличия и типа неоднородности (отрыв стеклоткани, жесткие включения) по отраженному и по прошедшему волновому полю. Результаты экспериментов показали, что использование предложенного подхода обеспечивает четкое распознавание типа неоднородности в диагностическом пространстве образов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научных проектов: 19-48-230042-р_а, 19-01-00719.

Деформация диэлектрической трубки,
армированной двумя семействами волокон,
под действием электрических зарядов на её боковых поверхностях

Анесян В. М., Колесников А. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Диэлектрические эластомеры — это класс электроактивных полимеров, которые могут претерпевать большие упругие деформации под действием электростатических сил. Первые исследования электромеханического эффекта для резины представлены в 1880 году [Röntgen W. C. Ueber die durch Electricität bewirkten Form- und Volumenänderungen von dielectricischen Körpern. 1880; Quincke G. IV. On electrical expansion. 1880]. В настоящее время диэлектрические эластомеры активно исследуются экспериментально и теоретически. На их основе создаются различные актуаторы, манипуляторы, мягкие роботы. Диэлектрические эластомеры считаются одним из материалов для создания искусственных мышц. Информацию о некоторых возможностях этого материала и конструкциях на его основе можно найти в обзорах [Romasantia L. J. et al. Increasing the performance of dielectric elastomer actuators: A review from the materials perspective. 2015; Gu G.-Y. et al. A survey on dielectric elastomer actuators for soft robots. 2017; Lu T. et al. Mechanics of dielectric elastomer structures: A review. 2020].

Другим распространённым способом создания мягких актуаторов и манипуляторов является использование армирования. В зависимости от способа армирования высокоэластичной конструкции можно получить различные типы её поведения. Например, трубка под действием внутреннего давления в зависимости от армирования может удлиняться, закручиваться или изгибаться [Connolly F. et al. Automatic design of fiber-reinforced soft actuators for trajectory matching. 2017].

В данной работе представлено исследование трубки из диэлектрического эластомера, армированной двумя семействами волокон по винтовым линиям с разными углами наклона. Боковые поверхности трубки покрыты гибкими электродами. Целью исследования является определение влияния углов армирования и жесткости волокон на поведение трубки под действием заряда на боковых поверхностях при отсутствии механического нагружения.

Для модели простейшего электроупругого армированного материала получено аналитическое представление для внешних механических воздействий (продольная сила, крутящий момент, давления на боковых поверхностях) через параметры деформации и величину электрических зарядов. Для тонкостенной трубки получено приближённое решение, учитывающее только слагаемые первого порядка малости по толщине. Построены графики зависимостей параметров деформации трубки от электрического воздействия при различных углах армирования.

Исследование поддержано грантом Правительства РФ № 14.Z50.31.0046.

Двумерные модели двухфазной керамики с гладкими границами фаз

Афонин Е. А., Скалиух А. С.

Южний федеральный университет, Ростов-на-Дону

Композиционные материалы, в которых в качестве наполнителя используются поликристаллические сегнетоэлектрики, служат для изготовления пьезоэлектрических элементов с определенными свойствами, необходимыми в акустической аппаратуре. Одними из актуальных являются вопросы поляризации двухфазных керамик. Поэтому основной задачей данного исследования явилось построение прикладной теории, позволяющей моделировать необратимые процессы поляризации таких материалов, рассчитывать поля остаточной поляризации в двумерном случае и определять эффективные модули композиционного материала на этапе поляризации — деполяризации электрическими и механическими полями.

В рамках модели плоской деформации рассматривается волокнистый композит, матрица которого представляет собой круглые волокна из упругого диэлектрика, а наполнитель — поликристаллический сегнетоэлектрик. Для расчета эффективных модулей на этапе поляризации используется метод конечных элементов, в котором контуры матрицы имеют гладкие границы. В качестве представительного объема выбирается область из нескольких квадратных областей, в каждой из которых круглая область матрицы окружена наполнителем. Предложен способ разбиения на конечные элементы, в котором встречаются четырехугольные элементы с прямолинейными и криволинейными границами. В центре круглого диэлектрика выбирается серендипов квадратный элемент. Остальные элементы четырехугольные с одной криволинейной границей. Причем в области диэлектрика криволинейная граница выпукла, а в области сегнетоэлектрика вогнута. Для аппроксимации искомым функций выбираются билинейные функции форм. А для отображения четырехугольника с криволинейными границами вводится дополнительный пятый узел, в котором добавляется такая функция формы, которая равна нулю на прямолинейных участках границы элемента. Разработаны алгоритмы нумерации узлов и ребер, а также визуализации плоской конечно-элементной области. Эффективные модули определяются для каждого равновесного состояния, для чего вначале находятся остаточные поля деформации и поляризации. Затем определяются модули сегнетоэлектрика и ориентации кристаллографических осей на каждом КЭ сегнетоэлектрика. И только потом находятся эффективные модули композита данного текущего состояния.

Результаты работы могут быть использованы в качестве составной части при построении общей конечно-элементной программы для расчетов полей остаточной поляризации в композиционных материалах.

Прозрачные электроды на основе наностержней и наноколец:
математические модели электропроводности

Ахунжанов Р. К., Водолазская И. В., Есеркепов А. В.,
Тарасевич Ю. Ю.

Астраханский государственный университет

Компьютерное моделирование физических свойств наноматериалов является актуальной задачей для совершенствования нанотехнологий. Электропроводящие и одновременно прозрачные в видимом диапазоне электромагнитного излучения плёнки находят широчайшее применение для создания сенсорных экранов, фотоэлектрических устройств, дисплеев на основе органических светодиодов и т. д. Прозрачные электроды на основе нанопроводов, наностержней и наноколец рассматриваются в качестве перспективной альтернативы электродам на основе оксида титана. В докладе будет обзор наших недавних работ, посвящённых моделированию электропроводности двумерных случайных систем наностержней^{1,2,3,4} и наноколец^{5,6}, которые рассматриваются как случайные сети резисторов. Особое внимание уделяется методам идентификации токонесущей части системы наночастиц^{7,8,9} и аналитическим оценкам.

Исследования частично выполнены при финансовой поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС», грант 20-1-1-8-1.

¹Electrical conductance of two-dimensional composites with embedded rodlike fillers: An analytical consideration and comparison of two computational approaches / Yuri Yu. Tarasevich, Irina V. Vodolazskaya, Andrei V. Eserkepov, Renat K. Akhunzhanov // J. Appl. Phys. — 2019. — apr. — Vol. 125, no. 13. — P. 134902.

²Effect of tunneling on the electrical conductivity of nanowire-based films: Computer simulation within a core-shell model / Irina V. Vodolazskaya, Andrei V. Eserkepov, Renat K. Akhunzhanov, Yuri Yu. Tarasevich // J. Appl. Phys. — 2019. — dec. — Vol. 126, no. 24. — P. 244903.

³Anisotropy in electrical conductivity of two-dimensional films containing aligned nonintersecting rodlike particles: Continuous and lattice models / Yuri Yu. Tarasevich, Nikolai I. Lebovka, Irina V. Vodolazskaya et al. // Phys. Rev. E. — 2018. — jul. — Vol. 98, no. 1. — P. 012105.

⁴Anisotropy in electrical conductivity of films of aligned intersecting conducting rods / Nikolai I. Lebovka, Yuri Yu. Tarasevich, Nikolai V. Vygorovskii et al. // Phys. Rev. E. — 2018. — jul. — Vol. 98, no. 1, P. 012104.

⁵Akhunzhanov R. K., Tarasevich Y. Y., Vodolazskaya I. V. Circles of equal radii randomly placed on a plane: some rigorous results, asymptotic behavior, and application to transparent electrodes // J. Stat. Mech: Theory Exp. — 2020. «- mar. — Vol. 2020, no. 3. — P. 033202.

⁶Transparent electrodes with nanorings: A computational point of view / Mohammad-Reza Azani, Azin Hassanpour, Yuri Yu. Tarasevich et al. // J. Appl. Phys. — 2019. — jun. — Vol. 125, no. 23. — P. 234903.

⁷Akhunzhanov R. K., Eserkepov A. V., Tarasevich Y. Y. Identification of a current-carrying subset of a percolation cluster using a modified wall follower algorithm // J. Phys. Conf. Ser. — 2021. — jan. — Vol. 1740. — P. 012008.

⁸Identification of current-carrying part of a random resistor network: electrical approaches vs. graph theory algorithms / Yu. Yu. Tarasevich, A. S. Burmistrov, V. A. Goltseva et al. // J. Phys. Conf. Ser. — 2018. — jan. — Vol. 955. — P. 012021.

⁹Nanorod-based transparent electrodes: Identification of a current-carrying subset of rods using a modified wall follower algorithm / Yuri Yu. Tarasevich, Andrei V. Eserkepov, Renat K. Akhunzhanov et al. — 2021. — arXiv : condmat.stat-mech/2103.05208.

Моделирование клеточных упаковок
в плоских и сферических эпителиальных монослоях

Багдигян С.¹, Мартин М.¹, Молл В.¹, Рошаль Д. С.², Рошаль С. Б.²,
Федоренко К. К.²

¹ *Университет Монпелье*

² *Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

С тех пор, как Роберт Гук изучал образцы пробковых клеток в 1665 году, ученые были озадачены тем, почему клетки образуют настолько упорядоченные структуры. Законы, объясняющие геометрию клеточных монослоев, универсальны, и мы изучаем их, сравнивая живые и неживые двумерные системы, самоорганизующиеся на плоской и сферической поверхности.

Сферические физические системы такого типа часто характеризуются гексагональным порядком со специфическими удлиненными дефектами — рубцами и складками, где чередуются структурные элементы, имеющие 5 и 7 соседей. Несмотря на то, что структурная организация биологических систем подчиняется тем же физическим и топологическим правилам, в эпителии такие топологические дефекты раньше не наблюдались и не исследовались. Мы обнаружили их в фолликулярном сферическом эпителии асцидий (мелких морских организмов). Удивительно, что рассматриваемые дефекты появляются в эпителии даже тогда, когда количество клеток в нем значительно меньше ранее известного порогового значения. Мы объясняем этот результат различиями в размерах клеток и проверяем нашу гипотезу, рассматривая самосборку частиц разных случайных размеров на сферической поверхности.

Также в работе рассматривается топологическая дефектность плоских эпителиальных монослоев. Недавно было продемонстрировано, что распределение клеток по числу их соседей одинаково в пролиферативном (медленно делящемся) эпителии многих различных видов растений и животных. Здесь мы показываем, что гиперпролиферация (очень быстрое деление) раковых клеток нарушает эту парадигму универсальности и приводит к случайным эпителиальным структурам. Изучая раковые клетки шейки матки человека HeLa, мы предполагаем, что разброс размеров клеток является единственным параметром, контролирующим распределение клеток по числу их соседей в этих монослоях. Мы проверяем эту гипотезу, рассматривая морфологически похожие упаковки, генерируемые случайным образом. Показано, что большая упорядоченность здоровых эпителиальных монослоев, по сравнению с раковыми, связана с более низкой скоростью пролиферации и более эффективной релаксацией механических стрессов, связанных с делением клеток.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 19-32-90134).

Вращательные режимы течений жидкости при локальном степенном охлаждении свободной границы

Батищев В. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Доклад посвящен физическому эффекту, который приводит к появлению вращательных режимов течений однородной жидкости в тонком пограничном слое вблизи свободной границы при локальном неравномерном охлаждении этой границы по степенному закону в случае наличия внешнего потенциального потока жидкости. Перепад температуры на свободной границе вызывает известный эффект Марангони, в результате которого появляются поверхностные касательные напряжения, приводящие к возникновению термокапиллярного течения жидкости. Вращение жидкости появляется в результате бифуркации незакрученных режимов только при неравномерном охлаждении свободной поверхности. Следует отметить, что вращение может возникать и в неоднородной жидкости в термогравитационном пограничном слое без учета эффекта Марангони в результате обратного влияния поля температур на поле скоростей жидкости

Течение однородной несжимаемой жидкости предполагается стационарным и описывается системой уравнений Навье — Стокса совместно с уравнением теплопроводности. Жидкость заполняет полубесконечное пространство, ограниченное свободной поверхностью, деформируемость которой пренебрегается. Температура свободной границы распределена локально внутри круга и зависит от радиальной цилиндрической координаты по степенному закону. Для параметров задачи число Рейнольдса оказывается большим, что приводит к формированию вблизи свободной поверхности нелинейного пограничного слоя. Вне пограничного слоя имеется внешний незакрученный поток жидкости, скорость которого на свободной поверхности, так же, как и температура, зависит степенным образом от радиальной координаты. Для описания течения в пограничном слое получена нелинейная краевая задача, зависящая от двух параметров. Численно рассчитаны два типа режимов: вращательные и незакрученные. Незакрученные режимы существуют, только если скорость внешнего потока превосходит предельное значение. Исследована устойчивость не вращательных режимов относительно малых возмущений, которые оказались монотонно зависящими от времени. Численно найдены два семейства декрементов возмущений. Рассчитаны критические значения скорости внешнего потока, при которых не вращательные режимы теряют устойчивость.

Вращательные режимы в пограничном слое рассчитаны численно. Показано, что эти режимы возникают в результате бифуркации не закрученных потоков в пограничном слое только при локальном охлаждении свободной границы. Бифуркационные значения скорости внешнего потока рассчитаны численно. В окрестности точек бифуркации построена асимптотика вторичных режимов путем введения двух малых параметров и определения асимптотической связи между этими параметрами. Вне малой окрестности точек бифуркации вращательные режимы рассчитаны численно, при этом скорость внешнего потока изменяется монотонно от нуля до своего бифуркационного значения.

Деформация корнеосклеральной оболочки глаза после интравитреальных инъекций

Бауэр С. М.^{1,2}, Венаговская Л. А.¹, Воронкова Е. Б.^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

В настоящее время во всем мире наблюдается лавинообразный рост внутрикамерных (интравитреальных) инъекций для лечения патологий глаза, очень быстро увеличивается число применяемых лекарственных препаратов, и также, как следствие, быстро растет число публикаций на эту тему. Большая часть таких публикаций посвящена оценке влияния лекарств, скорости их воздействия, способам введения инъекций. Но также понятно, что сразу после введения лекарственного препарата происходит деформация внешней оболочки глаза и резкое увеличение внутриглазного давления (ВГД). Имеются клинические данные, которые показывают, что в разных случаях различные дозы (объемы) лекарства приводят к критическому изменению ВГД. Большую часть внешней оболочки глаза составляет склера, десять процентов от поверхности корнеосклеральной оболочки составляет роговица. Ранее авторами представлялись математические модели, не учитывающие роговицу и описывающие деформацию эллипсоидальной склеральной оболочки после инъекции. Склера рассматривалась и как трансверсально-изотропная мягкая сферическая оболочка, модуль упругости которой в направлении толщины оболочки на порядок меньше, чем модуль упругости склеры в тангенциальном направлении. И как эллипсоидальная ортотропная оболочка, так как известно, что при миопии часто длина передне-задней оси глаза (ПЗО) больше, чем удвоенный радиус оболочки на экваторе, и что это связано с тем, что модуль упругости в меридиональном направлении становится меньше, чем модуль упругости в направлении параллели. Задача о деформации эллипсоидальных ортотропных оболочек под действием внутреннего давления решалась с использованием уточненных теорий анизотропных оболочек Родионовой — Титаева — Черных и теории анизотропных оболочек средней толщины Палия — Спири. Неклассические теории оболочек позволяют получить достаточно простые соотношения, связывающие изменение давления и изменение объема. Однако, так как в настоящее время известно, что модуль упругости роговицы существенно меньше, чем модуль упругости склеры, и, таким образом, роговица может деформироваться больше, чем склера, представляет также интерес исследовать учет влияния роговицы на соотношение объем-давление при введении инъекции. В связи с этим в работе представлено несколько моделей, рассматривающих в конечно-элементном пакете ANSYS сопряженные оболочки — роговицы и склеры. Проведено сравнение результатов расчетов с аналитическими соотношениями, получающимися по неклассическим теориям оболочек.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 14.Z50.31.0046

Влияние условий закрепления на неосесимметричную потерю устойчивости неоднородных круглых и пологих сферических оболочек

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б.

Санкт-Петербургский государственный университет

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается задача о потере осесимметричной формы равновесия неоднородных круглых пластин и пологих оболочек под нормальным давлением при различных условиях закрепления края. Впервые появление складок в окрестности края круглой пластины, нагруженной нормальным давлением, было описано Пановым Д. Ю. и Федосьевым В. И., но позже было показано, использованное авторами однопараметрическое приближение недостаточно точно описывает большие осесимметричные деформации пластины и существенно влияет на точность вычисления критической нагрузки (Федосьев В.И., Cheo L.S.).

В данной работе обсуждаются аналогичные задачи о потере устойчивости круглой пластины и пологой сферической оболочки с переменным модулем упругости. Для исследования влияния условий закрепления края на появление несимметричных форм равновесия полагается, что по внешнему краю пластины имеется упругая связь (пружина) препятствующая её свободному смещению в радиальном направлении.

Схема решения задачи аналогична изложенной в работах Huang N.C., Cheo L.S. После разделения переменных исходная система уравнений распадается на две: нелинейную для нахождения симметричного решения и линейную систему уравнений относительно функции, описывающих закритическое состояние пластины.

Были проведены серии расчетов для неоднородной круглой пластины и пологой сферической панели при изменении модуля упругости пластины по различным законам $E = E_0 f(r, q)$, где q — параметр, описывающий степень неоднородности тела. Параметры E_0 и q выбирались так, чтобы среднее значения модуля упругости пластинины (оболочки) E_{av} оставалось постоянным.

Расчёты показали, что с ростом ограничений на перемещение края пластины в радиальном направлении бифуркация в несимметричное состояние может происходить при существенно больших нагрузках и с образованием большего числа волн в окружном направлении. Уменьшение жесткости оболочки к краю приводит к существенному снижению величины критической нагрузки, если радиальные перемещения края пластины не ограничены. Увеличение модуля упругости пластины к краю приводит к увеличению критической нагрузки, при этом число волн в форме потери устойчивости не изменяется по сравнению с однородной пластиной.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ №14.Z50.31.0046.32 с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Обсерватория экологической безопасности».

Обратная задача идентификации дефекта малого характерного размера

Беляк О. А.

Ростовский государственный университет путей сообщения

Рассмотрена обратная геометрическая задача идентификации дефекта в виде цилиндрической полости в ортотропном слое на основе измеренных значений амплитуд полей смещений на поверхности слоя в дальней от дефекта зоне. Считалось, что искомый контур направляющей цилиндрической полости принадлежит классу окружностей. В случае антиплоских колебаний слоя с жестко заземленной нижней границей выражение для амплитуд бегущих волн, содержащих информацию о таком дефекте, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 A_p(x_{10}, x_{30}, r) = & \frac{(-1)^{p+1} \pi \epsilon_1^2}{\nu \alpha_p^*} e^{i \alpha_p^* x_{10} \operatorname{sign}(x_{10} - \xi_1)} \left(i u^*(x_{10}, x_{30}) k^2 \sin(\gamma x_{30}) + \right. \\
 & + \operatorname{sign}(x_{10} - \xi_1) \alpha_p^* \nu u_{,1}^*(x_{10}, x_{30}) (1 + \sqrt{\nu}) \sin(\gamma x_{30}) - \\
 & \left. - i \gamma_p u_{,3}^*(x_{10}, x_{30}) (1 + 1/\sqrt{\nu}) \cos(\gamma x_{30}) \right)
 \end{aligned} \quad (1)$$

Соотношение (1) получено в рамках асимптотического анализа волнового поля на поверхности слоя для малого радиуса направляющей полости по отношению к толщине слоя. Таким образом, обратная задача сводится к определению трех неизвестных параметров дефекта: x_{10}, x_{30}, r . Отметим, что амплитуды бегущих волн (1) пропорциональны площади поперечного сечения полости, а также имеют четкую структуру разделения неизвестных, что дает возможность получить трансцендентные уравнения для определения каждой из характеристик дефекта. Процедура реконструкции параметров дефекта производилась в рамках частотного зондирования, на частотах, соответствующих одной распространяющейся моде в слое и была произведена двумя способами в зависимости от входной информации. Для первого способа в качестве входной информации была взята комплексная амплитуда бегущей волны на поверхности слоя $A^*(k_i)$, $i = 1, 2$, измеренная в дальней от дефекта зоне, например, справа от полости для волновых чисел k_1, k_2 , соответствующих одной распространяющейся моде. Для второго способа в качестве входной информации были взяты комплексные амплитуды бегущих волн на поверхности слоя $A_l^*(k)$ и $A_r^*(k)$, измеренные слева и справа от полости, для волнового числа k , соответствующего одной распространяющейся моде. Представленные способы позволили единственным образом определить три искомого параметра полости в рамках частотного зондирования, в диапазоне частот, на которых распространяется одна бегущая волна с достаточной степенью точности (менее 9%) на основе полученных явных формул для параметров x_{10}, x_{30}, r .

Автор выражает благодарность за внимание к работе проф., д.ф.-м.н. Ватульяну А. О.

Об одной схеме идентификации механических свойств и преднапряжений в коже

Богачев И. В., Недин Р. Д.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Предварительные напряжения (ПН) характерны для многих биологических тканей, в частности, для кожного покрова, в котором они могут возникнуть как результат хирургических операций. Как отмечается во многих экспериментальных работах, поведение кожного покрова соответствует вязкоупругому композиционному материалу, состоящему из трех слоев: эпидермиса, дермы и подкожного жира, которые могут быть существенно неоднородными, и их свойства значительно меняются для разных участков тела. Отдельно рассмотрим операцию лифтинга кожи, в рамках которой происходит сепарирование лоскута кожного покрова, который затем натягивается и избыток кожи иссекается, после чего разрез ушивается. Затем, в процессе восстановления после операции и сопутствующей ему релаксации остаточных напряжений при фиксированной деформации, ПН опускаются до определенного уровня. Этот уровень необходимо контролировать, так как если он превосходит 10 кПа, то в коже будет нарушен кровоток, что повлечет за собой некроз ткани, с другой стороны, если уровень будет значительно меньше, кожа может провиснуть и не будет достигнут максимальный косметический эффект. Таким образом, для контроля результатов операции лифтинга необходимо создание новых биомеханических моделей, учитывающих неоднородность, реологические свойства и возможное наличие ПН в кожном покрове, а также разработка на их основе неинвазивных методик идентификации как характеристик кожного покрова, так и ПН в нем.

В настоящем исследовании, продолжающем тематику предыдущих работ, модель кожи представляет собой неоднородный по толщине вязкоупругий слой, состоящий из трех слоев, толщины которых считаются известными. Также модель учитывает наличие в кожном покрове одноосного поля ПН, которое возникло в результате операции лифтинга после релаксации. Механические характеристики (параметры Ламе) и ПН считались функциями поперечной координаты. Реологические свойства описаны с помощью трехпараметрической модели стандартного вязкоупругого тела. Сформулирована обратная задача, заключающаяся в определении комплексных модулей каждого из слоев и функции предварительного напряжения по данным о значениях амплитудно-частотных характеристик в некоторой точке поверхности кожного покрова. Для построения вычислительной схемы с помощью преобразования Фурье по продольной координате исходная двумерная задача записана в трансформантах. Рассмотрение различных способов нагружения (точечного и распределенного) позволило выполнить разделение задач и построить двухэтапную схему решения обратной задачи. Представлены результаты вычислительных экспериментов по идентификации искомым характеристикам, обсуждены диапазоны их применимости и особенности использования, позволяющие достичь максимальной эффективности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (код проекта 18-71-10045).

Рационализация техники плавания
на основе биомеханического моделирования

Бондаренко К. К.¹, Волкова С. С.¹, Шилько С. В.²

¹Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины

²Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого
НАН Беларуси, Гомель

Достижение высоких спортивных результатов в плавании возможно лишь при безупречном владении техникой избранного стиля с учетом законов биомеханики, знание которых способствует рационализации гребковых движений и снижению гидродинамического сопротивления.

Как известно, стиль «двухударный дельфин» является сложно-координационным способом плавания и при его освоении спортсменами зачастую наблюдается рассогласование в движениях рук и ног, что приводит к ухудшению скоростных показателей. Авторами предлагается методика оптимизации траектории движения спортсмена на основе компьютерного видеоанализа с идентификацией узловых элементов движения рук и ног, а также положения тела пловца относительно поверхности воды.

В соответствии с предложенной методикой, узловые элементы движения рук при выполнении гребка регистрируются в шести фазах: захват руками точки опоры (воды), подтягивание туловища к точке опоры, отталкивание, вынимание рук из воды, пронос рук над водой, вход рук в воду. Структура каждой фазы задается начальным и конечным положением рук. В совокупности с оценкой движения рук, определяются положения ног в коленных суставах и туловища относительно поверхности воды.

В программе DAZ Studio была построена 3D модель спортсмена с усредненными антропометрическими данными. Техника плавания способом «двухударный дельфин» воспроизводилась на этой модели по двум сценариям. По первому сценарию цикл движений рук и ног в воде осуществлялся на основе эталонных данных с достижением максимальной скорости. Для построения полного цикла движения использовались угловые параметры в основных узловых элементах движения рук и ног в каждой фазе. Второй сценарий предусматривал моделирование узловых положений рук и ног в каждой фазе полного цикла движения на основе видеозаписи движения конкретного спортсмена. После выставления ключевых точек элементов выполнялось циклическое анимирование результатов моделирования с получением видеоролика 6-ти полных циклов движений.

Биомеханическое моделирование и сопоставление эталонной и индивидуальной техник плавания позволило выявить типичные ошибки плавания изучаемым стилем. Искажение траектории движения при подтягивании туловища к точке опоры и отталкивании вызывает значительные потери скорости. Отклонения от эталонных траекторий движения в фазах «пронос рук над водой» и «вход рук в воду» приводят к увеличению гидродинамического сопротивления. Таким образом, применение модели в тренировочном процессе способствует формированию пространственно-временных навыков спортсменов-пловцов.

О динамичности коэффициента теплового линейного расширения

**Вавилов Д. С.¹, Индейцев Д. А.², Кудрявцев А. А.³, Морозов Н. Ф.²,
Муратиков К. Л.⁴, Семёнов Б. Н.⁵**

¹ *Военно-Космическая академия им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург*

² *Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

³ *Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого*

⁴ *Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург*

⁵ *Санкт-Петербургский государственный университет*

Вопросы влияния собственной динамики включений на волновые процессы, явление локализации, возникновение резонансных режимов, а также определение необходимых условий для их возникновения широко представлены в работах И. И. Воровича, В. А. Бабешко и их учеников.

В настоящем исследовании приведены результаты, указывающие на тесную связь явления локализации акустических волн с эффектом «застывания» тепловой волны в области включений. Одним из возможных объяснений этого эффекта может быть проявление динамичности коэффициента линейного теплового расширения в области дефектов, который сегодня широко используется при акустической термодиагностике материалов. Традиционная термомеханика в основном базируется на хорошо известных соотношениях между шаровой частью тензора деформации и напряжений, определяемых как закон Дюамеля — Неймана. При этом коэффициент теплового линейного расширения, входящий в это соотношение, принимается постоянным. Однако развитие современных методов акустической термодиагностики указывает на существенную ограниченность этого закона в его классическом представлении. Многочисленные теоретические работы, использующие данное представление, оказались не в состоянии описать экспериментальные результаты, а тем более предсказать зависимость коэффициента линейного теплового расширения от предварительно напряжённого состояния.

В данной работе проводится исследование эффекта влияния включений на формирование акустических волн в одномерных волноводах при лазерном облучении. При этом последовательно рассматриваются всё более сложные варианты описания примеси, начиная с абсолютно жёсткого включения и заканчивая реологической моделью материала с дефектами, построенной на основе уравнения баланса для их концентрации. Собственная динамика включений учитывается путём введения характерных времен релаксаций, которые могут оказаться соизмеримы с временами длинноволнового акустического спектра, что приводит к принципиально иному характеру динамического отклика материала.

Анализ решения нестационарных задач термоупругости качественно хорошо описал экспериментальные факты поведения акустических сигналов, а также влияние дефектов на изменение формы сигнала. Результатом исследования является уточнение закона Дюамеля — Неймана за счёт динамического поведения коэффициента линейного теплового расширения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-01-00537).

Волновые явления в слоистых фононных кристаллах
с трещинами и электродами

Ванг Я.¹, Голуб М. В.², Дорошенко О. В.², Жанг Ч.¹, Фоменко С. И.²

¹Университет Зигена

²Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет, Краснодар

Фононные кристаллы или акустические метаматериалы относятся к новым инновационным классам композитов, которые являются искусственными материалами с периодической структурой. Такие композитные структуры и материалы являются упругими композитами с улучшенными акустическими свойствами, что обуславливается уникальными волновыми эффектами, которые формируются благодаря специально подобранной периодической структуре с возможным локальным нарушением периодичности. Современные устройства нередко используют особенности волновых колебаний периодических композитных структур. Ключевой чертой фононных кристаллов является возможность управления волновой энергией, а использование связанных электромеханических полей имеет огромный потенциал в практической реализации новых устройств.

Рассматривается задача о распространении упругих волн через периодический слоистый пакет конечной толщины с множественными периодическими массивами трещин и электродов. Обсуждаются вопросы применения метода граничных интегральных уравнений (МГИУ) и метода спектральных элементов (МСЭ) для описания волновых колебаний и последующего параметрического анализа. С помощью МГИУ моделируется фононный кристалл с двухслойной ячейкой, в которой периодические массивы интерфейсных трещин вводятся в виде счетных наборов бесконечно тонких разрезов со свободными от напряжений берегами, а электроды задаются известными электрическими напряжениями. МГИУ предполагает введение неизвестных скачков для вектора упругих или электрических перемещений, после подстановки которых в граничные условия на дефекте формируются системы граничных интегральных уравнений. Для фононных кристаллов конечной толщины и ширины используется МСЭ, в рамках которого производится дискретизация области на конечные элементы.

На основе этих методов был проведен численный анализ влияния характеристик фононных кристаллов на ширину и положение запрещенных зон слоистых фононных кристаллов различных конфигураций. Анализируются коэффициенты прохождения/отражения и изучается влияние периодических массивов трещин на распространение волн в фононном кристалле. Исследуется эффект «раскрытия» фононного кристалла в зависимости от вида решеток, а также выявлен факт наличия двух типов резонансных режимов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-501-12069).

Вычислительные аспекты решения обратных коэффициентных задач

Ватульян А. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Коэффициентные обратные задачи — один из быстро развивающихся классов обратных задач механики и математической физики, имеющих многочисленные приложения в механике материалов, физике, технике, биомеханике и горной механике, других областях моделирования. Эти задачи условно можно разделить на три больших класса, для каждого из которых можно использовать различную технику исследования.

1. Операторы с постоянными коэффициентами, для них требуется определить конечное число постоянных.

2. Операторы со слабо меняющимися коэффициентами, для них надо определить поправки к некоторым постоянным в рамках трансформации задачи для операторов с неизвестной правой частью.

3. Операторы с сильно меняющимися коэффициентами, в том числе и разрывными, для которых искомые функции определяются из некоторых итерационных процессов, сочетающих решение прямых задач на основе методов пристрелки для одномерных задач, КЭ-технологий и разностных схем для многомерных задач и решение ряда некорректных задач при обращении уравнений и систем с компактными операторами.

Обратные задачи I класса довольно часто встречаются при моделировании самых разных процессов и явлений, для них определение коэффициентов (верификация модели) реализуется либо на основе метода Прони и его модификаций, либо на основе минимизации функционала невязки на компактном множестве, построенном при использовании ограничений на искомые характеристики (положительность, ограниченность).

Второй класс задач обычно приводит к канонической некорректной задаче — операторному уравнению с компактным оператором в пространстве функций или вектор-функций, принадлежащих пространству суммируемых с квадратом или соболевских пространств функций. При численной реализации используется либо метод регуляризации А. Н. Тихонова с параметром регуляризации, согласованным с погрешностью входной информации, либо проекционные или проекционно-итерационные методы.

Третий класс задач существенно нелинеен. Для нестационарных задач часто используется сведение обратной задачи к нелинейному интегральному уравнению Вольтерра и разностно-итерационной схеме его решения, для операторов эллиптического и параболического типов возможно сведение к системам интегральных уравнений Урысона, либо строятся итерационные схемы, на каждом шаге которых решаются задачи с известными характеристиками и определяются поправки из решения проблем, описанных для второго класса задач.

Обсуждены различные вычислительные аспекты задач, представлены примеры.

Работа выполнена при поддержке проекта гранта № 075-15-2019-1928 Правительства РФ.

О внедрении индентора в ортотропный материал

Ватульян А. О., Плотников Д. К.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону**Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ*

В инженерную практику внедряется все большее количество элементов конструкций, изготовленных из композиционных материалов. Моделирование объектов, обладающих существенно неоднородными свойствами, требует изучения деформирования неоднородных слоистых структур при статических и динамических воздействиях. Одним из быстро развивающихся направлений в конструировании неоднородных объектов является изготовление функционально-градиентных материалов. Одной из перспективных областей применения градиентных материалов является изготовление покрытий различного назначения. Переменный состав и изменение свойств с глубиной покрытия приводит к уменьшению концентрации напряжений, что в свою очередь позволяет снизить вероятность образования трещин и других дефектов. На этапе контроля свойств получающейся неоднородной структуры могут быть использованы методы индентирования, являющиеся одним из наиболее эффективных средств определения свойств новых материалов. Использование методов индентирования для определения свойств неоднородных материалов требует исследования контактных задач для неоднородных сред и разработки новых эффективных методов решения обратных задач об идентификации свойств неоднородных объектов по данным индентирования.

В настоящей работе исследована контактная задача для неоднородной ортотропной полосы и штампа с гладким основанием. С помощью преобразования Фурье сформулирована каноническая система дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно трансформант компонент вектора перемещений и тензора напряжений. Решение системы построено численно с помощью метода пристрелки. Сформулировано интегральное уравнение контактной задачи, символ ядра которого строится численно. Проведено исследование поведения символа ядра при малых и больших значениях параметра преобразования. Асимптотический анализ символа ядра при больших значениях параметра преобразования осуществлен на основе метода Вишика — Люстерника. Показано, что значение символа ядра в нуле, характеризующее среднее значение контактного давления, определяется среднеинтегральным значением податливости полосы, а поведение на бесконечности, определяющее структуру контактного давления у границ области контакта, определяется значениями упругих модулей на верхней границе полосы. Решение интегрального уравнения построено численно с помощью метода граничных элементов. Построена вычислительная схема, позволяющая исследовать задачи с переменной областью контакта, не прибегая к затратной схеме решения интегрального уравнения в расширенной области. Построены распределение контактного давления и зависимость сила-внедрение для разных законов неоднородности полосы.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 075-15-2019-1928.

Прочностной расчет тяги элеватора зерноуборочного комбайна

Велибеков Д. В., Матросов А. А., Хара Р. И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Повсеместное использование зерноуборочных комбайнов по уборке зерновых культур предъявляет жесткие требования к их надежности и эффективности. Это заставляет машиностроителей искать новые пути для дальнейшего совершенствования конструкции и лучшей конкурентоспособности.

Одним из направлений улучшения существующих конструкций является замена отдельных узлов на такие же узлы большей мощности. Например, важным элементом, существенно влияющим на производительность зерноуборочного комбайна, является зерновой элеватор. Этот элеватор транспортирует зерновую массу из блока шнеков в бункер. В верхней части зернового элеватора устанавливается фрикционная предохранительная муфта. Основное назначение этой муфты заключается в ограничении усилия, передаваемого в ременной передаче, так как в противном случае возможно разрушение элементов элеватора. Для увеличения производительности комбайна целесообразным является использование муфты большей мощности. Однако это может привести к забиванию элеватора зерновой массой, что в конечном счете вызовет его поломку.

В связи с этим в работе рассматривается задача математического моделирования элеватора и определения прочностных характеристик тяги.

Для расчета и анализа напряженно-деформированного состояния в элеваторе и в частности в механизме натяжения, которое возникает в момент забивания зерновой массой, была создана конечно-элементная модель всего зернового элеватора. Расчет выполнялся в статической постановке. Конечно-элементная сетка была создана в пре-/постпроцессоре Femap. В качестве решателя был использован NX Nastran. Результаты конечно-элементного анализа позволили определить усилия, прилагаемые к отдельным конструктивным элементам — фрикционной муфте и сварному соединению между креплением тяги и каркасом элеватора.

С помощью программного обеспечения автоматизированного проектирования AutoCAD в сгенерированной системе координат конечно-элементной модели вычислены моменты инерций отдельных элементов всей конструкции.

Далее по прикладной теории вычислен коэффициент запаса прочности по пределу текучести. Кроме того, определены максимальные напряжения, возникающие в сварном соединении. Полученные величины не превосходят допускаемые значения, что гарантирует прочность сварного шва при работе.

Экспериментальное исследование распространения и отражения
краевых волн в пластине с полимерным покрытием
на лицевой поверхности

Вильде М. В.¹, Еремин А. А.², Плешков В. Н.¹

¹Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

²Кубанский государственный университет, Краснодар

Упругие волны, распространяющиеся вдоль края пластины или оболочки (краевые волны), к настоящему времени достаточно хорошо изучены теоретически, однако пока не нашли практического применения. Судя по всему, это связано с тем, что до последнего времени отсутствовало экспериментальное подтверждение теоретических выводов о существовании и свойствах краевых волн. В недавней работе (Wilde M.V., Golub M.V., Eremin A.A. Journal of Sound and Vibration. 2019. V. 441. P. 26–49) в экспериментах на алюминиевой пластине по измерениям волнового поля на торце было продемонстрировано эффективное возбуждение низшей симметричной краевой волны ES_0 пьезоупругим актуатором. С точки зрения практического применения представляет интерес исследование возможности наблюдения краевых волн по измерениям волнового поля на лицевой поверхности пластины как вблизи края, так и на некотором удалении от него.

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию распространения краевых волн в пластине по измерениям на поверхности лицевой поверхности. В экспериментах была использована алюминиевая пластина с размерами $600 \times 400 \times 4.85$ мм. Упругие волны возбуждались прямоугольным пьезоупругим актуатором (Pi Ceramic GmbH) с размерами $30 \times 5 \times 0.25$ мм, приклеенным на торце пластины. Скорости частиц, нормальные к лицевой поверхности пластины, измерялись одномерным сканирующим лазерным виброметром Polytec PSV-500. Для повышения качества измерений на лицевую поверхность была наклеена полимерная светоотражающая пленка.

Для обработки результатов экспериментов были использованы два метода: частотно-волночисловой анализ (FWA) (Tian Z., Yu L. Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2014. V. 25, № 9. P. 1107–1123) и метод матричных пучков (Schopfer F., Binder F., Wostehoff A., Schuster T., et al. CEAS Aeronautical Journal. 2013. V. 4, № 1. P. 61–68). Анализ полученных результатов подтвердил эффективное возбуждение волны ES_0 , однако при этом обнаружилось также интенсивное возбуждение антисимметричных волн. Поведение дисперсионных кривых волны ES_0 при удалении от края пластины, выявленное с помощью метода матричных пучков, позволяет предположить, что отмеченный эффект связан с физической либо геометрической асимметрией, приводящей к связанности симметричных и антисимметричных волн. Первый вид асимметрии можно связать с наличием полимерной пленки, а второй — со скошенностью края пластины. Изучаются также эффекты отражения краевых волн от трещины, выходящей на край пластины.

Исследование проведено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 20-01-00673.

Асимптотическое и численное исследование дисперсии гармонических волн в пластине с тонким вязкоупругим покрытием

Вильде М. В., Сергеева Н. В., Сурова М. Ю.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

Рассматривается распространение гармонических волн в бесконечной упругой пластине, одна из лицевых поверхностей которой покрыта тонким слоем из вязкоупругого материала. Подобного рода структуры имеют разнообразное практическое применение. Например, при экспериментальных исследованиях с помощью лазерного виброметра на поверхность пластины наклеивается светоотражающая пленка, которая, как показывают результаты экспериментов, оказывает влияние на распространение и затухание изучаемых упругих волн.

Динамическое напряженно-деформированное состояние пластины описывается уравнениями движения в напряжениях, записанными в декартовой системе координат, и уравнениями состояния для наследственно-упругого материала, взятыми в интегральной операторной форме. Интегральные операторы определены формулами

$$\tilde{E} = E(1 - \Gamma^*), \quad \tilde{\nu} = \nu + \frac{1 - 2\nu}{2}\Gamma^*, \quad \Gamma^* f(t) = k \int_{-\infty}^t \Theta_\alpha(-\beta, t - \tau) f(\tau) d\tau,$$

где E, ν — мгновенные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона, k, β — параметры материала, α — параметр сингулярности.

В качестве ядра интегрального оператора используется дробно-экспоненциальная функция Работнова

$$\Theta_\alpha(-\beta, t) = t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma((n+1)(1+\alpha))},$$

где $\Gamma(n) = \int_0^\infty y^{n-1} \exp(-y) dy$ — гамма-функция.

На свободной поверхности пластины и поверхности покрытия ставятся условия отсутствия напряжений, на интерфейсе между пластиной и покрытием ставятся условия полного контакта.

При моделировании покрытия используется как точная постановка для двухслойной пластины, так и приведенные граничные условия, полученные в работе Н.-Н. Dai, J. Kaplunov, D. A. Prikazhnikov. A long-wave model for the surface elastic wave in a coated half-space. R. Soc. A. 2010. V. 466. P. 3097–3116. Приводятся результаты сравнения, иллюстрирующие пределы применимости приведенных граничных условий.

Получены асимптотики корней дисперсионных уравнений для малых значений частоты. Изучается затухание волн Лэмба, связанное с вязкоупругими свойствами покрытия, а также влияние релаксации упругих модулей покрытия на поведение дисперсионных кривых.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 20-01-00673.

Эффективные свойства периодических композитов

Вильчевская Е. Н.¹, Куц В.², Севостьянов И.³¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*²*Институт сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля НАН Украины, Киев*³*Государственный университет Нью-Мексико, Лас-Крусес*

Среди обширного списка подходов к построению эффективных свойств композитных материалов можно выделить два основных направления: разработка методов гомогенизации, основанных на одночастичном приближении и нахождение решения для периодически расположенных одинаковых включений. Часто утверждается, что эти два подхода в некоторой степени эквивалентны. Эти утверждения основаны главным образом на том факте, что в случае кубического расположения сферических частиц оба подхода действительно дают близкие результаты. В результате, решения, полученные для периодических структур, часто применяются к непериодическим композитам со случайным расположением частиц. И наоборот, схемы гомогенизации, считающиеся достаточно точными для случайного распределения частиц, применяют к периодическим структурам. В настоящей работе показано, что упомянутый случай кубического расположения сферических частиц (самый простой и очень частный) составляет исключение: как правило, применение одночастичных схем гомогенизации к периодическим композитам может приводить к очень большим ошибкам.

Особенности учета НДС конструкции при составлении диагностических прогнозов в процессе лечения обширных дефектов зубных рядов протезами «сэндвич»

**Гаврюшин С. С.¹, Полякова Т. В.¹, Ражабов У. Т.¹, Щербинин В. В.²,
Щербинина А. К.²**

¹Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

²ООО «Интернет Дентал Компани»

(Стоматологический центр «ПЕРСОНА Лайф»)

Данная работа посвящена некоторым подходам к численному моделированию оценок распределения напряжений в десне при лечении протезами «сэндвич». «Сэндвич» — это протез нового поколения без неба. Он сделан из специального пластика, к которому прикрепляются зубные коронки. Для его изготовления используются немецкие и американские полимерные материалы нового поколения. В отличие от клammerных зубных протезов он не имеет крючков, травмирующих ткани, удобен в эксплуатации, нужно всего несколько дней, чтобы привыкнуть к устройству протеза и восстановить функцию речи.

Стоматологический центр «Персона-Лайф» подготовил цифровые слепки протеза «сэндвич» с соответствующим типом клammerного протеза для сравнения в формате STL. Построение виртуальной трехмерной модели осуществляется в среде специализированных программных комплексов (Amira, Mimics, Geomagic). Расчеты были выполнены в среде прикладного программного конечно-элементного комплекса ANSYS. Геометрия была подготовлена в HyperMesh. На предварительном этапе моделирования была введена оценочная модель блочного вида, описываемая ER-диаграммой объекта исследования. Модель логически можно разделить на два вида блоков: протез, опирающийся на десну, и блок протеза зуб в цилиндре, задающий основное опорное крепление протеза. Второй блок анализирует опору протеза на зубы (в упрощенной форме «цилиндр в цилиндре»), который может иметь два типа крепления (кammer или обрамляющий зуб цилиндр). В зависимости от количества опорных зубов, на который фиксируется протез, крепление будет более сильным или слабым. Модель «сущность-связь» показывает, что для фиксации протеза необходим хотя бы один блок «зуб в цилиндре». На практике протезы, как правило, устанавливают при наличии в челюсти хотя бы двух зубов. Для полномасштабной модели проведена подготовка геометрии конструкции с соответствующей оптимизацией сеток и настроено позиционирование протеза вручную. Проведены оценки отклонений и погрешностей при позиционировании протезов.

Показано, что использование в качестве опоры одиночно стоящих зубов, прикрытых фиксирующей короной, приводит к более рациональному распределению жевательной нагрузки, обеспечивая снижение давления на слизистый слой альвеолярного гребня примерно на 5–10%. Использование фиксирующих коронок приводит к более равномерному распределению напряжений в окружающих зуб костных тканях при действии боковых и угловых нагрузок по сравнению с клammerной фиксацией. При этом обеспечивается снижение напряжений в кортикальном слое кости на 5–7%.

Применение миотонометрии для оценки эффективности
промышленных экзоскелетов

Гергей А. М.¹, Моисеев Ю. Б.², Сотин А. В.³, Суворов В. Г.^{1,4},
Шитова Е. С.¹

¹*НИИ медицины труда им. акад. Н. Ф. Измерова, Москва*

²*Центральный научно-исследовательский институт ВВС МО РФ, Москва*

³*Пермский национальный исследовательский политехнический университет*

⁴*Российская медицинская академия непрерывного профессионального
образования Минздрава РФ, Москва*

Применение традиционных методов оценки мышечного утомления, таких как поверхностная электромиография (ЭМГ) и динамометрия¹, зачастую сопряжено с трудоемкостью выполнения исследования, наличием технических и методических погрешностей, неоднозначностью интерпретации полученных результатов. Исходя из этого поиск и внедрение новых методов объективной диагностики мышечного утомления с использованием современного оборудования является актуальной научно-исследовательской задачей для специалистов различного профиля, в том числе спортивной, клинической и профилактической медицины.

Одним из перспективных неинвазивных методов оценки мышечного утомления является миотонометрия. Представленное на рынке устройство — миотонометр «MyotonPRO» (Myoton AS, Эстония), позволяет измерять биомеханические свойства поверхностных скелетных мышц². Специалистами ФГБНУ «НИИ МТ» были разработаны и апробированы методики исследования мышечного утомления с использованием «MyotonPRO», предназначенные для оценки эффективности применения различных моделей промышленных экзоскелетов как перспективных типов средств индивидуальной защиты опорно-двигательного аппарата от негативного воздействия тяжести трудового процесса. Измерения биомеханических свойств мышц добровольцев проводили в определенные промежутки времени при нахождении добровольцев в разнообразных позах и при различной степени утомления.

Анализ результатов показал, что применение миотонометрии явилось наиболее валидным, надежным и информативным инструментом при измерении степени утомления поверхностных расположенных мышц в состоянии их расслабления после интенсивной физической нагрузки. Измерения, проводимые на произвольно сокращенных мышцах, а также после выполнения работ средней или низкой интенсивности, не смогли дать однозначных результатов. Таким образом, вопрос о широком применении метода миотонометрии для оценки эффективности промышленных экзоскелетов может быть рассмотрен лишь после разработки дополнительных методик, способных предоставить достаточное количество объективной информации.

¹Изучение характера кумуляции утомления при локальной мышечной работе / О.И. Муравьева — М.: 1983 г. — 24 с.

²Arved Vain, Device and method for real-time measurement of parameters of mechanical stress state and biomechanical properties of soft biological tissue. Patent US, no 20130289365A1, 2010.

Термокапиллярный вращательный эффект в пограничном слое при локальном охлаждении свободной границы

Гегман В. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Нелинейные пограничные слои, возникающие вблизи свободной границы, могут быть вызваны различными причинами, например термокапиллярным эффектом Марангони, в результате воздействия градиента температуры вдоль свободной поверхности. Впервые результаты расчетов такого случая опубликованы в статье L. G. Napolitano.

Помимо термокапиллярного эффекта, ветровые нагрузки, действующие на свободную поверхность, могут создавать поверхностные касательные напряжения, которые также приводят к возникновению нелинейного пограничного слоя.

Касательные напряжения на свободной границе еще могут возникать при неравномерном распределении примеси на этой поверхности, что приводит к образованию концентрационного пограничного слоя. Отметим, что в случае однородной жидкости уравнения пограничного слоя совпадают с уравнениями Прандтля, так как течение жидкости описывается системой уравнений Навье — Стокса.

Рассматривается осесимметричное стационарное течение однородной несжимаемой жидкости в полупространстве, ограниченном свободной границей, вдоль которой задано неравномерное распределение температуры. А также определяются условия возникновения вращательных течений жидкости в пограничном слое и условия возникновения вращения жидкости в пограничном слое вблизи свободной поверхности при локальном охлаждении этой границы.

Полуаналитический гибридный подход для описания взаимодействия частично отслоившегося прямоугольного пьезоэлектрического преобразователя со слоистым волноводом

Глинкова С. А., Шпак А. Н.

*Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет, Краснодар*

Ультразвуковые системы мониторинга, основанные на использовании бегущих волн, применяются для проверки целостности протяженных тонкостенных конструкций. Пьезоэлектрические активные датчики, встроенные в тонкостенную конструкцию, используются для возбуждения и измерения бегущих волн в задачах ультразвукового мониторинга. Методы обработки сигналов должны позволять определять различия, вызванные внешними условиями, дефектами в структуре или частично отслоившимися датчиками. Таким образом, для создания и успешного применения на практике ультразвуковых методов мониторинга необходимы быстрые и надежные математические модели. Аналитические и полуаналитические методы хорошо подходят для моделирования распространения упругих волн в протяженных неограниченных структурах с простыми неоднородностями. Для описания пьезоэлектрических преобразователей различной формы могут быть использованы сеточные методы. Поскольку для описания сложной геометрии реальных объектов аналитические методы не применимы, а прямые сеточные методы требуют больших вычислительных ресурсов, то в последние годы развиваются гибридные подходы, в которых область, содержащая в себе сложную геометрию, описывается прямыми численными методами, а распространение волн в протяженной структуре — с помощью аналитических и полуаналитических подходов.

В данной работе представлены результаты, связанные с полуаналитическим гибридным подходом для описания динамического взаимодействия пьезоэлектрических преобразователей со слоистыми волноводами и его обобщением для трехмерного случая. Метод основан на комбинации метода спектральных элементов и метода граничных интегральных уравнений, где для гармонического решения можно получить интегральное представление. Динамическое воздействие пьезоэлектрического преобразователя рассчитывается из решения связанной задачи на основе условия непрерывности перемещений и напряжений в области контакта между преобразователем и слоем. Неизвестная функция нагрузки аппроксимируется осесимметричными функциями вида, что позволяет получить однократные интегралы. Для решения связанной задачи предлагаются метод Галеркина и метод коллокаций. Результаты моделирования сравниваются с экспериментальными данными (в двумерном случае), а также с расчетами в коммерческом конечноэлементном пакете COMSOL Multiphysics.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (номер гранта МК-470.2020.1).

Конечно-элементное моделирование глазных протезов

Глушко Н. И.¹, Епихин А. Н.², Иванов А. Е.¹, Краснов Д. В.¹,
Свэйи М.^{1,3}, Соловьев А. Н.¹

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

²*Ростовский государственный медицинский университет*

³*Сиднейский университет*

По данным Всемирной организации здравоохранения, в настоящее время во всем мире более 4,9 миллионов человек слепы из-за патологии роговицы. Вторым по значимости заболеванием, которое приводит к снижению зрения, является катаракта. Катаракта — это помутнение хрусталика глаза. Данный вид нарушения зрения вызывает половину всех случаев слепоты и 33% нарушений зрения во всем мире. Одним из способов лечения этих заболеваний являются хирургические операции по имплантированию протезов. При этом возникает несколько важных задач. Первая задача — это разработка дизайна самих оптических и гаптических элементов имплантов. Вторая задача — расчет взаимодействия имплантируемых протезов с биологическими тканями глаза человека, модули упругости которых, как правило, значительно меньше, чем модули упругости самих имплантов.

В данной работе проводится математическое и конечно-элементное моделирование глазных протезов. Рассматриваются два типа протезов: протез роговицы глаза (кератопротез) и искусственный хрусталик, состоящий из двух интраокулярных линз, что позволяет осуществить аккомодацию.

Первым шагом исследования является моделирование мягких биологических тканей, в частности, роговицы. В работе роговица глаза моделируется водонасыщенным пороупругим материалом с использованием модели Био. Рассматривается контактная задача, моделирующая индентирование мягкой ткани, строится зависимость «сила — глубина внедрения». Полученная информация может быть использована в дальнейшем для идентификации механических свойств самой роговицы.

Следующей задачей является аналитическое и конечно-элементное моделирование кератопротеза, который состоит из цилиндрического оптического элемента и различных видов гаптических элементов. Исследуется напряженно-деформированное состояние индентированных гаптических частей и роговицы.

Еще одной важной задачей является конечно-элементное моделирование интраокулярных линз и исследование взаимодействия их гаптических частей с мышцами окулярного мешка, сокращение которых приводит в осевому движению линзы. Это позволяет осуществить аккомодацию искусственного хрусталика. Данная задача решается с применением современных программных комплексов конечно-элементного анализа.

Работа выполнена при поддержке Правительства РФ (грант № 14.Z50.31.0046).

Влияние толщины и пористости кортикальной кости и мягких тканей на бегущие волны

Глушков Е. В.¹, Глушкова Н. В.¹, Ермоленко О. А.¹, Татаринов А.²,
Фоменко С. И.¹

¹*Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет, Краснодар*

²*Рижский технический университет*

В последние годы в области диагностики и профилактики остеопороза наблюдается рост интереса к определению состояния компактной костной ткани — основного опорного элемента скелета, качество которого определяет риск атраматических переломов костей при остеопорозе. Болезнь протекает малосимптомно и зачастую выявляется уже только после перелома кости. Количественное ультразвуковое исследование (Quantitative Ultrasound (QUS)) является перспективным средством диагностики риска остеопоротических переломов, поскольку параметры распространения ультразвука отражают свойства материала компактной костной ткани. Ультрасонометры имеют такие преимущества перед рентгеновской денситометрией как отсутствие ионизирующего облучения, компактность и меньшая стоимость, что делает их наиболее подходящим инструментом для скрининга и мониторинга состояния кости. Однако потенциал ультразвука в данном направлении еще не раскрыт в полной мере из-за несовершенства применяемых подходов. Кортикальные кости, такие как лучевая и большеберцовая, могут рассматриваться как многослойный волновод. Понимание зависимости распространения бегущих волн от ряда факторов, связанных с состоянием кости, таких как толщина кортикального слоя, пористость, радиальный градиент и степень минерализации, а также наличие мягких тканей, позволяет выявить скрытые признаки остеопороза, что поможет улучшить его диагностику. Настоящая работа посвящена моделированию дисперсионных и амплитудно-частотных характеристик бегущих волн, возбуждаемых в образцах (фантомах), имитирующих строение реальных костей, с целью выявления диагностических признаков остеопороза. В работе используются адаптированные компьютерные модели, которые были ранее разработаны для ультразвукового контроля композиционных материалов (SHM). Модели основаны на явном представлении бегущих волн в форме контурных интегралов обратного преобразования Фурье матрицы Грина волновода с последующим использованием теории вычетов для получения асимптотики бегущих волн. В работе анализируется и обсуждается влияние толщины, упругих свойств, пористости и функциональной градиентности слоев фантомов на амплитудно-частотные характеристики.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (№ 17-11-01191).

Популяционные волны в модели активный хищник – пассивная жертва

Говорухин В. Н.^{1,2}, Загребнева А. Д.²

¹ Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

² Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Изучаются пространственно-временные режимы в системе типа хищник-жертва на кольцевом ареале (с периодическими условиями на границах интервала). Предполагается, что хищники перемещаются направленно и случайно, а жертвы распространяются только диффузионно. Демографические процессы хищников не учитываются, их общая численность P постоянна и является параметром. Переменные модели — плотности популяций хищников и жертв, скорость хищников, связаны системой трёх уравнений типа реакция-диффузия-адвекция. Проводится численный анализ бифуркаций при изменении двух параметров — численности хищников и коэффициента таксисного ускорения. Для аппроксимации задачи в частных производных применяется метод прямых.

При малом количестве хищников устойчив стационарный однородный режим, который сменяется автоколебаниями в виде бегущих волн. При росте P реализуются сложные и разнообразные бифуркационные сценарии. Типичным переходом является нарастание/уменьшение количества независимых частот в динамике, что приводит к возникновению/исчезновению периодических, двух- и трехчастотных квазипериодических аттракторов. В этих случаях популяционная динамика представляет собой автоволновой процесс, наблюдаются: бегущие волны; волны с изменяющейся по времени амплитудой; расщепляющиеся и взаимодействующие между собой волны. Периодический режим представляет собой бегущую по кольцу с постоянной скоростью волну с неизменным распределением величин в подвижной системе координат. При возникновении новых частот ведущая (постоянная) частота сохраняется, но образуются дополнительные волны, и динамика является их комбинацией.

При распаде двух- и трех- частотных режимов возникает хаотическая динамика. При этом в спектре Ляпунова хаотического режима может быть два положительных показателя. Это означает, что динамика является гиперхаотической, то есть, более непредсказуемой. Детали бифуркации перехода к гиперхаосу не до конца ясны, но можно предположить, что она происходит в результате резонансного распада трехмерного тора. При большом количестве хищников реализуется стационарный режим с отсутствием жертв. Описанные сценарии развития динамики при изменении P сильно отличаются от происходящих при замкнутом ареале. Таким образом, граничные условия в значительной степени определяют поведение математической модели активный хищник – пассивная жертва.

Результаты исследования демонстрируют сложность динамики, обусловленной наличием направленной скорости перемещения хищников, которая определяется зависимостью их ускорения от градиента в распределении жертв. Это достаточно простое предположение приводит к большому разнообразию бифуркационных переходов, механизмы многих из которых еще не совсем ясны и требуют дальнейших исследований.

Работа поддержана грантом Правительства РФ № 075-15-2019-1928.

Об определении уровня предварительных напряжений

Головатенко М. Е., Дударев В. В., Мнухин Р. М.
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Предварительными, или остаточными, напряжениями называются напряжения, которые могут существовать в объекте при отсутствии наблюдаемых внешних воздействий. Преднапряжения могут возникать в ходе различных производственных операций или в результате действия скрытых нагрузок. Учет остаточных напряжений позволяет проводить более точный анализ напряженно-деформированного состояния и расчет на прочность отдельного элемента или всей конструкции. В настоящее время наиболее востребованными подходами диагностики ответственных сооружений являются неразрушающие методы, среди которых можно выделить акустический. К его основным преимуществам относятся экономичность и относительная простота реализации.

В ряде прикладных задач закон изменения предварительных напряжений может быть известен. В этом случае при расчетах на прочность и допускаемые значения нагрузок важное значение имеет оценка уровня преднапряжений. В работе на основе модели, описанной в монографии¹, сформулирована общая постановка задачи об установившихся колебаниях упругих тел при наличии предварительных напряжений. Предложено решение коэффициентной обратной задачи об определении уровня предварительного напряженного состояния по данным о собственных формах колебаний объекта и изменении значений собственных частот. В качестве первого примера рассмотрена одномерная задача для полой упругой трубы, находящейся в режиме установившихся радиальных колебаний. Считается, что предварительное напряженное состояние обусловлено действием скрытого внутреннего давления. Численное решение прямой задачи об определении функции смещения получено с помощью метода пристрелки. Проанализировано изменение значений собственных частот колебаний для различных уровней преднапряжений. Проведена серия вычислительных экспериментов по реконструкции значения внутреннего давления. В качестве другого примера рассмотрена задача для предварительно напряженной пластины. Решение задачи о свободных колебаниях построено численно в конечно-элементном пакете FlexPDE. Проведено исследование влияния различных видов предварительного напряженного состояния на значения собственных частот. Рассмотрены различные условия закрепления и нагрузки, вызывающие преднапряжения. Используя функциональные возможности пакета, были построены первые формы колебаний. Проведены вычислительные эксперименты по восстановлению уровня предварительного напряженного состояния по данным об изменении собственных частот колебаний пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации (соглашение № 075-15-2019-1928).

¹Гузь А. Н., Махорт Ф. Г., Гуца О. И. Введение в акустоупругость. Киев: Наукова Думка, 1977. 162 с.

К построению метамоделей для пластины с пьезоэлектрическими преобразователями и поверхностной неоднородностью

Голуб М. В.¹, Мюллер И.², Сверкунова Д. А.¹, Шпак А. Н.¹

¹*Институт математики, механики и информатики,*

Кубанский государственный университет, Краснодар

²*Университет прикладных наук Бохума*

Для обнаружения дефектов в протяженных тонкостенных конструкциях применяются акустические системы мониторинга, основанные на использовании бегущих волн, распространяющихся на значительные расстояния и взаимодействующих с дефектами различных типов. При этом отсутствие надежных методов оценки надежности акустических или ультразвуковых систем мониторинга является одним из основных препятствий на пути внедрения таких систем в массовое производство. Для развития методов оценки достоверности и эффективности систем мониторинга необходимы надежные механико-математические модели, учитывающие особенности конкретной структуры.

Для уменьшения вычислительных затрат физически полная модель может заменяться на упрощенную модель. Однако такие упрощения приводят к увеличению расхождений между численными и экспериментальными результатами. Кроме того, невозможно провести экспериментальные исследования для всевозможных размеров и положений дефектов в конструкции, особенно для системы мониторинга, спроектированной специально для конкретной конструкции, поскольку в этом случае такая система является уникальной. Данное исследование сосредоточено на разработке метамоделей на основе экспериментальных данных, полученных для относительно небольшого количества образцов, которая будет выступать в качестве поправки к математической модели.

Акустические системы мониторинга основываются на использовании пьезоэлектрических преобразователей для возбуждения и измерения бегущих волн. Для разработки метамоделей были проведены экспериментальные исследования рассеяния волн Лэмба на поверхностном блоке. Для этого на поверхность алюминиевой пластины были приклеены два прямоугольных пьезоэлектрических преобразователя (актуатор и сенсор) и прямоугольный полимерный блок для «симуляции» дефекта (неоднородности). Экспериментально и с помощью двумерной математической модели были получены сигналы с пьезоэлектрического сенсора при различных центральных частотах. В данной работе представляется несколько простейших вариантов построения метамоделей, которые позволяют для произвольной центральной частоты скорректировать теоретические расчеты с тем, чтобы минимизировать расхождение с экспериментальными данными. Для построения метамоделей используются Фурье- и вейвлет-преобразования, которые позволяют аппроксимировать разность между экспериментальными и модельными данными как в частотной, так и во временной областях. При этом демонстрируется достаточно хорошее совпадение с экспериментальными данными из тестовой выборки.

Работа выполнена при поддержке Кубанского научного фонда (проект МФИ-20.1/118).

Моделирование внедрения медицинского инструмента в биологические ткани

Горячева И. Г., Яковенко А. А.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН, Москва

Моделирование взаимодействия медицинских инструментов с биологическими тканями является актуальной задачей, возникающей и при разработке медицинского оборудования, и при обработке экспериментов на тканях и их фантомах, и при исследовании механических свойств тканей. Сами биологические ткани имеют сложную структуру, и для полного описания процесса взаимодействия с ними инструментов необходимо учитывать различные механические процессы, происходящие в тканях при контакте. Так, например, при внедрении в мягкие ткани на большую глубину тонкой длинной иглы, что является распространенной медицинской процедурой, в ткани протекают процессы ее деформирования и разрушения, релаксации напряжений, трения, адгезии. Учет всех факторов приводит к контактной задаче, аналитическое решение которой является довольно сложным и не всегда возможным. Такие задачи можно решать численно или же использовать некоторые упрощения, касающиеся выбора механической модели биологической ткани и условий ее взаимодействия с инструментом.

В данной работе исследуется процесс внедрения в мягкую биологическую ткань недеформируемого цилиндра с плоским основанием (индентора), моделирующего иглу. Для полноты исследования рассматриваются также стадии удержания индентора на заданной глубине и его извлечения из ткани. При этом учитываются следующие факторы: наличие прокола поверхностного слоя ткани в начале стадии внедрения, реологические свойства ткани, наличие трения в процессе движения иглы в ткани, пластические деформации ткани. Для описания механического поведения ткани в продольном и поперечном направлениях используются одномерные модели, наличие в которых вязких элементов и элементов сухого трения позволяет учесть реологические свойства и пластические деформации биологической ткани. Предполагается также, что между иглой и сжатой тканью возникает сила трения, пропорциональная силе обжатия иглы тканью в соответствии с законом Кулона-Амонтона. На начальной стадии больших упругих деформаций ткани до прокола вводится дополнительная сила, имеющая степенную зависимость от глубины внедрения индентора в ткань. Затем эта сила по достижению заданного критического значения, соответствующего проколу ткани, считается равной нулю.

Для всех стадий процесса получены аналитические зависимости силы, прикладываемой к инструменту, от времени при заданной скорости погружения индентора, которые демонстрируют наличие пика в начале стадии погружения, релаксации в стадии удержания и отрицательных значений силы на стадии извлечения инструмента. Полученные результаты соответствуют представленным в литературе экспериментальным данным по внедрению иглы в мягкие биологические ткани.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 19-58-52004).

Применение эффективных граничных условий для моделирования распространения упругих волн в слоистых композитах с тонкими клеевыми прослойками и поврежденными интерфейсами

Гуринович С. Ю., Дорошенко О. В.

*Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет, Краснодар*

Многослойные композитные материалы типа ламинатов традиционно применяются в автомобильной промышленности и авиационной. Основная цель применения такого типа композитов — уменьшение веса конструкции или придание ей звукоизоляционных свойств. При несоблюдении требований производства и при длительной эксплуатации в многослойных конструкциях нарушаются адгезионные и когезионные связи, что приводит к появлению различных дефектов, таких как межслойные отслоения и микро-трещины. Несмотря на устойчивый интерес в исследованиях, посвященных диагностике состояния таких конструкций, по-прежнему необходимо дальнейшее развитие систем ультразвукового волнового мониторинга, основанных на использовании бегущих упругих волн. Успех в определении степени деградации адгезионных свойств слоистых композитов зависит от адекватности используемых граничных условий при построении соответствующих математических моделей, описывающих распространение волн и учитывающих внутренние механические свойства исследуемой структуры.

Целью данного исследования является построение математической модели динамического поведения многослойных композитов с тонкими прослойками и с учетом возможного неидеального контакта между слоями. Рассматриваются композиты, которые содержат прослойки, с толщиной значительно меньшей толщины окружающих ее слоев. В качестве возможных подходов к описанию таких ламинатов применяются введение тонкого упругого слоя и замена прослойки распределенными пружинами. Существуют работы, в которых для тонкого слоя были выведены эффективные граничные условия, позволяющие заменить тонкий слой при помощи асимптотик по толщине прослойки. В большинстве работ рассматривается разложение с сохранением слагаемых до первого порядка по толщине слоя, однако не во всех работах учитываются все необходимые слагаемые. Для описания неидеального контакта между слоями в данной работе используется подход Баика — Томпсона.

В настоящей работе анализируются эффективные граничные условия, при помощи которых моделируется распространение бегущих упругих волн в многослойных пластинах с тонкой прослойкой с учетом неидеального контакта между слоями. При сравнении модельных вычислений с результатами применения частотно-волнового анализа к экспериментально измеренным скоростям перемещений на поверхности образцов было продемонстрировано существенное совпадение дисперсионных свойств. Также в работе анализируется влияние прослоек в сочетании с неидеальным контактом на дисперсионные и амплитудные свойства бегущих волн Лэмба, распространяющихся в многослойной структуре.

Работа выполнена при поддержке государственного задания Минобрнауки России № 075-00934-21-00 (FZEN-2020-0017).

Алгоритмы онлайн-оптимизации
в задаче о выборе инвестиционного портфеля

Гуртовая О. В., Рохлин Д. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе решалась проблема выбора инвестиционного портфеля. Математическая модель этой проблемы представляет собой описание процесса капитала и класса эталонных стратегий.

Пусть имеется некий начальный капитал, срок инвестирования и некоторое число акций, в которые вкладывается этот капитал, требуется минимизировать сожаление по отношению к заданному семейству эталонных стратегий. В качестве эталонных стратегий рассматриваются портфели с постоянными долями. Математическая модель представляет собой следующее: портфель, содержащий в себе N активов или акций. Введем величину $\mathbf{s}_t = (s_t^1, \dots, s_t^N)$ — вектор цен активов в момент времени t . В каждый торговый день эффективность вложений в активы можно описать вектором $\mathbf{r}_t = (r_t^1, \dots, r_t^N)$. Вектор \mathbf{r}_t представляет собой отношение цен активов следующего дня к нынешнему, то есть $\mathbf{r}_t = \mathbf{s}_t / \mathbf{s}_{t-1} = (\frac{s_t^1}{s_{t-1}^1}, \dots, \frac{s_t^N}{s_{t-1}^N})$. Выбор портфеля определяется выбором весов $\mathbf{x}_t = (x_t^1, \dots, x_t^N)$ таких, что $x_t^i \geq 0, \sum_{i=1}^N x_t^i = 1$. Величина x_t^i показывает, какая часть средств вложена в актив i в момент времени t . Пусть z_0 — количество средств, вложенных в портфель в начальный момент времени. Тогда можно использовать следующую рекуррентную формулу для нахождения суммы капитала в последующие моменты времени:

$$z_{t+1} = z_t \langle \mathbf{x}_t, \mathbf{r}_{t+1} \rangle, \quad t = 0, \dots, T-1. \quad (1)$$

Так как задача состоит в получении максимальной прибыли, то задача выбора оптимального инвестиционного портфеля принимает вид:

$$\mathbb{E} \ln z_T = \mathbb{E} \ln \left(\prod_{t=0}^{T-1} \langle \mathbf{x}_t, \mathbf{r}_{t+1} \rangle \right) = \mathbb{E} \sum_{t=0}^{T-1} \ln \langle \mathbf{x}_t, \mathbf{r}_{t+1} \rangle \rightarrow \max_{\mathbf{x}_t}. \quad (2)$$

Данная задача решалась методами онлайн-оптимизации. В частности, были использованы следующие алгоритмы:

- экспоненциальный градиент (Exponential Gradient);
- экспоненциальный градиент с добавлением предсказания следующей потери;
- онлайн метод Ньютона (Online Newton Step);
- онлайн метод Ньютона (Online Newton Step) с добавлением предсказания следующей потери;
- AdaHedge.

Реализованные алгоритмы были протестированы на известных наборах данных и исследованы новые наборы данных.

Численный анализ контактного взаимодействия параболического штампа с пороупругим слоем с кусочно-однородными свойствами при учете поверхностных напряжений

Данильченко С. А.^{1,2}, Наседкина А. А.²

¹*Ростовский государственный университет путей сообщения*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Методы микро- и наноиндентирования активно используются в настоящее время для исследования таких важнейших механических свойств образцов, как модуль упругости, микротвердость, и др. При этом теория и технология применения этих методов на наноуровне пока еще нуждаются в дополнительном обосновании. В данной работе рассматриваются задачи о контакте недеформируемого параболического индентора с пороупругим слоем с кусочно-однородными по толщине материальными свойствами. Особенностью исследования является рассмотрение пороупругого материала слоя в рамках модели Био и в учете поверхностных напряжений по теории Гуртина — Мурдоха с масштабным фактором, связанным с размерами зоны контакта.

Сформулированные задачи решались численно в конечно-элементном пакете ANSYS для дальнейшего сопоставления результатов с численно-аналитическими решениями и с экспериментальными данными по индентированию пороупругих материалов, полученных в Институте механики Болгарской Академии Наук. Были разработаны специальные пользовательские программы на макроязыке APDL ANSYS, позволяющие решать рассматриваемые задачи при различных входных геометрических и физических данных.

Для удобства использования в ANSYS поверхностных элементов с подходящими свойствами применялась поротермоупругая аналогия, с учетом которой вместо задач пороупругости решались соответствующие термоупругие задачи к плоским и поверхностным элементам. Согласно методологии решения контактных задач при построении сетки конечных элементов обеспечивалось сгущение разбиения вблизи зоны контакта. Для этого были выделены геометрические канонические подобласти, для которых можно было построить регулярную конечно-элементную сетку с конечными элементами меньшего размера по сравнению с элементами в остальной области. Для обеспечения устойчивости численных расчетов при наноразмерном контакте предварительно осуществлялся переход к безразмерной постановке. Далее для учета поверхностных напряжений дополнительно на поверхности слоя определялись оболочечные элементы с опциями мембранных напряжений.

На основе построенных конечно-элементных моделей в результате численного решения контактных задач для различных пороупругих материалов слоя и поверхностных модулей были проведены расчеты в ANSYS и проанализированы распределения контактных напряжений, осадка индентора, размеры области контакта, интенсивности напряжений или эквивалентные напряжения по Мизесу и поровое давление.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ № 19-58-18011.

Конечно-элементное моделирование износа сферического шарнирного соединения в тазобедренном суставе

Данильченко С. А., Чебаков М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Шарнирные соединения широко используются в различных отраслях машиностроения и биомеханики. Они используются для связывания подвижных относительно друг друга элементов в режиме скольжения. Одним из примеров таких соединений является тазобедренный сустав, в котором головка бедра представляет собой шар, а вертлужная впадина — сферический слой. Оценка и прогнозирование износа играют ключевую роль в разработке продукта и выборе материала для полного эндопротезирования тазобедренного сустава, поскольку частицы износа являются одной из основных причин расшатывания и поломки. Многофакторные клинические или лабораторные исследования являются дорогостоящими и длительными по времени. В связи с этим популярность набирает такой метод исследования как моделирование с использованием методов конечных элементов. Данный метод может эффективно применяться для прогнозирования износа и предварительного выбора различных параметров при изготовлении имплантов.

В представленной работе рассмотрена пространственная квазистатическая контактная задача для сферического шарнирного соединения, на одну из поверхностей скольжения которого нанесено тонкое композиционное покрытие. Для решения поставленной задачи был применен метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS. В качестве модели, описывающей процесс изнашивания, применялась модель Арчарда, которая используется для расчета износа подшипников. Полученное в результате расчетов контактное давление используется для вычисления величины линейного износа. Рассмотрены несколько вариантов нагрузки и угла сгибания-разгибания, имитирующих поведение сустава при различных видах деятельности. Исследовано напряженно-деформированное состояние соединения и определена величина линейного износа покрытия на начальном этапе взаимодействия. Установлено, что в начальный момент времени значения контактного давления и эквивалентного напряжения в зоне взаимодействия возрастают, что связано с этапом «приработки», когда происходит формирование области контакта. Далее площадь пятна контакта постепенно увеличивается вследствие износа и данные показатели снижаются. Кроме этого была рассчитана величина объемного износа, что позволяет рассчитывать скорость и интенсивность изнашивания покрытия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Южного федерального университета, внутренний грант № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

Эффективные свойства пороупругих композитов с поверхностными эффектами и случайной наноразмерной пористостью:
конечно-элементный анализ

Дачева М.¹, Наседкин А. В.², Янков Р.¹

¹*Институт механики Болгарской Академии наук, София*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Настоящая работа посвящена определению свойств наноразмерных двухфазных пороупругих композитов стохастической структуры. Для учета наномасштаба на границах раздела фаз используется модель Гуртина — Мурдоха поверхностных упругих и поровых напряжений. При этом масштабный коэффициент связывается с размерами включений.

Для моделирования представительных объемов и расчета эффективных свойств использовался конечно-элементный пакет ANSYS. Общая методология расчета была основана на теории эффективных модулей, на энергетических соотношениях, на моделировании представительных объемов и на методе конечных элементов. Для создания представительного объема композита была создана кубическая сетка конечных элементов со свойствами материалов двух различных фаз и со случайным расположением элементов второй фазы. Для того, чтобы учесть поверхностные эффекты, интерфейсные границы были покрыты оболочечными элементами с мембранными напряжениями. Для использования оболочечных элементов с подходящими свойствами использовалась аналогия между задачами пороупругости и термоупругости, согласно которой задачи пороупругости решались как соответствующие задачи термоупругости с объемными и оболочечными упругими и тепловыми элементами. Межфазные границы покрывались автоматически по специальным алгоритмам, реализованным на языке APDL ANSYS. Здесь на первом этапе были сгенерированы временные элементы на контактных поверхностях, которые затем были заменены термоупругими оболочечными элементами с опциями мембранных напряжений. В результате выполнения этой процедуры все грани соприкосновения пороупругих объемных элементов со свойствами материалов различных фаз были покрыты мембранными конечными элементами, модулирующими поверхностные напряжения. На следующем шаге в построенном представительном объеме решался набор задач статической пороупругости в соответствии с моделью Био и задачи фильтрации со специальными граничными условиями, которые являются стандартными для метода эффективных модулей. Затем в постпроцессоре ANSYS рассчитывались осредненные напряжения и тепловые потоки как для объемных, так и для оболочечных конечных элементов. Наконец, эффективные модули композита с поверхностными эффектами были найдены с использованием соответствующих формул метода эффективных модулей и обратного перехода к задачам пороупругости.

Результаты вычислительных экспериментов позволили исследовать зависимости эффективных модулей от процентного содержания материала второй фазы, характерных наноразмеров и относительных размеров межфазных границ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Национального научного фонда Болгарии, проект № 19-58-18011.

Два подхода при индивидуализированном биомеханическом анализе имплантации на нижней челюсти

Дашевский И. Н.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН, Москва

Все большее значение при планировании дентальной имплантации приобретает математическое моделирование и индивидуализированный количественный анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) челюсти, выполняемый для конкретного пациента. Можно выделить два основных подхода по выбору модели материала и назначению физико-механических свойств компактной и губчатой костных тканей: 1. Разделение костной ткани челюсти на две области (компактную и губчатую) со своими фиксированными механическими характеристиками; 2. Поля физико-механических свойств тканей определяются дискретно, по эмпирическим уравнениям, устанавливающим их связь со значениями рентгеновской плотности. Цель работы — сравнение достоинств и недостатков двух подходов. Опробование и сравнение обоих подходов проводилось с использованием реальной КТ нижней челюсти на моделях откусывания и жевания. Материал челюсти и имплантатов моделировался как изотропный однородный линейно-упругий. Коэффициент Пуассона губчатой и компактной костных тканей был принят равным 0,3. Значения модуля упругости компактной и губчатой костных тканей для модели 1 составили 14400 МПа и 480 МПа соответственно. Модуль упругости для модели 2 определялся дискретно для каждого конечного элемента при помощи соответствующего расчетного модуля пакета Mimics. Оба подхода дают возможность учета индивидуальных геометрических и механических характеристик костных структур и тканей конкретного пациента при биомеханической оценке и цифровом планировании дентальной имплантации. Во всех случаях максимальные напряжения в кости возникают в районе первого витка резьбы имплантатов. При жевании (односторонняя несимметричная нагрузка) напряжения в кости оказываются большими, чем при откусывании. Расчетные поля НДС при обоих подходах оказываются аналогичными, однако второй способ представляется предпочтительным. Его преимущества — существенное снижение трудозатрат при создании модели челюсти и более реалистичный учет неоднородности костных тканей. Недостатки — слабая изученность и надежность эмпирических уравнений связи рентгеновской плотности с физической и далее с модулем Юнга, а также большая размерность конечно-элементной модели челюсти, требующая больших вычислительных мощностей. Автоматизации рассмотренной технологии препятствует необходимость привлечения ручной обработки для достаточно точной сегментации КТ по типам тканей, а также оптимизации качества поверхностных и объемных сеточных моделей.

Исследование проводилось совместно с Д. А. Грибовым по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А17-117021310386-3) и при частичной поддержке грантов РФФИ №17-08-01579 и №17-08-01312.

Проектная деятельность для магистрантов и бакалавров: накопленный опыт

Демяненко Я. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Проектная деятельность является обязательной составной частью образовательного процесса в Южном федеральном университете уже порядка шести лет. В результате был накоплен определенный опыт организации и проведения занятий по проектной деятельности. Необходимо отметить, что для магистров и бакалавров этот вид деятельности имеет как общие черты, так и свою специфику.

К общим характеристикам следует отнести: командную работу над проектом в течение практически всего учебного года; этапы отчетности в течение периода выполнения; предзащиту и защите проектов перед комиссией; команда жюри, которая отслеживает состояние проекта во время всего периода выполнения; выбор командами темы проекта. Причем тему нужно защищать, поэтому предварительно производится анализ востребованности.

Теперь об особенностях проектной деятельности у бакалавров и магистрантов. Для бакалавров ФИИТ организуются команды из пяти-шести человек, причем состоящие по возможности поровну из первокурсников и второкурсников. Студенты второго курса помогают адаптироваться первокурсникам, включиться в работу, освоить быстрее новые навыки. Старшекурсники помогают преподавателям координировать и оценивать работу команд. Это позволяет давать советы в выборе тем, обсуждать востребованность задач, тщательно проверять работоспособность проектов, давать конструктивные советы, проводить независимую комплексную оценку на каждом этапе. Поскольку старшекурсники уже прошли через школу проектной деятельности, то их помощь является квалифицированной и полезной и для младшекурсников и для преподавателей.

Для магистрантов в этом году мы впервые проводим проектную деятельность в рамках уникальной магистерской программы «Разработка мобильных приложений и компьютерных игр», реализуемой в рамках проекта Erasmus+ «Developing Master Programs in Mobile Application and Game Design at Partner Universities» (MAGnUS). Команды магистрантов состояли из трех-пяти человек. В состав жюри входили представители бизнеса и преподаватели ИММиКН, причем как штатные, так и совместители — представители работодателей. Жюри оценивало командные проекты на нескольких этапах: представление проектов, предзащита и защита. Кроме того, в поддержку магистрантом читались как специальные курсы, так и курсы командообразования. В итоге были получены высокие оценки выполнения проектов.

Проект Erasmus+ «Developing Master Programs in Mobile Application and Game Design at Partner Universities» (MAGnUS) Финансируется Европейской комиссией (Грант № 2018-3222/001-001 на 2019–2022).

Моделирование пьезоэлектрических генераторов накопления энергии с пьезоактивными композиционными материалами

До Тхань Бинь^{1,2}, Ле Ван Зыон², Оганесян П. А.³, Соловьев А. Н.^{1,3},
Чебаненко В. А.⁴

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

²Технический университет им. Ле Куи Дона, Ханой

³Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

⁴Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

Устройства накопления энергии на основе пьезоэлектрических генераторов (ПЭГ) позволяют использовать рассеиваемую энергию элементов машин или конструкций, превращая ее в электрическую. На этой основе строятся маломощные автономные источники электрической энергии. Такие источники, в частности, могут быть эффективно использованы, например, в различных устройствах мониторинга поврежденного состояния конструкций, поскольку не требуют замены источников питания.

Одним из способов повышения эффективности пьезоэлектрических генераторов является использование в качестве их активных элементов пьезокомпозиционных материалов, в том числе пористой пьезокерамики. В данной работе рассматривается несколько различных типов ПЭГ.

В первой задаче рассматривается оптимизация пьезоэлектрического генератора стекового типа, слой которого состоит из пористой пьезокерамики. Строится прикладной способ расчета такого пьезоэлектрического генератора на основе метода Канторовича. Исследуются выходные характеристики как в зависимости от процента пористости пьезокерамики, так и геометрии самой конструкции пьезоэлектрического генератора.

Во второй задаче рассматривается двухуровневое моделирование пьезокомпозиита 1-3 связности. Пористые пьезокерамические стержни находятся в полимерной матрице. С помощью программного комплекса конечно-элементного анализа ACELAN-COMPOS численно определяются эффективные свойства стержней и композита. В работе исследуются выходные характеристики пьезоэлемента с таким композитным активным слоем как в зависимости от процента пористости, так и в зависимости от жесткостных соотношений между пористой керамикой и матрицей.

В третьей задаче рассматриваются изгибные колебания биморфа с двумя активными пьезомагнитоэлектрическими слоями. Эффективные свойства такого композита находятся из литературных источников, в которых рассматриваются слоистые конструкции с чередующимися пьезомагнитными и пьезоэлектрическими слоями. На основе вариационного принципа построена прикладная теория расчета изгибных колебаний биморфа. В работе исследуются его выходные характеристики, в том числе при воздействии внешнего магнитного поля.

Работа поддержана Правительством Российской Федерации (грант № 075-15-2019-1928).

Прикладная теория изгибных колебаний
пьезомагнитоэлектроупругих биморфов

До Тхань Бинь¹, Паринов И. А.², Чебаненко В. А.³

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

³Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается плоская задача об установившихся изгибных колебаниях пластины, находящейся в переменном магнитном поле, которая обладает бесконечной шириной в направлении x_2 . Пластина состоит из двух слоёв толщины h . Оба слоя обладают пьезомагнитоэлектроупругими свойствами.

Для механического поля в задаче была принята гипотеза единой нормали. Предполагается, что для каждого слоя существует разность электрических потенциалов. В работе используется распределение электрического потенциала в следующем виде:

$$\varphi(x_1, \tilde{x}_3) = V_1(x_1) \frac{\tilde{x}_3}{h} \left(\frac{2\tilde{x}_3}{h} - 1 \right) + V_2(x_1) \left(1 - \frac{4\tilde{x}_3^2}{h^2} \right) + V_3(x_1) \frac{\tilde{x}_3}{h} \left(\frac{2\tilde{x}_3}{h} + 1 \right)$$

Для удобства описания введена относительная координата $\tilde{x}_3 = x_3 - h/2$. В рамках исследуемой задачи рассматривался следующий случай: $V_1(x_1) = V_1 = \text{const}$, $V_2(x_1) = \Phi(x_1)$, $V_3(x_1) = V_3 = \text{const}$. Здесь $\Phi(x_1)$ — неизвестная функция распределения потенциала в середине слоя в направлении оси x_1 .

Магнитный потенциал на внутренней границе пьезомагнитного слоя принимается равным нулю. На внешней границе и по середине слоя его распределение считается неоднородным вдоль оси x_1 . Поэтому магнитный потенциал был принят в следующем виде:

$$\xi(x_1, \tilde{x}_3) = M_1(x_1) \frac{\tilde{x}_3}{h} \left(\frac{2\tilde{x}_3}{h} - 1 \right) + M_2(x_1) \left(1 - \frac{4\tilde{x}_3^2}{h^2} \right) + M_3(x_1) \frac{\tilde{x}_3}{h} \left(\frac{2\tilde{x}_3}{h} + 1 \right)$$

В соответствии с условиями задачи рассматривался следующий случай:

$$M_1(x_1) = M_1 = \text{const}, \quad M_2(x_1) = \Xi_1(x_1), \quad M_3(x_1) = \Xi_2(x_1).$$

Здесь $\Xi_1(x_1)$ и $\Xi_2(x_1)$ — неизвестные функции распределения магнитного потенциала в середине и на поверхности слоя в направлении оси x_1 , соответственно.

Таким образом, задача принимает форму системы обыкновенных дифференциальных уравнений для отклонения пластины $w(x_1)$ и функций распределения электрического и магнитного потенциалов в середине пьезоэлектрика $\Phi(x_1)$ и на внешней границе пьезомагнитного слоя $\Xi_1(x_1)$, а также по середине слоя $\Xi_2(x_1)$.

Проведено сравнение результатов расчёта устройства по предложенной теории в низкочастотной области (первая резонансная частота изгибных колебаний) с результатами конечно-элементного моделирования в пакетах FlexPDE и ACELAN, которое показало достаточно хорошую сходимость результатов.

Работа выполнена при частичной поддержке Российской Академии Наук (проект А16-116012610052-3).

Анализ патологических элементов локомоторного профиля
по данным компьютерного анализа походки
у детей со спастическими формами ДЦП

Долганов Д. В., Долганова Т. И., Попков Д. А., Чибиров Г. М.

*Российский научный центр «Восстановительная травматология и ортопедия»
им. акад. Г. А. Илизарова МЗ России, Курган*

Алгоритм для обследования пациентов со сложными нарушениями походки включает три этапа: идентифицировать отклонения в походке; сопоставить их с клиническими нарушениями и выбрать оптимальный вариант лечения. Объективным «золотым стандартом» в диагностике функциональных нарушений опорно-двигательного аппарата является компьютерное инструментальное исследование биомеханики функции ходьбы — клинический анализ походки (Clinical Gait Analysis — CGA), который позволяет количественно детализировать выявляемые нарушения, что необходимо при планировании многоуровневой хирургии при ортопедической патологии. Ретракция мышц является основным (первичным) клиническим признаком, приводящим к позиционным кинематическим отклонениям в суставах и сегментах. Ограничение амплитуды движений в коленном и голеностопном суставах, как следствие ретракции мышц, формируют вторичные контрактуры этих суставов. Проведена оценка соотношения выявляемых патологических элементов локомоторного профиля по данным видеоанализа походки и клинического осмотра пациентов; сопоставлены выявленные отклонения в кинематике походки с вызвавшими их вероятными клиническими причинами.

Клинический осмотр и оценка локомоторного профиля методом видеоанализа походки (CGA) проведены у 92 детей с двусторонними спастическими формами ДЦП в амбулаторных условиях. Средний возраст на момент анализа составил 10,5 (7–21) лет. Производился компьютерный анализ параметров ходьбы в Лаборатории анализа походки Центра Илизарова (Ilizarov Gait Analysis Laboratory). Дети ходили босиком с привычной для них скоростью на 7-метровой дорожке. Кинематические данные регистрировались оптическими камерами Qualisys 5+ (6 камер компании Qualisys) с технологией видеозахвата пассивных маркеров; кинетические данные с использованием одной динамометрической платформы AMTI (BP600400, США). При установке маркеров использовалась модель IOR. Анализировались паттерны локомоторного профиля, принятые Дельфийской конвенцией. Анализ кинематики и кинетики проводился в программах QTM (Qualisys) и Visual3D (C-Motion) с автоматизированным расчетом значений.

Анализ частоты положительных и отрицательных результатов тестов сравнения данных клинической диагностики и видеоанализа характеризовался значительной вариабельностью: среднее значение совпадений по всем суставам на одного врача составляло 73%, при этом у высококвалифицированных врачей процент совпадений варьировал от 70% до 90%, а у начинающих — от 52% до 79%. При этом клинически оценивались только движения суставов в сагиттальной плоскости, без количественной оценки диапазона отклонений. Компьютерное инструментальное исследование функции ходьбы является оптимальным средством диагностики патологических паттернов походки. Дополнительно к клиническому осмотру выявляется от 10% до 40% ранее не распознанных случаев.

Исследование колебаний неоднородного вязкоупругого цилиндра

Дударев В. В., Мнухин Р. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В связи с развитием современных медицинских технологий, персонализированной медицины, методов неразрушающей диагностики и биомеханики все более актуальными становятся проблемы моделирования и исследования свойств биологических тканей. Как известно, большинство таких тканей являются неоднородными и обладают вязкоупругими свойствами, такими как ползучесть и релаксация. В качестве одной из моделей, с помощью которой можно описывать их поведение, является модель стандартного вязкоупругого тела. Для описания этой модели используются три параметра — время релаксации, мгновенный и длительный модули. Исследование влияния переменных характеристик на поведение объекта позволяет проводить более точный анализ его напряженно-деформированного состояния.

Следует отметить, что геометрия некоторых объектов, например, крупных кровеносных сосудов и трубчатых костей, близка по форме к цилиндрической. В работе в качестве конкретного объекта исследования рассмотрен полый вязкоупругий цилиндр с переменными по радиальной координате свойствами. На торцах реализованы условия скользящей заделки, на боковой поверхности действует периодическая нагрузка, которая вызывает установившиеся продольно-радиальные колебания. Учитывая осевую симметричность геометрии и вид неоднородности свойств, постановка задачи может быть описана двумя дифференциальными уравнениями в частных производных для напряжений и замыкается соответствующими граничными условиями на поверхности. Следуя принципу соответствия и используя трехпараметрическую модель стандартного вязкоупругого тела, параметры Ламе заменены на комплексные функции, зависящие от радиальной координаты и частоты колебаний. Учитывая вид законов неоднородности материала и граничных условий, решение задачи строится в виде разложения в тригонометрические ряды по продольной координате. Используя условие ортогональности, исходная двумерная задача сведена к набору одномерных краевых задач. При этом каждая задача представлена в виде канонической системы дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Решение каждой из этих задач построено численно на основе метода пристрелки. Основным преимуществом такого подхода является возможность исследовать различные типы законов неоднородности материала (монотонные, немонотонные, разрывные и т. д.). Также эта задача решена численно с помощью метода конечных элементов, реализованного в пакете FlexPDE. Основным преимуществом этого пакета является возможность задавать в явном виде определяющие соотношения, дифференциальные уравнения и граничные условия, а также проводить расчеты для комплексных переменных. Используя предложенные методы решения задачи, проведено исследование влияния переменных вязкоупругих свойств цилиндра на акустические характеристики, построены графики компонент поля перемещений и напряжений.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФ № 18-71-10045.

Описание взаимной диффузии в упругом теле со структурными изменениями с помощью маркерного подхода

Дудин Д. С.¹, Келлер И. Э.²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет

²Институт механики УрО РАН, Ижевск

Связанная модель взаимной диффузии упругой среды с изменениями микроструктуры требуется для объяснения явления быстрого распада металлического твёрдого раствора при интенсивных пластических деформациях, наблюдаемого в экспериментах. Скорость этого процесса на порядки превышает скорость процессов самодиффузии, однако в связанной системе одновременно протекающих диффузионных и деформационных процессов, сопровождаемых микроструктурными изменениями, характерные времена определяются всеми этими процессами.

Принимается описание, в котором сочетаются балансовые уравнения для эффективной сплошной среды с уравнениями баланса компонент. В качестве подхода к описанию диффузионных явлений выбран маркерный способ описания, имеющий определённые преимущества по сравнению с материальным и пространственным способами. Данные подходы отличаются между собой определениями элемента континуума и потоков компонент и, будучи теоретически эквивалентными, позволяют более или менее естественно ставить определённые классы задач. Маркерный подход, предложенный G. V. Stephenson, определяет элемент континуума как плотно упакованную совокупность атомов (маркер), которая является термодинамически открытой системой. Так определённый элементарный объём способен изменять атомарный состав, что позволяет удобно строить уравнения состояния (конфигурационную часть химического потенциала в рамках статистической термодинамики). В качестве переменных состояния выступают объёмные концентрации, а диффузионные потоки являются независимыми.

Выписаны балансовые и определяющие уравнения рассматриваемой системы для исследования спектра времён релаксации вблизи однородного стационарного решения задачи о поперечном сжатии слоя. Часть этих времён релаксации математически связана с диффузионными процессами и в настоящем анализе ассоциируется с характерными временами этих процессов в связанной системе. Возникающая задача на собственные значения позволяет получить аналитические выражения для коэффициентов взаимной диффузии в связанной системе и исследовать их асимптотики при бесконечно малых и бесконечно больших длинах волн пространственных возмущений решения. Математический анализ этих коэффициентов показывает, что в мелкоструктурированной среде их значения значительно превосходят коэффициенты самодиффузии, что коррелируется с результатами эксперимента.

Биомеханическое обоснование конструкции индивидуальных дыхательных тренажеров для реабилитации пациентов с бронхолегочными заболеваниями

Дышко Б. А.

ООО «Спорт Технолджи», Москва

Высокая распространенность бронхолегочных заболеваний в мире, в том числе ассоциированных с новой коронавирусной инфекцией COVID-19, выдвигает особые требования к физической реабилитации переболевших пациентов. Наиболее эффективными признаны методы физической реабилитации с активным участием пациента в процессе восстановления и средства, их реализующие. Такими средствами являются портативные индивидуальные дыхательные тренажеры, воздействующие на внешнее дыхание, и, что особенно важно для физической реабилитации пациентов с бронхолегочными заболеваниями, позволяющие их использование при выполнении физических упражнений. Целью нашей работы является формулирование биомеханического обоснования конструкции индивидуальных дыхательных тренажеров с позиций требований современной физической реабилитации пациентов с бронхолегочными заболеваниями, в том числе ассоциированными с новой коронавирусной инфекцией COVID-19.

Методы исследования. Для изучения требований современной физической реабилитации пациентов с бронхолегочными заболеваниями, в том числе ассоциированными с новой коронавирусной инфекцией COVID-19, на различных этапах реабилитации были использованы вебометрия и библиометрия. Всего было проанализировано более 30 оригинальных рандомизированных исследований.

Результаты и выводы. Данные анализа являются предпосылками для биомеханического обоснования конструкции современных индивидуальных дыхательных тренажеров, используемых на различных этапах реабилитации пациентов с бронхолегочными заболеваниями, в том числе ассоциированными с новой коронавирусной инфекцией COVID-19. Так на 1-ом этапе физической реабилитации (терапевтическое отделение) рекомендуется использовать индивидуальные дыхательные тренажеры с нагрузкой на дыхательные мышцы в фазе вдоха. В то же время в конце данного этапа физической реабилитации необходимо подключать упражнения и индивидуальные дыхательные тренажеры с незначительной вибронагрузкой в фазе выдоха. Выявлено, что на 2-ом (санатории) и 3-ем (климатолечебные курорты) этапах физической реабилитации возникает необходимость применять индивидуальных тренажеров комплексного воздействия на дыхательную систему, совершенствуя силу и мощность дыхательных мышц в процессе выполнения физических упражнений в движении, в том числе и в воде. Особое внимание должно быть уделено внедрению телекоммуникационных технологий и «умных» индивидуальных дыхательных тренажеров.

Реконструкция трехмерных изображений двупарноногих многоножек (Diplopoda) с помощью рентгеновской компьютерной микротомографии для решения задач кибертаксономии

Евсюков А. П., Садырин Е. В.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Кибертаксономия предполагает интегрированный подход к исследованию фауны, сочетающий классическую таксономию, использование электронных инструментов доступа к информации, анализа и синтеза этой информации. Такая концепция позволяет эффективно решать вопросы изучения биоразнообразия, систематики и филогении разнообразных групп живых организмов, в том числе двупарноногих многоножек (Diplopoda) и, в частности, кивсяков (Julidae). В качестве одной из важнейших задач кибертаксономии является получение высококачественных изображений, отражающих систематически и филогенетически важные признаки исследуемых групп. Для кивсяков такие признаки — это, в первую очередь, детали строения гонопод самцов.

Современная рентгеновская микротомография (микто-КТ) является инструментом, позволяющим получать подобные изображения, не нарушая целостности экземпляра. Это особенно важно, когда количество экземпляров ограничено и отсутствует возможность сбора дополнительного материала. Полученные трехмерные реконструкции могут быть загружены в общедоступные электронные депозитарии, где их могут использовать для своей работы другие исследователи.

В рамках настоящего исследования мы получили трехмерные изображения самцов двух видов диплопод (*Unciger transsilvanicus* и *U. foetidus*) для проведения таксономической ревизии рода. Инструменты обработки полученных томограмм в программной среде VGStudio Max (Volume Graphics, Германия) позволили выявить и сегментировать таксономически важные признаки и сделать трехмерную реконструкцию не только габитуса исследуемых видов, но и гонопод в отдельности. Детализированные трехмерные изображения были использованы для сравнения и выявления отличий между видами. Томографирование диплопод проведено с помощью установки Xradia Versa 520 (Carl Zeiss X-ray Microscopy, Inc., США).

В дальнейшем предполагается получение трехмерных реконструкций других видов диплопод Кавказа и Балкан, в том числе в рамках описания новых для науки таксонов. Эти наборы данных, являющиеся цифровыми копиями типовых экземпляров (т. н. кибертипами), будут загружены в электронный депозитарий Dryad (<https://datadryad.org>) для широкого доступа специалистов со всего мира, не имеющих доступа к «физическим» типовым экземплярам, хранящимся в музейных коллекциях.

Исследование выполняется при финансовой поддержке РФФИ № 20-54-18008. Микротомографирование проведено в РЦКП НОЦ «Материалы» ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

Оценка эффективности восстановления плотности минерализации эмали стоматологическими материалами с помощью компьютерной рентгеновской микротомографии

Егина Д. В.¹, Максюков С. Ю.¹, Николаев А. Л.², Садырин Е. В.², Свэйн М.²

¹Ростовский государственный медицинский университет

²Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Начальная стадия кариеса характеризуется деминерализацией эмали (как в коронковой части, так и в пришеечной) без кавитации. Подобная патология называется кариесом в стадии белого пятна, причем в некоторых случаях в процесс может быть также вовлечен дентин в окрестности деминерализованной эмали. Практикующими врачами-стоматологами используются различные методики для лечения подобного кариеса. Для оценки эффективности методик лечения применяются техники *in vitro* лабораторных испытаний. В настоящей работе предложен подход к оценке влияния различных методик лечения начального кариеса на плотность минерализации эмали и дентина с помощью рентгеновской компьютерной микротомографии (микро-КТ), а также протокол обработки трёхмерных томографий зуба до и после обработки в программной среде.

В качестве образцов использованы моляры, извлеченные по ортодонтическим показаниям у пациентов в клинике Ростовского государственного медицинского университета (РостГМУ). Независимый этический комитет РостГМУ одобрил исследование, пациент представил информированное согласие. Томографирование образцов до и после лечения проведено с помощью установки Xradia Versa 520 (Carl Zeiss X-ray Microscopy, Inc., США). Обработка областей кариеса в стадии белого пятна осуществлялась врачом-стоматологом тремя материалами: инфилтрант (техника малоинвазивного лечения), стеклоиономерный цемент и композит.

Для соотнесения геометрии области кариеса до и после обработки препаратом использован протокол, реализация которого проведена в программной среде VGStudio Max (Volume Graphics, Германия):

- определение поверхности всего зуба с калибровочными фантомами, конвертация поверхности в область интереса (ROI), определение поверхности из полученного ROI;
- объединение трёхмерных моделей до и после обработки, регистрация одной трёхмерной модели относительно другой для соотнесения их пространственных координат;
- исследование плотности минерализации по областям с помощью виртуальных объемных цилиндров, содержащих в себе материал тканей зуба.

Основная цель исследования — помочь оценить эффективность современных подходов к лечению кариеса и тем самым помочь лечащему врачу выбрать наиболее оптимальную стратегию лечения пациентов.

Исследование выполнено при поддержке Правительства Российской Федерации (грант 14.Z50.31.0046). Микротомографирование проведено в РЦКП НОЦ «Материалы» ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

Идентификация параметров определяющих соотношений сжимаемых нелинейно-упругих материалов

Егорова С. А., Карякин М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе представлены возможности пакета автоматизации полуобратного метода нелинейной теории упругости применительно к анализу обратных коэффициентных задач, связанных с идентификацией материальных параметров.

Учет нелинейности является одним из актуальных требований к моделям современной механики сплошной среды и особенно к тем из них, которые используются для изучения мягких биологических тканей. В литературе, посвященной теоретическим и экспериментальным аспектам применения нелинейной теории упругости в биомеханике, преобладают модели, предназначенных для описания больших деформаций т. н. несжимаемых сред. В то же время существует достаточно широкий круг биологических тканей, для которых упругие деформации сопровождаются существенными изменениями объема. Поэтому актуальной представляется задача анализа возможностей применения разработанного аппарата определения материальных параметров определяющих соотношений общего вида к появляющимся в последние годы моделям, описывающим большие объемные деформации.

В качестве примера анализа и идентификации параметров определяющих соотношений было выбрано семейство функций удельной потенциальной энергии деформации, рассмотренное в работе *Moerman K. M., Fereidoonmezhad B., McGarry J. P. Novel hyperelastic models for large volumetric deformations. Int. J. Solids and Structures. 2020. Vol. 193–194*. Предложенные модели не только учитывают большие объемные деформации, но и позволяют описать немонотонную зависимость объемной жесткости от интенсивности нагрузки, в том числе известные из эксперимента эффекты резкого возрастания жесткости при достижении деформацией некоторого критического значения.

Задача подбора параметров моделей решалась двумя способами: на основе диаграммы нагружения, рассчитанной путем решения прямой задачи о гидростатическом сжатии, и на основе сравнения с экспериментальными данными, известными из литературы. В расчетах предполагалось, что линейные характеристики материала, в частности, объемная жесткость при малых деформациях, известны, а определению подлежат лишь существенно нелинейные параметры моделей. Вычислительные эксперименты показали, что на основе использованной диаграммы нагружения можно надежно восстановить, в том числе в условиях искусственного зашумления экспериментальных данных, от двух до четырех материальных параметров в зависимости от величины интервала нагружения и типа определяющего соотношения.

Работа выполнена при поддержке гранта правительства РФ № 075-15-2019-1928.

Применение системы искусственной нейронной сети для характеристики структурного состояния дорожного покрытия

Елшами М. М.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Оценка характеристик покрытия — важный шаг в системе управления дорожным покрытием (PMS), поскольку она помогает поддерживать и продлевать срок службы существующих покрытий. Обычно неструктурные факторы, такие как повреждение поверхности и качество езды, использовались в качестве функциональных индикаторов при выборе лечения. Конструктивная способность дорожного покрытия определяет способность дороги выдерживать транспортные нагрузки без чрезмерного износа. Несмотря на то, что в большинстве PMS на сетевом уровне не учитывались структурные условия дорожного покрытия, многие агентства в последние годы рассматривали возможность внедрения показателей структурной пропускной способности в свои PMS и процессы принятия решений.

Ключевой целью этого исследования была оценка использования искусственных сетевых технологий в качестве поддержки для принятия решений о содержании дорожного покрытия в зависимости от состояния конструкции в контексте трудоемких, опасных и дорогостоящих традиционных разрушающих методов. Структурная модель была создана на основе отклонений от FWD, толщины слоя асфальта и толщины основного слоя, температуры поверхности во время испытания FWD, количества осадков, среднегодового дневного объема движения грузовиков, объема движения класса 9 и типа базового слоя (связанный или несвязанный).

ИНС состоит из взаимосвязанной группы искусственных нейронов, которые используют вычислительную или математическую модель для обработки данных, основанную на подходе коннекционистских вычислений. В этом исследовании использовался алгоритм Левенберга — Марквардта для минимизации функции ошибок. Изначально модель ИНС обучается с использованием обучающего набора, а затем ее необходимо протестировать с помощью набора тестов. Данные разделяются случайным образом и с началом процесса обучения веса для переменных вычисляются в соответствии с их влиянием на результаты. Сети тестировались с использованием одного или двух скрытых слоев и разного количества нейронов. Каждая сеть была протестирована несколько раз, и результаты были записаны. Наконец, оптимальная структура сети была выбрана путем сравнения статистических результатов. После завершения фазы обучения для этой цели оценивалась эффективность обученной модели: квадратный коэффициент корреляции (R^2), среднеквадратичная ошибка (RMSE).

Модель ИНС была построена, обучена и протестирована с помощью программы Matlab. Основное внимание уделялось расчету значений шероховатости, усталости и колеяности, поскольку они являются наиболее частым повреждением дорожного покрытия на площадке. Модель ИНС продемонстрировала высокую эффективность в прогнозировании трех повреждений дорожного покрытия (усталость, шероховатость и колеяность), где значение R-квадрат было равным (0,999, 0,995 и 0,9994) соответственно для участков прогнозирования.

Моделирование ультразвуковых медицинских приборов
с использованием пьезоактивных композиционных материалов

Епихин А. Н.¹, Оганесян П. А.², Скалиух А. С.², Соловьева А. А.²

¹*Ростовский государственный медицинский университет*

²*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

Пьезоэлектрические элементы в настоящее время нашли широкое применение в медицинской технике в качестве источника акустических волн или привода определенного инструмента. Важным условием использования таких источников является применение соответствующего рабочего частотного диапазона, не приносящего вред здоровью человека. Одним из эффективных способов достижения поставленной цели является использование в таких устройствах пьезоактивных композиционных материалов и в частности пористой пьезокерамики.

В работе проводится моделирование наконечника лентотома. Этот инструмент используется на первом этапе операции по замене хрусталика, а именно при разрушении и удалении помутневшего хрусталика. В отличие от имеющихся аналогов устройства (Епихин А. Н. Способ разрушения и удаления хрусталика глаза рычажно-силовым резанием - вектопотенциальная лентэктомия - ВПЛ-ЭКТ и устройство для его осуществления - рычажно-силовой резак хрусталика - вектопотенциальный лентотом однократный. Патент РФ RU 2720822 С1. Заявка: 2019117639, 06.06.2019) предлагается пьезоэлектрический привод наконечника.

Данная конструкция представляет собой полый цилиндр, нижний торец которого связан с пьезоэлементом, а верхний конец является рабочим и контактирует с разрушаемым хрусталиком. Моделирование производится в рамках линейной теории электроупругости и акустической среды.

Для предложенной модели наконечника лентотома с пьезоэлектрическим приводом построена математическая и конечно-элементная модель. В работе рассмотрены два случая граничных условий на нижнем конце инструмента: свободный конец и жесткое закрепление. В обоих случаях с помощью использования соответствующего программного обеспечения конечно-элементного анализа рассчитаны собственные частоты и коэффициент электро-механической связи. Найдены собственные формы колебаний. Анализ полученных результатов показывает, что в первом случае предпочтительной, с учетом ограничений на величину частоты, является первая мода. Во втором случае предпочтительными являются первая и вторая моды. Найденные другие более высокие эффективные частоты и моды колебаний не удовлетворяют ограничениям на величину рабочей частоты.

Работа поддержана Правительством Российской Федерации (грант № 075-15-2019-1928) и Российским научным фондом (грант № 21-19-00423).

Монотонная и колебательная неустойчивость границы зон в процессе
изотахофореза

Жуков М. Ю., Цывенкова О. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В процессе изотахофореза происходит разделение многокомпонентной смеси на отдельные компоненты под действием электрического поля. В процессе разделения смеси образуются зоны с одной компонентой смеси, которые движутся с постоянной скоростью. Граница между зонами может разрушаться в результате концентрационной гравитационной конвекции. Целью исследования стала задача о конвективном перемешивании и определение критических значений параметров смеси, при которых возможно возникновение колебательной или монотонной неустойчивости.

С математической точки зрения задача сводится к исследованию модели концентрационной гравитационной конвекции на бесконечном отрезке для многокомпонентной жидкости. Ввиду сложности решения такой задачи для смеси в целом, ставится и исследуется задача для асимптотической модели.

Асимптотическая модель рассматривается в области границы между зонами как наиболее опасной для возникновения неустойчивости, точные уравнения для описания переноса концентраций электрическим полем с учетом диффузии заменяются уравнениями диффузии-переноса, имеющими в стационарном случае линейные решения. Система уравнений в движущейся системе координат (x_1, x_2, z) для концентраций компонент u^1, u^2 , скорости $\mathbf{v} = (v_1, v_2, w)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_0 \mathbf{v} + w_z &= 0, & \rho &= \beta_1 u^1 + \beta^2 u^2, \\ \mathbf{v}_t - V \mathbf{v}_z + \mathbf{v} \cdot \nabla_0 \mathbf{v} + w \mathbf{v}_z &= -\nabla_0 p + \mu \Delta \mathbf{v}, \\ w_t - V w_z + \mathbf{v} \cdot \nabla_0 w + w w_z &= -p_z + \mu \Delta w - \rho, \\ u_t^i + \mathbf{v} \cdot \nabla_0 u^i + w u_z^i &= \varepsilon \mu^i \Delta u^i, & i &= 1, 2, \\ \nabla_0 &= (\partial_{x_1}, \partial_{x_2}), & \operatorname{div}_0 \mathbf{v} &= \nabla_0 \cdot \mathbf{v}. \end{aligned}$$

Здесь p — давление, μ — кинематическая вязкость, β^i — коэффициенты концентрационного сжатия, μ^i — подвижности компонент в электрическом поле, μ — кинематическая вязкость, $\varepsilon \mu^i$ — коэффициент диффузии, V — скорость движения границы между зонами.

Для асимптотической модели решается спектральная задача, строятся нейтральные кривые и определяются критические значения параметров, при которых возможно возникновение монотонной или колебательной неустойчивости.

Эффективные модули упругих материалов с микроструктурой

Загребнева А. Д., Зеленцов В. Б., Лапина П. А.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

На современном этапе создания новых материалов при изготовлении различных имплантов, в частности, имплантов костной и смежных тканей, используются материалы с пористой микроструктурой. При создании таких материалов строго контролируются механические свойства, в частности, упругие модули, совпадение которых с модулями естественных тканей является необходимым условием при имплантации. Как правило для контроля упругих модулей в материалах с микроструктурой, например, в пористых материалах, используются технические возможности аппаратуры наноиндентирования с микрофотографическим сопровождением. Для разработки технологии наноиндентирования материалов с микроструктурой осуществляется математическое моделирование процесса индентирования таких материалов. В качестве модели пористого материала используется модель, представленная Коуином и Нунциато, а процесс наноиндентирования описывается решением контактной задачи об индентировании такого материала. С помощью интегрального преобразования Фурье смешанная контактная задача сведена к решению интегрального уравнения первого рода типа свертки с разностным ядром относительно контактных напряжений. Решение интегрального уравнения осуществлено с помощью выделения главной части интегрального оператора, дифференцирования по пространственной переменной с последующим обращением сингулярного оператора и применением метода последовательных приближений. В результате решения контактной задачи найдены в аналитической форме контактные напряжения, сила контактного воздействия индентора на образец, горизонтальные и вертикальные смещения, относительный объем пор, нормальные и касательные напряжения во всем слое. Проведены вычислительные эксперименты для индентора с плоским основанием. Для определения эффективных модулей Юнга и коэффициента Пуассона использовались сведения о модуле Юнга и коэффициенте Пуассона упругой составляющей пороупругого материала. При определении эффективных модулей использовались две характеристики контакта: условия равновесия и смещение поверхности материала вне области контакта. В качестве испытываемого материала использовался пористый титан. Кроме того, построена математическая схема выражения неклассических микроструктурных параметров пористого материала через классические упругие модули.

Финансирование исследовательской работы осуществлялось за счет средств Мегагранта № 14.В25.31.0026.

Беспроводное устройство мониторинга ЭКГ
с возможностью сбора и анализа полученных данных

Зайнуллина Д. М.¹, Малышева В. Н.¹, Стош А. О.¹,
Черепенников Г. А.²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

² Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения

В настоящее время остро стоит проблема высокой смертности от сердечно-сосудистых заболеваний (ССЗ). Согласно Всемирной организации здравоохранения (ВОЗ) в 2008 году от ССЗ умерло 17,3 миллиона человек (30% всех глобальных случаев смерти), из которых 7,3 миллиона случаев произошло в результате инфаркта миокарда. Именно поэтому так важен контроль сердечной активности. Существующие решения, такие как: Apple watch, Холтеровское мониторирование и другие не сочетают в себе удобство, доступность и необходимый функционал.

Целью работы является создание беспроводного устройства мониторинга электрокардиографии (ЭКГ) с возможностью сбора и анализа полученных данных, а также системой экстренного уведомления при выходе контролируемых параметров за пределы допустимых значений.

Исследование проводится с помощью работающего от аккумулятора монитора ЭКГ, носимого пациентом на груди, закреплённого на основе пластыря и имеющего встроенный обработчик сигнала ЭКГ. Устройство производит первичную фильтрацию данных и отправляет показания на телефон пациента, используя протокол связи Bluetooth. В приложении на телефоне производится основной анализ данных и, в случае отклонения от нормы, производится сигнализация на устройстве (вибрация), а также отправка push-уведомления на смартфоны пациента, его родственников и лечащего врача. Очищение шума и выравнивание полученного сигнала происходит за счёт дискретного вейвлет преобразования. Анализ проводится с помощью разработанного алгоритма. Кроме того, устройство позволяет собирать данные за длительный период времени и определять редко проявляющиеся аритмии с помощью алгоритмов машинного обучения.

Устройство тестировалось на 30 пациентах Санкт-Петербургского государственного педиатрического медицинского университета, а также 25 студентах Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

Были получены следующие результаты:

1. Собрана обезличенная база данных комплексных отсчётов сигналов пациентов, на основе которой были получены аппроксимирующие коэффициенты для написания универсального алгоритма обработки сигнала.

2. Разработано беспроводное устройство мониторинга ЭКГ, позволяющее собирать и анализировать данные. Добавлена возможность экстренного уведомления пациента, лечащего врача при выходе контролируемых параметров за пределы допустимых значений.

3. Выполнено сравнение сигналов, снятых с разработанного устройства с показателями медицинских стационарных аппаратов ЭКГ. Таким образом, после соответствующей сертификации данное устройство может быть использовано в медицинских целях.

Аналитическое и численное исследование несимметрии тензора упругих модулей при умеренных деформациях анизотропных тел

Зайцев А. В.¹, Зубко И. А.², Зубко И. Ю.², Окадьев И. А.²

¹Пермский государственный национальный исследовательский университет

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет

В работе с использованием двумерных стержневых и атомарных систем с различной анизотропией свойств показана возможность появления несимметрии тензора упругих модулей при умеренных деформациях. Для оценки степени несимметрии плотность упругой энергии в текущей конфигурации раскладывалась в степенной ряд по параметрам деформаций. Для получения текущей конфигурации на стержневые и атомарные системы накладывались искажения, задаваемые однородным тензором деформационного градиента. Упругая энергия для стержневых систем состояла из частей от реакций на удлинение/сжатие стержней и на повороты в шарнирных соединениях, для атомарных систем — из энергий взаимодействия атомов, найденных с помощью центральных потенциалов межатомного взаимодействия семейства Ми.

Показано, что несимметрия тензора упругих модулей появляется в ортотропных системах при умеренных упругих деформациях. Для материалов с кубической симметрией или изотропных материалов тензор упругих свойств симметричен при любых деформациях. Получены уточненные оценки напряженного состояния в окрестности вершины трещины в ортотропной среде с учетом обнаруженной несимметрии напряжений.

Анализ нестационарных механодиффузионных процессов
в ортотропном сплошном цилиндре с учетом конечной скорости
распространения диффузионных потоков

Зверев Н. А., Земсков А. В.

*Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)*

На сегодняшний день на основе известных уравнений механики сплошных сред, уравнений тепло- и массопереноса, уравнений электродинамики и законов термодинамики построены модели, учитывающие взаимное влияние механических, температурных, диффузионных, электромагнитных и других полей. Интерес к исследованиям в данной области возник в связи с достаточно бурным развитием современных технологий производства конструкционных материалов, работающих в условиях взаимодействия полей различной физической природы. Разработка математических моделей воздействия различных факторов на обрабатываемый материал и анализ получаемых результатов позволяют рассмотреть большее число эффектов взаимодействия физических полей при минимизации финансовых затрат в случае исследования сложных высокотехнологических процессов.

При решении возникающих при этом начально-краевых задач в различных криволинейных системах координат основной проблемой является нахождение системы собственных функций, представляющих собой решение соответствующей задачи Штурма — Лиувилля. Этому вопросу посвящено сравнительно малое количество научных публикаций, что обуславливает научную новизну данного исследования.

В настоящей работе исследуется связанная нестационарная полярно-симметричная задача упругой диффузии для ортотропного многокомпонентного бесконечного сплошного цилиндра. В работе учтены релаксационные диффузионные эффекты, которые связаны с конечными скоростями распространения диффузионных возмущений. Математическая постановка задачи включает в себя: неоднородное дифференциальное уравнение движения цилиндра, N неоднородных дифференциальных уравнений массопереноса, вызванного диффузией, а также граничные условия, замыкающие постановку задачи. Начальные условия принимаются нулевыми, что означает отсутствие возмущений в цилиндре в начальный момент времени.

Решение ищется в интегральном виде с помощью сверток функций Грина с функциями, задающими объемные возмущения. Для того, чтобы найти функции Грина выполняется интегральное преобразование Лапласа по времени и разложение искомых функций в ряды Фурье по специальным функциям Бесселя нулевого и первого порядков. Решая полученную в результате данных преобразований систему линейных алгебраических уравнений, далее с помощью вычетов выполняется обратное преобразование Лапласа.

Для демонстрации работы алгоритма рассмотрен пример, иллюстрирующий эффект связанности механического и диффузионных полей, а также влияние релаксационных процессов на диффузионные поля в трехкомпонентном сплошном цилиндре.

Численно-аналитическое исследование
адвективно-диффузионных моделей

Зеленчук П. А., Цибулин В. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Актуальной проблемой математического моделирования является анализ популяционных систем в условиях пространственной неоднородности среды обитания видов. Исследование кинетики хищников и жертв на основе уравнений диффузии–адвекции–реакции позволяет описывать многофакторный таксис популяций, когда миграционные процессы определяются различными стратегиями. Рассматривается подход на основе концепции идеального свободного распределения (ИСР), заключающейся в определении пространственного распределения вида, которое достигается, если каждая особь имеет возможность выбора наиболее благоприятного местоположения для своего существования.

Цель настоящей работы состоит в исследовании адвективно-диффузионных моделей, описывающих пространственную динамику системы хищник-жертва на ареале с неоднородным распределением ресурса жертвы при наличии многофакторного таксиса и ИСР у каждой популяции. Рассматривается система уравнений для жертвы с плотностью $u(x, t)$ и хищника с плотностью $v(x, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -q'_1 + uF_1, & q_1 &= -k_1u' + u\alpha Q'_1 - u\beta_1 Q'_2, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -q'_2 + vF_2, & q_2 &= -k_2v' + v\beta_2 Q'_3, & (') &= \frac{\partial}{\partial x}. \end{aligned} \quad (1)$$

В определении потоков q_i диффузионные слагаемые с коэффициентами k_i отвечают за естественное стремление видов распространиться по всему ареалу, слагаемые с коэффициентами α, β_i — стремление особей перемещаться в поисках более комфортных условий существования. Q_j характеризуют стратегии направленной миграции. Локальное взаимодействие видов выражается следующим образом

$$F_1 = a_1 f(u, p) - b_1 g_1(u, v, p), \quad F_2 = -a_2 + b_2 g_2(u, v, p). \quad (2)$$

Функция $p(x) > 0$ описывает неравномерное распределение ресурса жертвы вдоль ареала, коэффициенты a_i, b_i — неотрицательные константы. Выбор функций $f(u, p)$ и $g_i(u, v, p)$ определяет закон роста жертвы и функциональный отклик хищника соответственно. Проведено аналитическое исследование условий ИСР для различных функций $f(u, p)$ и $g_i(u, v, p)$. Для логистического закона роста $f(u, p) = 1 - u/p$ и функционального отклика Холлинга 2-го рода $g_1(u, v, p) = vp/(p + Cu)$, $g_2(u, v, p) = u/(p + Cu)$ получено стационарное решение в явном виде

$$u = \frac{a_2 p}{b_2 - a_2 C}, \quad v = \frac{a_1 b_2 (b_2 - a_2 C - a_2)}{b_1 (b_2 - a_2 C)^2}.$$

Исследование системы (1)–(2) при нарушении условий ИСР проводилось с помощью вычислительного эксперимента на основе метода прямых и схемы смещённых сеток.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации (соглашение № 075-15-2019-1928).

Исследования влияния массопереноса на напряженно-деформированное состояние изгибаемой консоли Бернулли — Эйлера

Земсков А. В., Файкин Г. М.

Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет)

Исследование взаимодействия механических и диффузионных полей является важным аспектом моделирования в различных областях науки и техники. Это особенно важно при расчете корпусов авиадвигателей, фюзеляжей самолётов и ракет, для которых динамические изменения, связанные с внутренним переносом вещества под действием механической нагрузки, могут привести к катастрофическим последствиям. Наибольший практический интерес вызывают задачи механо-dиффузии для балок, пластин и оболочек, которые являются основными элементами конструкций, используемыми в технике. В работе рассматривается взаимодействие механического и диффузионного полей при нестационарном изгибе консольно-закреплённой упругодиффузионной однородной ортотропной балки Бернулли — Эйлера с учётом эффектов, связанных с релаксацией диффузионных процессов. Решение нестационарной задачи с краевыми условиями, соответствующими консольному закреплению балки имеет существенные математические сложности, связанные с невозможностью построения собственных функций соответствующего упругодиффузионного оператора. Это, в свою очередь, не дает возможность использовать процедуру разделения переменных, которая позволяет искать решение в виде рядов Фурье. Для решения проблемы в работе используется метод эквивалентных граничных условий, который заключается в том, что вместо исходной задачи рассматривается вспомогательная задача того же вида, но с более простыми граничными условиями, допускающими построение решений в явном виде. Затем строятся соотношения, связывающие правые части граничных условий обеих задач. Эти соотношения записываются в виде интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода. Затем полученная система уравнений решается численно с помощью квадратурных формул, в результате чего решение исходной задачи выражается через функции Грина вспомогательной задачи. Результаты вычислений представлены в виде графиков зависимости искомых полей перемещения и приращений концентрации компонент среды от времени и координат. Путем перехода к классическим задачам теории диффузии и теории упругости для консольно-закрепленных балок проанализированы эффекты, обусловленные взаимодействием исследуемых физических полей. Рассмотрен предельный переход к статическим режимам. Выполнено сравнение полученного статического решения с известным классическим решением для консольно-закрепленной балки.

Моделирование механических свойств металломатричного композита,
армированного карбидными структурами

Земцова Е. Г., Морозов Н. Ф., Семенов Б. Н., Смирнов В. М.

Санкт-Петербургский государственный университет

Композиты на основе алюминиевой матрицы, армированной керамическими частицами, находят широкое применение в качестве конструкционных материалов в аэрокосмической и автомобильной промышленности благодаря их улучшенным механическим свойствам, таким как прочность, высокая удельная жесткость и износостойкость. Существуют различные методы производства металломатричных композитов (ММК), которые можно разделить на твердотельные (например, порошковая металлургия, механическое измельчение и т. д.) и жидкофазные (метод литья с перемешиванием, метод литья под давлением и т. д.). Основными проблемами при изготовлении являются равномерность распределения частиц по объему, слабая адгезия керамических частиц с металлом матрицы, образование карбида алюминия на интерфейсах, приводящая к нежелательному охрупчиванию.

Авторами была предложена методика изготовления ММК, заключающаяся в нанесении на поверхность частиц металлического порошка карбидных структур путем химических реакций, перемешивании полученных дисперсных частиц с частицами металла и последующим прессованием и спеканием полученной смеси. Это обеспечивает равномерное введение в объем металлического композита карбидных структур (TiC, SiC) и повышение адгезии металл-керамика и позволяет получить структуру композиционного материала, где в объеме металлической (алюминиевой, железной) матрицы наноструктуры TiC или SiC образуют сетку (каркас) из нанонитей карбида. Прочностные свойства созданных по этой методике композиционных материалов на основе алюминия с дисперсной фазой Al – SiC/Fe значительно выше по сравнению со свойствами как чистого алюминия, так и алюмоматричных композитов с одинаковой объемной долей частиц карбида кремния. Предложенный метод обеспечивает отсутствие межфазных границ между частицами алюминия и наноструктурами карбидов, что позволяет минимизировать внутреннюю пористость образца.

Для ММК, армированного дисперсными частицами Al – SiC/Fe, предложена микромеханическая модель упрочнения, учитывающая влияние таких параметров, как объемная доля армирующих частиц, их диаметр, распределение и массовая доля карбидных структур. Проведен анализ вклада следующих механизмов упрочнения: дисперсионное упрочнение (Орован – Эшби), за счет измельчения зерна (Холл – Петч), за счет образования внутреннего термического напряжения из-за различных значений коэффициентов теплового расширения матрицы и армирующих частиц.

Построена конечно-элементная модель деформирования ММК, армированного карбидными структурами, учитывающая результаты микромеханического моделирования.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 20-11-20083).

Влияние исходной структуры металлов на энергетический баланс упругопластического деформирования

Зимин Б. А.¹, Смирнов И. В.², Судьенков Ю. В.²

¹*Балтийский государственный университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург*

²*Санкт-Петербургский государственный университет*

В изучении поведения металлов при действии внешних нагрузок существенный интерес представляет анализ механизмов структурных перестроек на разных стадиях процесса деформирования и изменений энергетического баланса в результате этих перестроек.

При пластическом деформировании процессы на микроуровне, описываемые классической теорией дислокаций, предшествуют коллективным процессам взаимодействия дислокаций на мезоуровне, формированию межзеренного и ротационного механизмов в поликристаллах. Поэтому очень важное значение имеет состояние материала перед деформацией, поскольку оно может определять не только степень развития дислокационных процессов, но и механизмы деформации на мезо- и макро масштабах.

Анализ тепловыделения при деформировании является одной из возможностей изучения влияния внешних условий и структурных параметров металлических материалов на изменение энергетического баланса, который определяется равенством работы деформации (W) сумме выделенного тепла (Q) и скрытой энергии (L). Вклад тепловыделения в энергетический баланс традиционно характеризуется коэффициентом Тейлора — Квинни, являющегося мерой эффективности преобразования пластической работы в тепловую энергию.

Экспериментальные результаты получены при одноосном растяжении образцов меди, дуралюминия, титана с разным направлением приложения силы и проката исходного материала, а также меди и магниевового сплава с различными размерами зерен. Представлены зависимости напряжение-деформация, температура-деформация и зависимости коэффициентов преобразования пластической работы в тепловую энергию для двух скоростей деформации 0,001 и 0,01 1/с.

Представленные результаты демонстрируют хорошо известный факт упрочнения после технологии РКУП, а также значительную температурную зависимость как от скорости деформации, так и от характерного масштаба микроструктуры. Результаты дополняют базу данных о влиянии структуры металлических материалов на энергетический баланс при пластической деформации и показывают, что термодинамика процесса деформирования металлов и сплавов существенно зависит как от структуры решетки, так и анизотропии свойств материала, обусловленной текстурой, а также размером зерен и плотностью их границ.

На наш взгляд, физически обоснованное построение определяющих уравнений упругопластического деформирования материалов с учётом сопровождающих их явлений (перестройка структуры, диссипация, термоупругие эффекты) должно базироваться на основе методов термодинамики необратимых процессов с дальнейшей детализацией вкладов микромеханизмов — дислокационного, дисклинационного, а также взаимодействия полей дефектной структуры на мезоуровнях.

Электронный механизм формирования «теплового поршня» в металлах и его вклад в термоупругий отклик при воздействии лазерного импульса

Зимин Б. А.

*Балтийский государственный университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург*

Эксперименты по импульсному лазерному нагружению¹ показали принципиальную разницу в соотношении длительностей и величин фаз сжатия-растяжения термоупругих напряжений в металлах и диэлектриках. Причём для диэлектриков временные формы импульсов напряжений хорошо описываются решениями традиционной динамической задачи термоупругости². В рамках механики сплошных сред динамическая задача термоупругости определяется уравнением равновесия, уравнением распространения тепла и уравнением состояния — законом Дюамеля. Дисперсионный анализ такой системы показал, что эффект повышения амплитуды и длительности фазы напряжения-растяжения не может быть объяснён в рамках традиционной модели динамической термоупругости³. В металлах длина свободного пробега электрона проводимости может превышать не только межатомное расстояние, но и характерный масштаб изменения упругих полей, например длины звуковых волн в металлах при нано- и субнаносекундных длительностях лазерных импульсов нагружения. Таким образом процессы релаксации в электронном газе, который при термомеханической деформации решётки выводится из состояния равновесия, превращает теорию упругости металлов в кинетическую теорию, где наряду с уравнением движения решётки должна рассматриваться и кинетика функции распределения электронов проводимости. Основная причина несоответствия решений для металлов и диэлектриков состоит, на наш взгляд, в особенности дополнительного механизма взаимодействия потока свободных (в металлах) электронов с упругими полями решётки³. При падении лазерного импульса на металлическую поверхность происходит поглощение свободными электронами энергии из лазерного поля за счёт обратнотормозного эффекта, что вызывает появление градиента температуры, термомеханическую деформацию решётки, выводя из равновесия функцию распределения электронов проводимости. Тогда появляется дополнительная (растягивающая) сила, действующая на решётку. Эта сила оказывается функционалом от неравновесной функции распределения свободных электронов в металле. Таким образом, механизм генерации упругих волн, связанных со смещением распределения Ферми (равновесное распределение свободных электронов в металлах), позволяет описать эффект формирования «теплового поршня», предложенного ранее из феноменологических соображений.

¹Вовненко Н. В., Зимин Б. А., Судьенков Ю. В. Экспериментальные исследования термоупругих напряжений в тепло- и нетеплопроводящих твердых телах при субмикросекундных длительностях лазерного нагрева // ЖТФ, 2011. Т. 81, вып. 6. С. 57-62.

²Даниловская В. И. Температурное поле и температурные напряжения, возникающие в упругом полупространстве вследствие потока лучистой энергии, падающей на границу полупространства. // Изв. АН СССР: Механика и машиностроение, 1952. № 3, С. 129-132.

³Sudenkov Y. V., Zimin B. A. Analysis of the Generalized Heat Equation for Solution of the Dynamic Thermoelasticity Problem // Doklady Physics, 2019, V. 64, № 4, pp. 181-184.

Неравномерный нагрев подложки в испарительной литографии

Иванова Н. А.¹, Колегов К. С.^{2,3,4}, Аль-Музейкер М. А.¹

¹*Тюменский государственный университет*

²*Астраханский государственный университет*

³*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау, Черноголовка*

⁴*Каспийский институт морского и речного транспорта филиал ВГУВТ, Астрахань*

Испарительная литография позволяет контролировать форму осаждения коллоидных частиц с помощью создания условий неравномерного высыхания. Неоднородная концентрация пара вблизи свободной поверхности капли или пленки, к примеру, может возникнуть в результате размещения маски над границей «жидкость–воздух», локального инфракрасного нагрева, применения композиционных подложек с пространственно неоднородными тепловыми свойствами, локального потока воздуха и т. д. В текущей работе изучается влияние локального нагрева подложки на структуру осадка. К сварочной стеклянной подложке было приклеено кольцо из акрилового стекла. В центре дна ячейки, в просверленное отверстие вмонтирован медный стержень, соединенный с нагревателем. Нагрев в основном происходит в области стержня, так как теплопроводность меди значительно выше, чем у стекла. Термокапиллярные течения возникают из-за градиента температуры на свободной поверхности коллоидной жидкости. Циркулирующий поток переносит частицы. Исследовано влияние начальной толщины пленки, концентрации частиц и плотности теплового потока на геометрию осаждения.

Для моделирования распределения температуры в жидкости и ячейке мы использовали уравнения теплопереноса и теплопроводности. Поток жидкости описывали приближением смазки. Перераспределение частиц моделировали с помощью уравнения переноса. Плотность потока испарения вычисляли с помощью уравнения Герца — Кнудсена. Зависимость вязкости жидкости от концентрации частиц описывается формулой Муни. Численные результаты показывают, что жидкая пленка постепенно становится тоньше в центральной области, так как поверхностное натяжение уменьшается с повышением температуры. Поток жидкости направлен к нагревателю вблизи подложки. Он переносит частицы в центр ячейки. Объемная доля частиц возрастает с течением времени в этой области.

Неравномерный нагрев подложки является одним из возможных способов внешнего воздействия на формируемые структуры. Выполненная работа показала, что температура нагревателя влияет на форму осадка по двум причинам. Во-первых, скорость потока Марангони зависит от градиента температуры. Во-вторых, от температуры зависит просадка в толщине жидкой пленки в районе нагревателя (вплоть до термокапиллярного разрыва).

Часть работы, связанная с моделированием, выполнена в Институте теоретической физики им. Л. Д. Ландау при финансовой поддержке РФФ, проект 18-71-10061 (К. С. Колегов), экспериментальная часть работы выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 19-31-90099 (М. А. Аль-Музейкер, Н. А. Иванова).

Моделирование поверхностного роста в пористом теле

Измайлова Я. О., Фрейдин А. Б.*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

Поверхностный рост является частью многих биологических процессов, связанных с изменением массы, объема или геометрии тела, вследствие роста, перестройки и адаптации ткани. Многие ткани и органы или их части имеют пористую структуру. Процесс роста и адаптации зачастую возникает именно на поверхностях пор. Так, например, процесс ремоделирования (перестройки под воздействием внешних нагрузок) костной ткани в основном происходит в трабекулярной – пористой, части кости. Возможность впоследствии контролировать и регулировать указанные процессы определяет значимость и актуальность исследований поверхностного роста живых тканей и необходимость разработки математической модели.

Модель поверхностного роста, представленная в данной работе, основана на использовании выражения конфигурационной силы, и является развитием концепции тензора химического сродства. Выражение для конфигурационной силы, являющейся нормальной компонентой тензора, названного тензором поверхностного роста, получено из фундаментальных балансов массы, импульса и энергии, и второго закона термодинамики в виде неравенства Клаузиуса – Дюгема. Для общей постановки в качестве растущего объекта рассмотрено твердое тело, в котором происходит объемный подвод и последующая диффузия веществ к границе, являющихся питательными веществами в случае биологического роста. На поверхности тела диффундирующее вещество превращается в твердое, в результате превращения возникают ростовые деформации. Для биологических тканей предполагается, что на поверхности находятся клетки-строители, преобразующие одно вещество в другое. Кинетика роста зависит от напряженно-деформированного состояния и подвода питательных веществ через тензор поверхностного роста и уравнение диффузии.

Развитая модель применена для решения задачи поверхностного роста в отдельной поре и пористой структуре вследствие адаптации к приложенным внешним нагрузкам. Получена кинетика растущей границы в зависимости от величины и типа приложенной нагрузки. Исследовано влияние характеристик рассматриваемого материала и возникающих в новых слоях ростовых деформаций на кинетику границы.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (грант № 19-19-00552).

«Погоня – убегание» в пространстве параметров
в моделях эволюционной экологии

Ильичев В. Г.

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

1. Асимптотики. Для выявления корректных закономерностей в поведении динамических систем целесообразно проводить прогнозы на долгосрочную перспективу. Такое финальное (асимптотическое) состояние, как правило, не зависит от произвола в выборе начального состояния.

2. Эколого-эволюционные модели. В реальных экосистемах наряду с переменными (численностями популяций) изменяются и популяционные параметры. Хотя движение параметров медленное, но при длительных расчетах это обстоятельство необходимо учитывать. Поэтому возникает потребность в построении эколого-эволюционных моделей, в которых прослеживается одновременное поведение переменных и параметров.

3. Эволюционная устойчивость. В таких моделях наряду с исходными популяциями присутствуют их мутанты с несколько видоизмененными параметрами. По сути, здесь реализована конкуренция мутантов с исходной популяцией, далее происходит отбор и затем выявляется множество так называемых эволюционно-устойчивых параметров (ЭУ-параметров). Если исходная популяция является носителем ЭУ-параметров, то она выдерживает конкурентное давление мутантов с близкими параметрами.

4. Температура и рост. Обозначим через T – температуру среды и R – скорость роста популяции. Непрерывная функция $R(T)$ определяется интервалом температурной толерантности $I(a, d) = [a - d, a + d]$, вне которого R равна 0, а внутри него описывается «горбатой» функцией $R(T)$ с максимумом при $T = a$ и $R(a-d) = R(a+d) = 0$. Удобно параметр a называть основным. Очевидно, в процессе эволюции происходит целесообразное движение указанных параметров. По сути, эволюция – естественный интеллект экосистем.

5. Коадаптация двух популяций. Пусть T изменяется периодическим образом. Рассмотрим динамику и эволюцию двух взаимодействующих популяций со своими интервалами $I(a, d)$ и $I(b, c)$. Обнаружено, что при конкуренции основные параметры (a и b) разбегаются в разные концы температурной экологической ниши. А при антагонизме основной параметр жертвы (a) стремится убежать от основного параметра хищника (b), и, напротив, b стремится сблизиться с a . Здесь возникает цикл в пространстве данных параметров.

6. Представляет интерес проблема поиска закономерностей движения параметров, когда в сообществе представлены три и более популяций.

Двумерное интегральное уравнение для вращающейся лопасти

Казаков Е. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается применение классической линейной теории малых возмущений для тонкого крыла к вращающейся лопасти конечного размаха. Модель описывает лопасть малой толщины и малой кривизны, вращающуюся под малым углом атаки, что соответствует широко распространённой модели пропеллера гражданского воздушного дрона.

Пусть тонкая слабоизогнутая лопасть, поверхность которой описывается уравнением $x_1 = f(x_2, x_3)$, вращается вокруг оси x_1 с угловой скоростью ω , так что в текущий момент времени ось лопасти совпадает с осью x_2 . Задача сводится к двумерному интегральному уравнению по поверхности лопасти S :

$$\iint_S K(x_2, x_3, y_2, y_3) \gamma(y_2, y_3) dy_2 dy_3 = \omega x_2 \alpha_b(x_2, x_3), \quad (x_2, x_3) \in S, \quad (1)$$

где неизвестная функция $\gamma(y_2, y_3)$ определяет распределение аэродинамического давления на лопасти, $\alpha_b(x_2, x_3) = \partial f / \partial x_3$ – угол установки лопасти относительно оси x_3 . Заметим, что выбор функции $f(x_2, x_3)$ позволяет рассматривать произвольную закрученную лопасть. В уравнении (1) ядро имеет вид

$$K(x_2, x_3, y_2, y_3) = -x_2 \int_{x_3}^{\infty} \frac{dz}{(x_2^2 + z^2)[(x_2 - y_2)^2 + (z - y_3)^2]^{3/2}} \quad (2)$$

и может быть выражено через элементарные функции.

Уравнение (1)–(2) решается в классе функций, удовлетворяющих условию Кутта – Жуковского, т. е. решение должно быть ограниченным на задней кромке лопасти и неограниченным на передней. Кроме того, решение должно быть ограниченным на боковых краях. Для решения двумерного интегрального уравнения используется численный метод дискретных вихрей. При этом ядро уравнения имеет гиперсингулярную особенность при $y_2 \rightarrow x_2$ и сингулярную особенность типа Коши при $y_3 \rightarrow x_3$. Свойства применяемого численного алгоритма позволяют учесть данные особенности ядра и получить решение, которое автоматически удовлетворяет требуемым физическим свойствам задачи. При увеличении размерности дискретной сетки численные расчеты подтверждают устойчивость численного алгоритма и позволяют получить решение с практической точностью в реальном масштабе времени на персональном компьютере.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 19-29-06013.

Плоские задачи о действии осциллирующих нагрузок на упругую полосу при наличии поверхностных напряжений

Калинина Т. И.

*Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

В настоящее время возрастает интерес к изучению ультратонких пленочных структур. Известно, что наноразмерные тела проявляют свойства, отличные от свойств тел обычных размеров. Для описания наноразмерных эффектов используются различные методы. В данной работе учет наноразмерности описывается в рамках теории поверхностных напряжений Гуртина — Мурдоха, которая отражает размерный фактор, связанный с увеличением отношения поверхности тела к его объему при переходе на наноуровень.

В данной работе продолжены исследования задач об установившихся колебаниях упругого изотропного слоя (полосы) наноразмерной толщины. В развитие изученных ранее антиплоских задач здесь рассматриваются плоские задачи. В первой задаче осциллирующие нагрузки прикладываются симметрично относительно средней поверхности слоя, во второй задаче осциллирующие нагрузки прикладываются антисимметрично. На торцах слоя помимо внешних нагрузок действуют также поверхностные напряжения, для которых принимается «поверхностный» закон Гука, что позволяет учитывать наноразмеры толщины полосы. Именно введение поверхностных напряжений позволяет промоделировать тот факт, что свойства материала слоя наноразмерной толщины отличаются от соответствующих свойств слоя обычных размеров.

Для решения плоских задач использована стандартная техника: принцип предельного поглощения, преобразование Фурье по бесконечно протяженной координате, методы контурного интегрирования и теория вычетов для вычисления обратного преобразования Фурье.

С использованием полученных решений были построены и проанализированы дисперсионные соотношения при различных значениях толщины, а также исследовано влияние поверхностных напряжений на характеристики установившихся колебаний упругой изотропной полосы: проанализировано как при увеличении толщины слоя дисперсионные кривые задач с поверхностными эффектами приближаются к соответствующим кривым классической задачи. Выведены формулы и построены графики групповых скоростей и амплитуд перемещений в зависимости от толщины полосы. Отмечено, что поверхностные эффекты оказывают существенное влияние при уменьшении толщины полосы, т.е. когда полоса превращается в ультратонкую нанопленку.

Автор благодарит за помощь в работе научного руководителя, проф. А. В. Наседкина.

Динамические свойства слоисто-неоднородной предварительно
напряженной термоупругой структуры

Калинчук В. В., Леви Г. Ю., Михайлова И. Б.

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

В данной работе исследуется динамическая контактная задача о колебаниях термоупругой слоистой среды, находящейся под действием начальных напряжений и предварительного нагрева. Среда представляет слой, жестко сцепленный с полупространством с теплоизолирующей границей. Колебания инициируются распределенной на верхней грани тела осциллирующей температурой. Поверхность свободна от механической нагрузки, вне области контакта теплоизолирована.

Движение слоистой термоупругой преднапряженной среды описывается линейризованными уравнениями движения:

$$\nabla_0 \cdot \Theta^{(n)} = \rho_0^{(n)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^{(n)}}{\partial t^2}, \theta_{ij}^{(n)} = c_{ijkl}^{(n)*} u_{k,l}^{(n)} - \beta_{ij}^{(n)*} u_4^{(n)}, \quad (1)$$

линеаризованным уравнением теплопроводности

$$\lambda_{ik}^{(n)} u_{4,ik}^{(n)} = \kappa^{(n)} \frac{\partial u_4^{(n)}}{\partial t} + T_1^{(n)} \beta_{ik}^{(n)*} \frac{\partial u_{k,i}^{(n)}}{\partial t}, \kappa^{(n)} = \frac{c_\varepsilon^{(n)} \rho_0^{(n)} T_1^{(n)}}{T_0} \quad (2)$$

и соответствующими граничными условиями. Здесь $n = 0$ обозначены параметры полупространства, $n = 1$ – параметры слоя. Участвующие в уравнениях (1), (2) коэффициенты при однородной начальной деформации и предварительном нагреве определяются выражениями

$$c_{ijkl}^{(n)*} = \frac{\delta_{kj}}{2} \left(\sum_{m=1}^3 c_{ilm}^{(n)} \left(\nu_m^{(n)2} - 1 \right) - \left(\theta_1^{(n)} - \theta_0 \right) \beta_{ij}^{(n)} \right) + c_{ijkl}^{(n)} \nu_j^{(n)} \nu_k^{(n)}, \quad (3)$$

$$\beta_{ij}^{(n)*} = \nu_j^{(n)} \beta_{ij}^{(n)}. \quad (4)$$

Методами операционного исчисления краевая задача со смешанными граничными условиями на поверхности сведена к интегральному уравнению первого рода относительно неизвестной функции распределения теплового потока. Его решение вычислено методом граничных элементов. Исследованы распределения теплового потока в зоне контакта и волнового поля на поверхности слоистой преднапряженной среды в зависимости от различных параметров задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты № 19-08-01051, 19-48-230042.

Исследования роговицы глаза методом сканирующей зондовой микроскопии

Кароткян Р. В., Зеленцов В. Б.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Одна из основных задач офтальмологии на сегодняшний день является исследование механических характеристик роговицы, знание которых позволяет предвидеть группу заболеваний, связанных непосредственно с дегенеративными заболеваниями глаза, в первую очередь к таким заболеваниям относятся кератоконус и дистрофия, которые в отсутствии терапии приводят к ухудшению и потере зрения. Так же при получении данных характеристик, появляется возможность уменьшить риски во время проведения кератопластики, а также операций по восстановлению отдельных тканей роговицы.

Изучение механических характеристик тканей глаза, так же важно для разработки новых биосовместимых материалов, используемых как для создания новых видов имплантов, так и для усовершенствования старых.

В настоящей работе предложен метод исследования механических характеристик, путем рассмотрения топологических особенностей слоев роговицы глаза, а также соседних тканей. Данная методика учитывает особенности клеточного строения мягких тканей глаза, а также предполагает возможность рассмотрения клеточного строения отдельных слоев, таких как:

- передний эпителий;
- передняя пограничная мембрана (Боуменова);
- строма;
- слой Дюа;
- задняя пограничная оболочка (Десцеметова оболочка);
- задний эпителий;

В качестве образцов, для отработки методики, использовались энуклеированные глазные яблоки кроликов, предоставленные Ростовским государственным медицинским университетом (РостГМУ). Исследования проводились с разрешения этического комитета РостГМУ. Топология поверхности роговицы была получена с помощью атомно-силового сканирующего микроскопа NanoEducator (NT-MDT, Россия). Наведение проводилось при помощи позиционирующей микроскопии. Для сканирования использовались зонды с вольфрамовым наконечником, заточенные электро-химическим способом. Для обработки полученных результатов, использовалась программная среда Gwyddion.

Исследование выполнено при поддержке Правительства Российской Федерации (грант 14.Z50.31.0046). Сканирующая микроскопия проведена в РЦКП НОЦ “Материалы” ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>)

Англоязычная магистратура по математическому моделированию
и информационным технологиям на мехмате ЮФУ:
история, проблемы и перспективы

Карякин М. И., Надолин К. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В докладе обсуждаются проблемы интернационализации университетского образования уровня магистратуры. Рассмотрен и проанализирован более чем десятилетний опыт преподавания на мехмате ЮФУ англоязычных магистерских программ по математическому моделированию и информационным технологиям.

Представлен краткий исторический экскурс и указаны цели, которые ставились на различных этапах развития англоязычных образовательных программ мехмата, а также описаны пути решения возникавших проблем.

В заключение доклада приведены некоторые соображения относительно перспектив развития англоязычной магистратуры по математическому моделированию и информационным технологиям на мехмате ЮФУ.

Первая магистерская программа «Computation Mechanics and Biomechanics» с преподаванием ряда предметов на английском языке была запущена на мехмате ЮФУ по направлению подготовки 010403 «Прикладная математика и информатика» в 2009 году. Разработку учебно-методических комплексов дисциплин на английском языке инициировала и финансировала администрация ЮФУ в связи с реализацией плана мероприятий по интернационализации образовательной деятельности, включенных в Программу развития Южного федерального университета.

Магистерская программа «Computation Mechanics and Biomechanics» стала основой договора о сотрудничестве между факультетом математики, механики и компьютерных наук ЮФУ и департаментом математики и физики технологического факультета Технического университета г. Лаппеенранта (Финляндия). Впоследствии этот договор о сотрудничестве преобразовался в совместную международную магистерскую программу двух дипломов¹.

Именно на базе этой программы в период 2011–2014 гг. в рамках проекта ICARUS по гранту ЕС программы «Tempus-IV» была создана уже полностью англоязычная магистерская программа «IT in Biomechanics».

В 2015–2020 гг. англоязычная магистерская программа дорабатывалась и менялись ее названия: «Computation Mechanics and Information Technologies», «Mathematical Modelling and Information Technologies», «Mathematical Modelling, Numerical Methods and Program Complexes». Последняя модернизация проводилась с учетом образовательных задач лаборатории вычислительной механики.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928.

¹Буркель Н., Творогова С., Шендерова С. Примеры совместных программ между европейскими и российскими вузами // Инновации и изменения в транснациональном образовании. — European Union, 2014. 178 с. ISBN 978-9-2923-8199-8, doi: 10.2871/94451

Влияние плотности костной ткани на напряженное состояние
вблизи винтовых дентальных имплантатов

Каспарова Е. А., Перельмутер М. Н.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлунского РАН, Москва

Эффективность дентальной имплантации зависит, помимо прочих факторов, от плотности костной ткани, которая может изменяться в широком диапазоне. Изменение плотности костной ткани приводит к изменению её модуля упругости. Этот факт позволяет выполнять математическое моделирование влияния плотности костной ткани на напряженно-деформированное состояние при квазистатическом приложении нагрузки посредством изменения модуля упругости кости.

Расчетное исследование зависимости напряженно-деформированного состояния костной ткани от её плотности выполнено с использованием методов конечных и граничных элементов. Расчет напряженно-деформированного состояния имплантата и окружающих костных тканей выполнен в постановке плоского деформированного состояния и состоял из двух этапов: 1) расчета всей конструкции имплантата со сглаженными зубцами и окружающей костной тканью; 2) исследования деталей распределения напряжений в винтовом соединении в зоне сцепления имплантата с костной тканью. Расчеты выполнены при допущении, что костная ткань является изотропным и однородным упругим материалом.

Установлено, что характерные особенности зависимостей максимальных эквивалентных напряжений в губчатой и кортикальной костных тканях от модулей упругости костных тканей, одинаковы для всех рассмотренных расчетных моделей.

При увеличении модуля упругости губчатой костной ткани (увеличении жесткости кости) возрастает часть нагрузки, передаваемая на эту костную ткань. Ввиду этого, максимальные эквивалентные напряжения в губчатой костной ткани возрастают. Напряжения в кортикальной костной ткани при увеличении модуля упругости губчатой кости снижаются за счет уменьшения нагрузки, передаваемой на эту часть кости. Напряжения в губчатой кости снижаются при увеличении модуля упругости кортикальной кости. Уровень максимальных эквивалентных напряжений в кортикальной кости возрастает при увеличении модуля упругости этой костной ткани. Максимальные эквивалентные напряжения в костной ткани наблюдаются в кортикальной кости вблизи шейки имплантата.

Полученные в расчете при изменении модулей упругости костных тканей максимальные эквивалентные напряжения в губчатой и кортикальной костных тканях не превышают соответствующих пределов прочности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-19-00616).

Моделирование распространения волн в композитах: применение преобразования Фурье и метода конечных элементов

Кириллова Е. В.¹, Шевцова М. С.²

¹*Технический университет РейнМайн, Висбаден*

²*Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

Численное моделирование распространения волн Лэмба в композитной пластине может быть эффективно использовано при разработке методов неразрушающего контроля для конструкций из композитов. В ходе исследований была разработана методика возбуждения волн с заданными свойствами и разделения волновых мод в композитных структурах. Полученные результаты необходимы для проектирования и диагностики состояния конструкций из композитных материалов, а также для выбора частоты, типа, формы, размеров и оптимального размещения пьезоэлектрических преобразователей.

Для возбуждения волн с заданными свойствами ранее была разработана полуаналитическая модель для описания волн Лэмба с использованием преобразования Фурье. После анализа волновых чисел строилось обратное преобразование Фурье. Вычисление возникающего при этом двойного интеграла по волновым числам осуществлялось с использованием метода интегрирования по вычетам и метода стационарной фазы. Важным этапом моделирования является построение матриц Грина слоистых анизотропных структур. Построение матриц Грина для анизотропных структур намного сложнее по сравнению с изотропными структурами и может быть проведено только численно. Каждый вычет описывает одну распространяющуюся волну. Эта модель позволила рассчитать поля смещений, возникающие в анизотропной многослойной среде, а также выделить и проанализировать вклад каждой волновой моды в результирующее волновое поле. Результаты были получены и проанализированы в широком диапазоне частот, что позволило наглядно показать, как с частотой меняется вклад отдельных мод в суммарное волновое поле.

Для 8-слойного симметричного композита были проведены сравнительные расчеты с помощью конечно-элементного пакета COMSOL. Многослойный композит моделировался как слой с усредненными свойствами. С помощью конечно-элементной модели невозможно получить графики отдельных волновых мод, однако суммарные волновые поля, рассчитанные с помощью пакета COMSOL, показали хорошее совпадение с результатами, полученными на основе полуаналитической модели.

Распределение амплитуд волновых мод в различных направлениях в слоистых композитах имеет большое значение для практических приложений. Из-за анизотропии слоев амплитуды волн могут фокусироваться в определенных направлениях. Проведенные расчеты показали, как изменение формы пьезоактуатора может привести к увеличению амплитуды волн по выбранным направлениям. Однако эффект анизотропии для некоторых мод может быть настолько сильным, что несмотря на специальную геометрию пьезоэлемента все же происходит фокусировка волн в направлениях волокон.

Математическая модель микроциркуляции для анализа ультразвукового (УЗ) разведения

Кислухин В. В.¹, Кислухина Е. В.²

¹ООО МЕДИСОНИК, Москва

²НИИ Скорой помощи им. Н. В. Склифосовского, Москва

Введение. Флуометры серии Т400 (Transonic Systems Inc, Ithaca, NY) предназначены и широко используются для измерения объемной скорости потока крови в сосудах. Вместе с тем их можно использовать и для регистрации кривых УЗ разведения, возникающих при внутривенном введении растворов с плотностью, отличающейся от плотности крови (0,9% NaCl, 5% Glucose, 40% Glucose и других).

Цель. Показать, что обработка кривых УЗ разведения, полученных регистрацией периваскулярными датчиками, ведет к получению таких параметров микроциркуляции как фракция открытых микрососудов (*no*) и скорость вазомоций (*R*), скорость обмена между открытыми и закрытыми микрососудами. Последний параметр определяет качество перфузии: если *R* мало, то перфузируются одни и те же капилляры и клетки ткани распадаются на две группы: (а) получающие/отдающие метаболиты из/в протекающую кровь и (б) получающие/отдающие диффузией через другие клетки.

Метод. (а) Исследование проводилось на анестезированной свинье, 15 кг. В эксперименте делалась кровопотеря 30 мл/кг и восполнение полиглюкином 45 мл/кг. Три периваскулярных датчика были размещены на carotid artery, jugular and femoral vein. Объем внутривенных инъекций 0,2–1 мл на кг веса, в зависимости от тоничности раствора. В результате инъекций в крови появляется индикатор, раствор с другой УЗ-плотностью. Артериальная кривая является входной кривой для мозга и мышц ноги. Регистрируемые венозные кривые деформируются относительно артериальной кривой в силу особенностей микроциркуляции. (б) Примем, что прохождение частиц крови по микроциркуляции состоит из пяти событий: (1) быть внутри микрососуда, (2) для диффундирующих частиц быть во внесосудистом пространстве и при не поглощении, возвращаться в сосуд (3) микрососуд закрыт, (4) микрососуд открыт и (5) имеется распределение времени прохождения частиц крови по открытым сосудам. Математическая модель основана на предположении, что названные события являются случайными и первые четыре события — Марковские. Предполагается, что пятое событие задается безгранично делимой функцией.

Результаты. Качество кривых разведения и после кровопотери было хорошее. Получение с артериальной и венозной кривых средних и дисперсий, ведет к получению фракции открытых микрососудов *no*, которая менялась для мозга от 0,3 до 0,9, а для мышц от 0,1 до 0,4 и скорости вазомоций, $R[1/\text{сек}]$, для мозга от 0,4 до 1,0, а для мышц от 0,4 до 1,4.

Выводы. Периваскулярные датчики УЗ флуометров могут регистрировать кривые разведения. Сопоставление средних и дисперсий артериальной и венозной кривых ведет к получению фракции открытых микрососудов и скорости вазомоций.

Примеры из физиологии в обучении математике. Микроциркуляция

Кислухин В. В.

ООО МЕДИСОНИК, Москва

Обучение математике предполагает использование примеров. Хорошо, если примеры из «реальной жизни». При этом желательно, чтобы количество специальных терминов было минимально или эти термины известны. На примере микроциркуляции покажем, что физиология может быть источником таких примеров.

Основная функция микроциркуляции: доставлять/забирать продукты тканевого обмена. Для изучения этой функции рассматривают прохождение индикаторов (частиц, за которыми можно следить). Три факта о микроциркуляции:

(I) В покое открыта (течет кровь) малая часть микрососудов, от 3% в мышцах до 30% в мозге. Кровоток определяется количеством открытых микрососудов.

(II) В микроскоп видно, что кровь движется по микрососудам очень не регулярно. Меняется скорость эритроцитов и их количество в поле зрения. Микрососуды, открытые сейчас, закрываются и открываются другие микрососуды. Происходит миграция «открытости» по ткани.

(III) Отсутствует инерция. Движение есть, если есть градиент давления.

Прохождение крови (и частиц) состоит из следующих событий: (1) Быть внутри микрососуда; (2) Быть в ткани (во внесосудистом пространстве); (3) Микрососуд закрыт, кровь не течет; (4) Микрососуд открыт и кровь движется; (5) Есть разброс времени при прохождении органа по открытым микрососудам. Этот разброс формируется двумя факторами: (а) разброс длин микрососудов (сосуды, соединяющие артерии и вены и диаметром меньше 300 мкм); (б) вариация артерио-венозного градиента давления; (6) Любой орган можно «мысленно» разбить на две части так, чтобы для прохождения всего органа сначала надо пройти первую часть, затем — вторую.

Переход к математике. Первый шаг — введение двух допущений: (1) Примем, что переход частиц (сосуд-ткань), состояние микрососуда (открыт-закрыт), и другие процессы являются случайными (определяются распределениями вероятностей). (2) Будущее поведение частицы (или микрососуда) не зависит от прошлого или, математически, марковость первых 4 событий, которая определяет их распределения вероятности: (1) Быть внутри микрососуда, (2) Быть во внесосудистом пространстве, (3) Микрососуд закрыт, (4) Микрососуд открыт.

Для получения уравнений движения частиц по открытым микрососудам используется утверждение (6): Можно представить сосудистую систему из двух частей, таких, что сначала надо пройти первую часть, затем вторую. Каждую часть опять разобьем на две, с тем же условием прохождения. Математически это означает, что искомая функция есть безгранично делимая функция. Её плотность распределения для простейшего случая, $f_{\alpha,\nu}(t) = \alpha^\nu t^{\nu-1} \cdot \frac{\exp(-\alpha t)}{\Gamma(\nu)}$ — где α связывает время в сердечных циклах и время в секундах, а ν характеризует геометрию и градиент А-В давления на микрососудах.

Полученные уравнения являются базовыми в теории массового обслуживания, а в физиологии — основой для построения математической модели движения частиц по микроциркуляции.

Моделирование движения человека, качающегося на качелях

Климина Л. А., Формальский А. М.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Рассматривается задача о раскачивании качелей человеком, сидящим на них. Раскачивание качелей представляет собой классический пример локомоционных движений, характерных для живых существ: одни части тела перемещаются относительно других таким образом, чтобы сформировать нужные значения сил и моментов внешних сил, действующих на систему. В случае качания на качелях к таким внешним силам относится сила тяжести. Изучение подобных задач не только преследует практические цели, но и позволяет понять общие принципы локомоций – одного из наиболее распространенных способов движения живых организмов.

Человек моделируется трехзвенным механизмом. Одно звено моделирует корпус человека, другое – два бедра, третье – две голени. Предполагается, что бедра неподвижны относительно качелей. Инерционно-массовые характеристики звеньев выбираются из диапазона, реалистично описывающего взрослого человека. Предполагается, что в шарнирах, соответствующих тазобедренным и коленным суставам, приложены управляющие моменты, а также в этих шарнирах действуют моменты сил упругости, моделирующие влияние связок и сухожилий. Существенно нелинейная математическая модель представлена в форме динамической системы шестого порядка с двумя управляющими воздействиями. Проводится поиск стратегии управления, позволяющей наиболее быстро раскачать качели до максимальной амплитуды. Учитывается вязкое трение в оси подвеса качелей.

Выполнено аналитическое и численное исследование модели. Показано, что стратегия управления, которую используют люди на практике, близка к оптимальной. Иными словами, при амплитудах колебания качелей, не превосходящих $\pi/2$, требуется сгибать колени и наклонять корпус вперед на фазе качания назад и, соответственно, выпрямлять ноги и отклонять корпус назад на фазе качания вперед. Такое управление более энергетически выгодно, чем изменение управляющих моментов по гармоническому закону с фиксированной частотой без обратной связи, которое часто рассматривается в литературе.

При амплитудах колебаний более $\pi/2$ (например, при выполнении кругового вращения на качелях) требуются дополнительные переключения в законе управления, которые целесообразно выполнять в моменты времени, когда угол отклонения качелей от вертикали близок к $\pm\pi/2$. Режим кругового вращения может быть реализован только при относительно небольшом коэффициенте вязкого трения в оси подвеса качелей. Предельное движение рассмотренной механической системы при построенном управлении представляет собой орбитально асимптотически устойчивый цикл.

Перспективы применения маркерного захвата движений для диагностики позвоночника в динамике

Клишкова Т. А.

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

Сидячий и малоподвижный образ жизни, ставший преобладающим в последние десятилетия, приводит к росту распространенности заболеваний опорно-двигательного аппарата, основную долю среди которых составляют нарушения осанки и деформации позвоночника, в особенности у подростков и молодых людей. Согласно статистическим данным около 80% российских школьников старших классов уже имеют нарушения осанки, которые впоследствии могут приводить к появлению хронических болей и, как следствие, ухудшению качества жизни. Однако своевременная объективная диагностика и лечение могут значительно снизить вероятность развития негативных последствий в будущем. Среди нехирургических методов лечения выделяют два основных: применение лечебной физкультуры для укрепления мышц спины и назначение различных ортопедических средств (стельки, обувь, корсеты и т.д.). Основным методом диагностики является рентгенологическое исследование в двух проекциях, которое обладает двумя большими недостатками: во-первых, несет лучевую нагрузку, во-вторых, оно статическое и не дает представления о положении позвоночника и его изгибов в процессе ходьбы, что важно при подборе ортопедических изделий. Единственным же методом, который на сегодняшний день может максимально приближенно позволять судить о позвоночнике в движении, является маркерный захват движений. Маркеры, располагаемые на основных анатомических точках, точно описывают их положение и движение в пространстве. Однако, задача математического восстановления движения позвоночного столба осложняется разными факторами. Погрешности могут вносить артефакты движения кожи. Позвонки могут неоднозначно определяться при пальпации и установке маркеров вследствие сколиотической деформации. Кроме этого, существуют анатомические точки, на которые невозможно установить маркеры. Несмотря на это, при сравнении данных, получаемые при расчетах таких параметров как углы лордоза, кифоза, Кобба методами захвата движений в статике, с данными рентгенограмм получаются очень хорошо коррелирующие между собой результаты, позволяющие проводить дальнейшие исследования для восстановления максимально точной зависимости между этим данными. Анализ существующих исследований показал, что одним из самых перспективных методов восстановления реальных значений углов изгибов позвоночника на основе данных захвата движений является регрессионный анализ. Коэффициент детерминации некоторых моделей при расчете, например, угла Кобба составлял 0,92, а средний разброс между реальными, полученными по рентгенограмме, и рассчитанными показателями был 3,18°. Однако, при создании данной модели были использованы 35 различных параметров, часть из которых возможно является излишней и влияет на снижение точности конечного результата. Таким образом, можно говорить о целесообразности проведения дальнейших исследования в области применения маркерного захвата движений для восстановления пространственного положения позвоночника в процессе ходьбы, рассматривая при этом методы регрессионного анализа и нейронных сетей.

Раздувание тонкостенной высокоэластичной трубки, частично надетой на жёсткий цилиндр

Колесников А. М., Тер-Оганесян В. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В данной работе экспериментально и теоретически исследуется контактная задача между тонкостенной оболочкой и массивным телом с учётом трения. Длинная тонкостенная трубка, изготовленная из высокоэластичного материала, одним концом частично надета на массивный цилиндр большего радиуса. На другом конце трубка закрыта. Вне области контакта на трубку действует равномерно распределённое давление. Трубка, частично надетая на цилиндр большего радиуса, может находиться в равновесном состоянии только за счёт трения в области контакта. Целью исследования является построение математической модели, определение минимальной длины области контакта (при которой трубка не будет соскальзывать, в зависимости от давления и коэффициента трения) и сравнение с экспериментальными данными.

Экспериментальное исследование проводилось с резиновой трубкой длиной 70 (мм), диаметром 18 (мм), толщиной 0,15 (мм). Массивный цилиндр был изготовлен из полипропилена. Механические свойства материала трубки определялись из эксперимента по растяжению до деформации 160 %. Для описания свойств материала использовалась модель неогуковского несжимаемого материала. Методом наименьших квадратов определена постоянная материала (модуль сдвига) $\mu = 0,36$ (МПа). Коэффициент трения между резиной и полипропиленом определялся из эксперимента с наклонной поверхностью. Величина коэффициента трения определена как $f = 0,48$. В эксперименте по раздуванию трубки, надетой на массивный цилиндр, были использованы цилиндры диаметром 20, 25 и 32 (мм).

В математической модели трубка рассматривается как тонкостенная упругая полубесконечная цилиндрическая мембрана постоянной толщины. Массивный цилиндр полагаем абсолютно твердым. Силы трения, действующие на мембрану моделируем касательной поверхностной нагрузкой, интенсивность которой пропорциональна нормальной реакции. То есть полагаем, что для трения выполняется закон Кулона. Получена система разрешающих уравнений, которая в области контакта сводится к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с неизвестной границей. Для определения неизвестной границы и длины области контакта получена система нелинейных уравнений, связывающая условия на бесконечно удалённом конце трубки и условия сопряжения решений между областью контакта и другой частью мембраны, с учётом трения на кромке цилиндра.

Дальнейшее исследование предполагает численное решение полученных уравнений и сравнение полученных результатов с экспериментальными.

Исследование поддержано грантом Правительства Российской Федерации № 14.Z50.31.0046.

Контактное взаимодействие штампа и пороупругого основания с упругим покрытием

Колосова Е. М., Чебаков М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Теория Ковина — Нунзиато упругих материалов с пустотами является одним из распространенных обобщений классической теории упругости. Эта теория рассматривает упругие материалы с распределенными по объему небольшими порами (пустотами). Практическое значение данный подход имеет при исследовании различных типов геологических, биологических и синтетических пористых материалов, для которых классическая теория не подходит.

Рассматриваются контактные задачи о взаимодействии жесткого штампа и пороупругого основания с упругим покрытием. Предполагается, что основание штампа имеет плоскую или параболическую форму, в зоне контакта нет трения.

С помощью интегрального преобразования Ханкеля в осесимметричном случае и преобразования Фурье в плоском случае поставленные задачи сводятся к интегральным уравнениям относительно неизвестного контактного напряжения, для нахождения которого используется метод коллокаций. Найдены значения контактных напряжений, а также область контакта в случае параболического штампа. В осесимметричном случае исследована связь между силой, действующей на штамп, и его перемещением, которая является одной из основных характеристик при определении механических параметров материала методом индентирования. Проведен сравнительный анализ исследуемых величин для различных значений параметров пористости и толщины покрытий.

В осесимметричном случае в контактной задаче для пороупругого полупространства с упругим покрытием расчеты показывают, что в случае штампа с плоским основанием при увеличении пористости полупространства при постоянной величине смещения штампа, его радиуса и других параметров контактные напряжения под штампом, напряжения на границе раздела слоя и полупространства и величина приложенной силы уменьшаются.

В случае параболического штампа при постоянной величине смещения штампа с увеличением модуля упругого слоя контактные напряжения, напряжения на границе раздела слоя и полупространства, величина приложенной силы и радиус области контакта увеличиваются при фиксированных значениях других параметров. При увеличении толщины упругого слоя контактные напряжения и величина приложенной силы увеличиваются, а область контакта уменьшается. При этом нормальные напряжения на границе раздела слоя и полупространства в некоторых точках увеличиваются, а в других уменьшаются.

В плоской задаче расчеты показывают, что при увеличении пористости полуплоскости при постоянной величине силы, действующей на штамп с плоским основанием, его радиуса и других параметров контактные напряжения под штампом при уменьшении модуля упругости полуплоскости во внутренней области контакта уменьшаются, а в области близкой к краю области контакта увеличиваются. Такая же картина наблюдается и при увеличении пористости полуплоскости.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-58-18011 Болг_а).

Конечно-элементное моделирование пен, основанных на ячейках Гибсона — Эшби, с регулярными и нерегулярными решетками

Корниевский А. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В природе материалы, как правило, имеют ячеистые структуры: кости, кораллы, древесина и др. В последнее время появляются новые способы для создания данных структур искусственно из металлов или различных видов пластика. Преимуществом таких материалов является относительно высокая жесткость при малой плотности и низкая теплопроводность. В связи с этим увеличился и интерес к исследованию пенообразных или ячеистых материалов. Существует множество подходов для описания и моделирования ячеистых структур, но самым популярным на сегодняшний день является модель, основанная на ячейке Гибсона — Эшби. Для данной модели проведено множество исследований и представлены результаты, полученные теоретическими, численными и экспериментальными методами. Однако в них рассматриваются либо отдельные ячейки, либо регулярные решетки.

В данной работе рассматриваются как регулярные, так и нерегулярные решетки с различными вариациями открытой ячейки Гибсона — Эшби. Для этого разработан набор программ на языке APDL ANSYS, с помощью которого можно строить различные решетки и конечно-элементные модели для них. В качестве примера взят изотропный материал, но из-за неоднородности решетки может возникать геометрическая анизотропия. Поэтому приведена постановка шести краевых задач с граничными условиями для перемещений, которые позволяют найти полный набор эффективных модулей жесткости для ячеистых структур (три задачи о растяжении вдоль осей и три сдвиговые задачи).

Проведено сравнение значений эффективных упругих модулей, полученных аналитической моделью Гибсона — Эшби и вычисленных с помощью конечно-элементной модели для регулярных и нерегулярных решеток. Результаты численных экспериментов подтвердили, что модель Гибсона — Эшби хорошо описывает поведение пен с пористостью более 75% при достаточно макрорегулярной структуре. Для структур с меньшей пористостью данная аналитическая модель дает менее удовлетворительные результаты. Кроме того, в случае нерегулярных решеток наблюдается разброс значений упругих модулей. Хотя при большом количестве ячеек регулярные и нерегулярные решетки в основном дают близкие результаты. Однако при сильно отличающихся ячейках эффективные модули могут иметь существенные различия. Это подтверждает, что нерегулярность решетки может приводить к геометрической анизотропии, даже если материал каркаса изначально изотропный. Эта анизотропия обусловлена возможной несимметричностью геометрии и локальными концентрациями напряжений в нерегулярных решетках.

Автор благодарит за помощь в работе проф. А. В. Наседкина.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ по проекту № 20-31-90057.

Статистический анализ параметров глаза после интравитреальных инъекций

Корников В. В.

Санкт-Петербургский государственный университет

Проведен статистический анализ данных 34 пациентов в возрасте от 42 до 93 лет, средний возраст составил 71 год и 3 месяца. У 28 пациентов были измерены такие характеристики глаза, как длина передне-задней оси (ПЗО), внешний радиус роговицы (ВнеРР), внутренний радиус роговицы (ВнуРР), глубина передней камеры (ГПК). У 27 пациентов была измерена толщина роговицы (ТР).

Измерения внутриглазного давления (ВГД) произведены в шести последовательных моментах времени, при этом два измерения произведены до инъекции и четыре измерения — после инъекции. Обозначим эти переменные следующим образом: ВГД за 300 сек. до инъекции, измеренное в положении сидя (ВГД300дос), ВГД за 30 сек. до инъекции, измеренное в лежачем положении (ВГД30дол), ВГД через 10 сек. после инъекции, измеренное в лежачем положении (ВГД10пол), ВГД через 120 сек. после инъекции, измеренное в сидячем положении (ВГД120пос), ВГД через 300 сек. после инъекции, измеренное в сидячем положении (ВГД300пос), ВГД через 540 сек. после инъекции, измеренное в сидячем положении (ВГД540пос).

Методом оптической когерентной томографии (ОКТ) у 23 пациентов была измерена толщина роговицы справа и слева в 5 мм от лимба, а методом с использованием ультразвука у 17 пациентов толщина роговицы была измерена в центре, слева, снизу, справа и сверху. Можно также обозначить эти переменные следующим образом: толщина роговицы, измеренная ОКТ справа в 5 мм от лимба — (ТРОКТспр.); толщина роговицы, измеренная ОКТ слева в 5 мм от лимба — (ТРОКТсл.); толщина роговицы, измеренная ультразвуком за экватором в центре — (ТРУЦ); толщина роговицы, измеренная ультразвуком за экватором слева — (ТРУСЛ); толщина роговицы, измеренная ультразвуком за экватором снизу — (ТРУСН); толщина роговицы, измеренная ультразвуком за экватором справа — (ТРУСП); толщина роговицы, измеренная ультразвуком за экватором сверху — (ТРУСВ). С использованием трех статистических критериев, критерия Шапиро — Уилка, критерия Пирсона и критерия Харке — Бера, проведена проверка нормальности распределения указанных выше переменных. Для переменных ПЗО, ВГД120пос, ВГД300пос и ТРУСЛ обнаружено значимое отличие распределения от нормального. В связи с чем, при проведении дальнейшего исследования были использованы как параметрические, так и непараметрические методы статистики.

С использованием параметрического и непараметрического дисперсионного анализа показано различие средних переменных. Построенные линейные регрессионные модели позволили связать ряд параметров глаза с ВГД, измеренным как до введения инъекции, так и после.

Распространение и устойчивость фронтов химических реакций в деформируемых телах

Королев И. К.¹, Морозов А. В.², Мюллер В. Х.², Полуэктов М.³,
Фрейдин А. Б.¹

¹*Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург*

²*Берлинский технический университет*

³*Уорикский университет, Ковентри*

Исследуется распространение фронта химической реакции между деформируемым твердым и диффундирующим компонентами реакции. Реакция сопровождается собственной деформацией превращения, которая порождает внутренние напряжения, влияющие на скорость реакции. Примерами таких реакций являются реакция литизации кремния в анодах литий-ионных аккумуляторов и реакция окисления кремния в микроэлектронике. В роли термодинамической силы, управляющей распространением фронта реакции, выступает нормальная компонента тензора химического сродства. Напряжения влияют на скорость фронта через сродство.

Обсуждаются режимы распространения фронта реакции, контролируемые скоростью реакции или скоростью подвода диффундирующего компонента реакции. Рассматриваются начальная и установившаяся стадии распространения фронта реакции. Развита численные процедуры моделирования распространения фронта реакции. Даны примеры решения связанных краевых задач «диффузия – химия – механика», в том числе исследовано распространение фронта химической реакции в окрестности полости и жесткого включения. Демонстрируется как механические напряжения могут ускорять, замедлять и блокировать распространение фронта реакции.

Развита процедура анализа кинетической устойчивости фронта реакции вблизи состояния блокирования. Затем численно исследована кинетика распространения фронта реакции вдали и вблизи состояния блокирования. Показано, что в случае линейно-упругих твердых компонентов реакции устойчивость определяется соотношением модулей упругости компонентов.

Обсуждается возможность несогласованности с устойчивостью полуобратного метода, в котором α priori задается геометрия фронта реакции, так как фронт заданной геометрии может удовлетворять всем уравнениям равновесия и кинетики, но может быть при этом неустойчивым.

В случае α priori неустойчивого фронта продемонстрирован эффект подавления неустойчивости гладкого фронта реакции глобальной кинетикой его распространения вдали от состояния блокирования. В результате анализа напряженного состояния показано, что с потерей устойчивости фронта превращения при приближении к состоянию блокирования могут быть связаны последующие интенсивные пластические деформации и разрушение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант № 19-19-00552).

Моделирование, исследование и проектирование композитных материалов на основе объемных тканых структур

Королев П. В.¹, Маслов Л. Б.¹, Пирогов Д. А.², Шляпугин Р. В.²

¹*Ивановский государственный энергетический университет*

²*Ивановский государственный политехнический университет*

Композитные материалы (КМ) активно используются в мировой промышленности начиная с середины двадцатого века. Преимущество использования КМ вместо классических конструкционных материалов заключается в том, что они имеют небольшой удельный вес, высокую прочность и не подвержены воздействию агрессивных сред.

Наиболее используемый в настоящее время тип композитного материала — это многослойная структура, каждый слой которой представляет собой однонаправленные армирующие волокна, пропитанные связующим полимерным веществом, в конструкциях, где требуется высокая прочность, в частности, в авиастроении и транспортном машиностроении.

В настоящее время перспективным направлением при разработке композитных материалов является использование в качестве основы объемного материала или преформы детали из различного вида технических нитей: углеродных, кремнеземных, кварцевых, стеклянных, синтетических, металлических, магнитных и др. Трехмерные текстильные композиты имеют широкий спектр физико-механических свойств, которые превосходят характеристики традиционных двумерных слоистых структур, что эффективно может быть применено в авиакосмической, судостроительной, автомобильной промышленности, в строительстве и органозамещающей медицине.

При разработке КМ по такой технологии разработчику приходится решать ряд научно-исследовательских задач:

1. Выбор вида переплетения для создания тканого объемного материала.
2. Выбор материалов для нитей армирования и матрицы
3. Решение на «микроуровне» задачи напряженно-деформированного состояния армирования (нитей) т.е. определение действующих усилий, деформаций, напряжений с учетом материала, а это может добавить еще ряд задач (пластичность, вязкоупругость, релаксация, смятие, адгезия, контактные задачи и т. п.).
4. Подбор композиции армирования и матрицы с учетом необходимых свойств и условий эксплуатации материала или изделия.
5. Проектирование технологического процесса разработки КМ в соответствие с существующими технологиями ткачества и оборудованием.
6. Проектирование КМ, то есть проектирование физико-механических, эксплуатационных и др. свойств на наш взгляд самая сложная и всеобъемлющая задача, которая требует практического опыта и знаний из всех выше перечисленных областей деятельности.

Таким образом, решение задач проектирования и изготовления КМ на основе объемных тканых структур являются необходимым для изготовления деталей узлов, конструкций и изготовления конкурентоспособной техники для различных отраслей промышленности.

Методика оценки склонности углей к разрушению с образованием пыли

Коссович Е. Л., Эпштейн С. А., Голубева М. Д.

*Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,
Москва*

Угольная пыль является одной из основных причин возникновения аварий на предприятиях, а также опасна с точки зрения воздействия на окружающую среду. Поэтому проблема оценки склонности углей к разрушению с образованием пыли является актуальной.

Проведенные за последние годы исследования позволили выявить новую информацию о связи между механическими свойствами углей, измеренными на микро- и наноуровне, и их способностью к разрушению с образованием частиц, размеры которых не превышают одного микрометра. Так, было показано, что нагружение углей на наноуровне (в том числе, при наноиндентировании) приводит к разрушению, то есть к образованию частиц (пыли) с размерами значительно менее площади контакта.

Однако, в силу того, что традиционный метод наноиндентирования является, в первую очередь, неразрушающим методом измерения механических свойств, результаты таких экспериментов не могут быть использованы для характеристики склонности углей к образованию пыли при механических и других (например, окислительных) воздействиях.

В работе предложен новый подход к оценке склонности углей к разрушению с образованием частиц пыли, основанный на экспериментах по циклическому наноиндентированию. Были установлены способы подготовки образцов, критерии выбора площадок для индентирования, режимы проведения экспериментов и способы обработки результатов. Разработаны критерии для отнесения углей к разным группам по склонности к разрушению на основе анализа результатов по циклическому наноиндентированию.

Проведенные в рамках предложенной методики эксперименты и полученные результаты позволили выявить различия в склонности к разрушению образцов двух антрацитов из разных месторождений Российской Федерации и природного графита. Для этого использовались характеристики изменений показателей жесткости (модуля упругости) и нарушенности с увеличением максимальной нагрузки при циклическом наноиндентировании. Различия в склонности антрацитов и графита к образованию частиц пыли при механических воздействиях на низкоразмерных масштабных уровнях могут быть связаны с данными об изменении их структуры в ряду низко- и высокометаморфизованные антрациты и природный графит.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №18-77-10052).

Веб-интерфейс информационной системы «Градиентные покрытия»

Крнев Л. И.*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

Функционально-градиентные защитные покрытия широко используются для защиты конструкций и деталей машин от повреждений, вызываемых как механическими, так и тепловыми нагрузками. Для прогнозирования работы и создания покрытий оптимальной структуры становится актуальной задача моделирования поведения материалов с функционально-градиентными покрытиями. Поэтому необходимо дальнейшее развитие методов расчета таких материалов и покрытий, а также расширение доступности средств для проведения расчетов и анализа экспериментальных данных широкому кругу исследователей.

Для решения этой задачи разрабатывается веб-интерфейс информационной системы «Градиентные покрытия» для интерактивной подготовки данных и многопараметрического анализа результатов численно-аналитического решения смешанных граничных задач теории упругости и термоупругости для непрерывно неоднородных покрытий сложной структуры. Конструкция сайта предполагает возможность без регистрации ознакомиться с описанием назначения информационной системы и списком решаемых задач. При регистрации пользователь получает доступ к режиму формирования описания свойств градиентного покрытия (законов изменения модуля Юнга и т. д.) и других компонент задания на расчет интересующей его задачи. Для облегчения работы пользователя ему предоставляются образцы описаний законов неоднородности, покрытий, заданий на расчет и т. п. После отправки формы с заданием на обработку и проведения расчета пользователь может провести многопараметрический анализ его результатов.

Меню сайта для зарегистрированного пользователя включает в себя пункты: Главная страница; Законы неоднородности; Воздействия; Покрытия; Параметры расчета; Расчет; Обработка результатов; Выйти; Первый и последний пункты информационные, остальные вызывают интерактивные формы, позволяющие ознакомиться с перечнями сохраняемых в базе данных объектами: описаниями законов изменения термомеханических свойств; описаниями термомеханических нагрузок (форма штампов, температура и т. п.); описаниями различных покрытий; описаниями дополнительных параметров расчета; описаниями заданий на расчет с указанием конкретных покрытий, воздействий и дополнительных параметров; описаниями заданий на обработку результатов.

Каждый пункт списка включает кнопки «Изменить» и «Удалить», в шапке таблицы есть пункт «Добавить», таким образом пользователь имеет возможность добавлять, изменять и удалять любые перечисленные объекты. База данных реализована на PostgreSQL, а серверная часть веб-интерфейса разрабатывается на языке Python с помощью библиотеки Django. Рабочая версия сайта поддерживается сервером APACHE.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 14.Z50.31.0046.

Математическая модель нелинейной динамики нанобалки-резонатора

Крылова Е. Ю.¹, Крысько А. В.², Крысько В. А.², Папкина И. В.²

¹*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

²*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина*

Миниатюризация датчиков и приборов до наноразмеров привела к необходимости определения и изучения закономерностей, определяющих процессы, протекающие в этих устройствах. Основными конструктивными элементами наноактюаторов и нано сенсоров являются балки-резонаторы (консольные, жестко заземленные с обоих концов). В процессе эксплуатации чувствительные элементы находятся во фликкер-шуме, температурном поле. Поэтому задача исследования поведения балок-резонаторов на сегодняшний момент является актуальной.

В работе была построена математическая модель нелинейной динамики жестко заземленной изотропной балки на основе гипотез Пелеха — Шереметьева. Для учета масштабных эффектов на нано уровне материал балки рассматривается как псевдоконтинуум Коссера со стесненным вращением частиц, наряду с обычным полем напряжений учитываются также и моментные напряжения. При этом предполагается, что поля перемещений и вращений не являются независимыми. Геометрическая нелинейность учтена согласно теории Т. фон Кармана. Материал балки неоднородный, упругопластический и разномодульный, свойства материала зависят от температурных воздействий. Используется критерий пластичности Мизеса. Разгрузка учитывается на основе идеального эффекта Баушингера. Дифференциальные уравнения получены из принципа Гамильтона — Остроградского. Уравнение теплопроводности для изотропного тела разработано на основе следующих гипотез: 1. Гипотеза Катанео — Вернота учитывает задержку времени (время релаксации), так как процесс передачи кванта энергии на микроуровне от элемента объема тела к соседним элементам происходит с задержкой во времени относительно момента получения кванта. 2. Гипотеза Максвелла — Катанео — Лыкова учитывает задержку или демпфирование градиента температуры. Гипотезы в сочетании с уравнением теплового баланса позволяют получить гиперболическое уравнение теплопроводности, учитывающее тепловую инерцию. В уравнении теплопроводности учитывается связанность деформационного и температурного полей.

Система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных сводится к задаче Коши на основе использования конечно-разностных аппроксимаций второго порядка точности. Задача Коши решается методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности и Ньюмарка. Исследуется сходимость этих методов для получения достоверных результатов. Анализ колебаний балки, находящейся под действием знакопеременной нагрузки, проводится с позиции нелинейной динамики. Строятся фазовые портреты, спектры мощности, отображения Пуанкаре, ляпуновские показатели (расчитаны разными методами: метод Вольфа, Кандца, Розенштейна, Сано — Савада).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-19-00215.

Статика пластинчатых чувствительных элементов МЭМС/НЭМС
под действием нейтронного облучения

Крысько А. В., Крысько В. А., Папкина И. В.

Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина

С развитием ядерного приборостроения, ядерной медицины, космического приборостроения, атомной энергетики, nanoиндустрии, военной техники и вооружения интенсивно развиваются микро и нанотехнологии. Вместе с тем, элементы микро и наноструктуры активно взаимодействуют с окружающей средой. Следует отметить актуальность применения наноматериалов в сочетании с нейтронным облучением.

В работе исследовано влияния нейтронного облучения на напряженно-деформируемое состояние чувствительных элементов МЭМС/НЭМС в виде прямоугольных в плане пластин, под действием нейтронного облучения и в температурного поля. Материал изотропный, но неоднородный, свойства которого зависят от температуры. Температурное поле определяется по закону Дюамеля — Неймана. Используется деформационная теория пластичности и критерий текучести Мизеса, учитывается разгрузка и циклическое нагружение. Математическая модель получена из энергетического принципа Гамильтона — Остроградского на основе кинематической гипотезы Кирхгофа. Геометрическая нелинейность учитывается по закону Кармана. Полученное нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных сводится к задаче Коши методом конечных разностей второго порядка точности. Задача Коши решается методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности или методом Ньюмарка. Для решения задачи с физической нелинейностью используется метод переменных параметров Биргера. Для получения статического решения используется метод установления.

Исследуется сходимость метода конечных разностей при сведении к задаче Коши, в зависимости от количества точек разбиения области интегрирования.

Изучается модель пластинчатых чувствительных элементов МЭМС/НЭМС как система с почти бесконечным числом степеней свободы.

Исследования проводятся для кремнеуглеродистой стали Ф-212В функциональная зависимость предела текучести от суммарного потока (которая является нелинейной) приведена в работе А. А. Ильюшина и П. М. Огибалова. Приводятся численные примеры. Установлено, что направление облучения структурных членов МЭМС существенно сказывается на величине и форме распределения пластических деформаций, а также на величине усилий в срединной поверхности, хотя качественно при одном и том же прогибе эпюры основных функций подобны.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-08-00354.

Конечно-элементный сравнительный анализ свойств пьезокерамических композитов с металлическими включениями и порами при различных типах пористости

Кудимова А. Б.¹, Наседкина А. А.¹, Раджагопал А.²

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

²Индийский технологический институт Хайдерабада

В докладе исследуется влияние пористости различного характера на эффективные модули пьезоэлектрических композитов из керамики титаната бария, металлических включений из никеля и пор. Сравнивались композиты с двумя видами пор. Предполагалось, что микропористые композиты имеют поры с размерами много меньшими, чем размер включений, и эти поры располагаются случайным образом внутри керамической матрицы. У мезопористых композитов поры сравнимы по размерам с размерами включений и располагаются на границах контакта керамики с включениями.

Гомогенизация микропористых композитов проводилась в два этапа, причем на каждом этапе композиты считались двухкомпонентными. Первый этап заключался в гомогенизации пьезокерамической матрицы с порами, в результате чего находились эффективные свойства такого микропористого композита. На втором этапе снова рассматривался двухкомпонентный композит с металлическими включениями, у которого матрица имела эффективные модули микропористой керамики.

Для гомогенизации мезопористых пьезокомпозитов исследовались трехкомпонентные модели, включающие основной керамический материал, металлические включения и поры, которые располагались между керамикой и включениями.

Эффективные модули двух- и трехкомпонентных композитов находились при конечно-элементных решениях в ANSYS задач гомогенизации в неоднородных представительных объемах с изолированными включениями и с закрытой структурой пористости. Все компоненты композита считались пьезоэлектрическими материалами, причем свойства включений и пор моделировались очень большими или очень маленькими значениями жесткостей, пьезомодулей и диэлектрических констант. Обоснование данного подхода было проведено ранее в работах А. В. Наседкина с соавторами. В этих работах было отмечено, что модели композитов с экстремальными свойствами модулей пор и проводящих включений основаны на энергетических соотношениях между композитом и гомогенной средой с эффективными свойствами.

Исследованы эффективные модули в зависимости от объемных долей дополнительных фаз композита при пропорциональных долях включений и пор. Проведен анализ влияния типа пористости на свойства рассматриваемых композитов.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928.

Изготовление и тестирование инденторов для NANOTEST 600 при исследовании биологических тканей

Леднов А. С., Николаев А. Л., Харчевников И. О.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Индентирование — испытание материала методом вдавливания в поверхность образца специального инструмента — индентора, применяемое, для таких структур, как тонкие плёнки, микроструктуры, различные биологические ткани (зубные, костные и даже глазные). Несмотря на их высокую прочность, они часто ломаются или выходят из строя, как в результате естественного износа, так и из-за неаккуратных действий оператора. Производством данных узкоспециализированных инденторов занимаются всего несколько фирм и стоимость их продукции высока. Поэтому процесс получения новых инденторов затруднен, и это негативно влияет на динамику исследовательской работы.

Авторами был сконструирован специальный сферический индентор, состоящий из двух частей: сферы и держателя. Сферы изготавливались отдельно из керамики и сапфира. Держатель был изготовлен для идеальной фиксации в индентометре NANOTEST 600 PLATFORM 3 (Micro Materials Ltd). За основу корпуса держателя был взят вытасываемый на металлообрабатывающем станке корпус из нержавеющей стали X13. Были изготовлены корпуса для установки сферических наконечников различных диаметров: 200 мкм, 400 мкм, 500 мкм, 790 мкм, 1000 мкм, 5000 мкм, 6350 мкм.

Для сфер крупнее 1 мм были изготовлены специальные корпуса. Для сфер диаметром меньше 1 мм была придумана особая технология, так как проделать отверстия меньше 200 мкм технически очень сложная процедура. Для этих сфер были изготовлены однотипные корпуса с отверстиями 1 мм. В них загоняли специально обработанные медицинские иглы с каналами различных диаметров. Затем данную конструкцию обтачивали до необходимой глубины отверстия под конкретную сферу.

Для установки сферы в держатель и максимально точного их позиционирования друг относительно друга, была разработана специальная методика. Сфера устанавливалась неподвижно в специальную форму из PLA, заливалась эпоксидной смолой и выдерживалась сутки для полной полимеризации. Получившуюся конструкцию устанавливали в шлифовальный станок MetaServ 250 (BUEHLER) и стачивали сферу на 1/20 диаметра. Далее, проводили совмещение усеченной сферы с держателем при помощи микрометрического винта. Связующим звеном между усеченной сферой и держателем был цианакрилат смешанный с ОСЧ ацетоном в объемной пропорции 1:1. Проверка качества соединения и позиционирования проводилась при помощи рентгеновского томографа Xradia 520 Versa (Carl Zeiss X-ray Microscopy, inc).

Использование специального сконструированного авторами сферического индентора позволило провести уточнённые исследования пораженных кариесом тканей зуба.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта Правительства РФ 14.Z50.31.0046. Все работы проведены в РЦКП ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

Оценка напряженного состояния системы «таз – кастомизированный имплантат» при реалистичном моделировании упругих свойств костной ткани

Маслов Л. Б., Соловьев Д. О.

Ивановский государственный энергетический университет

С ростом продолжительности жизни увеличивается потребность в цифровом моделировании в медицине. Для прочностной оценки биомеханических систем при разработке индивидуальных эндопротезов наиболее часто используемым вычислительным инструментом является метод конечных элементов.

Важным этапом подобных исследований является определение значений упругих характеристик костной ткани. Использование усредненных экспериментальных данных может быть недостаточно, поскольку костная ткань обладает существенно неоднородным распределением механических свойств. Для получения более точной модели материала внедрена методика оценки упругих модулей костной ткани на основе компьютерной томографии (КТ).

В качестве исходных данных использованы снимки КТ исследуемой области и соответствующая конечно-элементная сетка модели области. При реконструкции изображения каждому пикселю приписывается числовое значение, выраженное в единицах Хаунсфилда (HU). HU по линейной зависимости пересчитываются в значения плотности. Далее каждому объемному элементу модели присваивается усредненный модуль Юнга, полученный с помощью соотношения «плотность – модуль упругости», представленного в виде степенного закона.

Расчитанный модуль упругости варьируется от 0,3 до 20 ГПа. Кортикальный слой для бедренной кости оценивается в 17–20 ГПа. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными в литературе, где диапазон модуля упругости составляет от 1 до 18–20 ГПа в среднем. Таким образом, с помощью данной технологии можно получить более точную модель материала костной ткани, которая соответствует определенному пациенту и учитывает его индивидуальные особенности.

Разработаны конечно-элементные модели костей таза и компонентов индивидуального эндопротеза. На биомеханическую систему наложены граничные условия и заданы области контактного взаимодействия. Цикл ходьбы разделен на десять равных периодов. Величины сил реакций тазобедренного сустава для характерных точек рассчитаны на основе материалов публичной базы данных OrthoLoad.

Проведен расчет напряженно-деформированного состояния для характерных точек цикла ходьбы. Эндопротез и винты имеют достаточный запас прочности. Максимальные напряжения в области кортикального слоя разрушенной кости не достигают предельных напряжений для кортикального слоя. Здоровая тазовая кость и крестец также имеют достаточный запас прочности.

Авторы благодарят Сушенцова Е. А. (НМИЦ онкологии им. Н. Н. Блохина) за предоставленные снимки КТ и геометрические модели.

Применение генеративного дизайна для расчета кронштейна крепления оснастки токарного станка

Магросов А. А., Семенчатенко И. В.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Генеративный дизайн — современный подход к проектированию и дизайну цифрового или физического продукта, при котором человек делегирует часть процессов компьютерным технологиям и платформам. Такой подход в части создания 3D-модели, в том числе с использованием искусственного интеллекта, реализован компанией Autodesk и интегрирован в CAD/CAM/CAE-платформу Autodesk Fusion 360 и продукт Autodesk Netfabb Premium.

Использование данного способа изготовления моделей для аддитивного производства обусловлено целым рядом важных факторов: возможностью уменьшения массы изделия без потери прочности; удобной сортировкой сгенерированных моделей по нужным характеристикам; эстетикой, получаемой при проектировании изделий, схожей с природными структурами.

Для применения генеративного дизайна необходимо задавать:

- точки крепления генерируемого изделия. При проектировании болтовых или иных соединений необходимо сразу с точками крепления указывать место под рабочий инструмент;
- граничные условия где генеративный дизайн не должен быть осуществлён, например, в местах вращения других тел, либо в местах где может проходить техническое обслуживание других агрегатов;
- выбор метода изготовления детали (аддитивное производство, фрезерная обработка);
- критерий (запас) прочности (рекомендуется выбирать его от 2 единиц, либо максимизация жесткости).

Программа создаёт сразу множество моделей разных форм под выбранные типы производства и материалы и выносит в отдельное рабочее поле наиболее подходящие с указанием процента рекомендации. Модели создаются с отсутствием точек концентрации напряжений, что обеспечивает равномерную нагрузку на получаемую деталь. Все операции создания моделей выполняются на облачных серверах компании. Время расчета может занимать от 3 до 20 часов в зависимости от выбранного качества (чем выше качество, тем более плавными получаются формы изделия).

В данной работе при помощи генеративного дизайна было выполнено создание модели кронштейна крепления оснастки токарного станка с ЧПУ. Данная модель разрабатывалась специально для целей аддитивного производства. Было получено 10 различных вариантов изделия для разных типов обработки заготовок, рассчитанных на заданную нагрузку. Рассмотрено несколько разных типов материалов с равномерной оптимизированной структурой.

Влияние внутренних напряжений в покрытии на устойчивость кругового микрополярного стержня

Михайлова И. Б., Шейдаков Д. Н.

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

При моделировании современных слоистых композитов важно, помимо прочего, учитывать влияние внутренних напряжений. Преднапряженные включения могут образовываться в процессе сборки композита вследствие пластических деформаций, нагрева, фазовых переходов и т.д. или быть созданы искусственно. Особенностью составных тел с внутренними напряжениями является отсутствие единой ненапряженной отсчетной конфигурации. В связи с этим при выводе определяющих уравнений для различных частей тела используется запись определяющих соотношений относительно разных отсчетных конфигураций.

Многие современные материалы имеют сложную микроструктуру, и их поведение в ряде случаев не может быть адекватно описано в рамках классической теории упругости из-за отсутствия внутренних размерных параметров. Одним из способов учета влияния микроструктуры является использование модели микрополярной среды (континуума Коссера), т.е. среды с моментными напряжениями и вращательным взаимодействием частиц. Континуум Коссера успешно применяется для моделирования гранулированных и порошкообразных материалов, металлических и полимерных пен, поликристаллических и композиционных материалов и т.д. Он позволяет, в частности, описывать размерные эффекты, наблюдаемые для этих материалов экспериментально.

Проблема устойчивости равновесия деформируемых тел представляет значительный интерес, так как разрушение инженерных конструкций достаточно часто происходит вследствие потери устойчивости под действием внешних нагрузок. С целью изучения влияния внутренних напряжений на устойчивость слоистых композитов со сложной микроструктурой, в настоящей работе в рамках нелинейного континуума Коссера исследована бифуркация равновесия упругого кругового стержня с покрытием при осевом сжатии и внешнем гидростатическом давлении. При этом предполагалось, что до присоединения к стержню покрытие было подвергнуто предварительной деформации осевого растяжения-сжатия и содержит начальные (остаточные) напряжения. Для физической линейной модели микрополярного материала получены линеаризованные уравнения равновесия, которые описывают поведение рассмотренной составной конструкции в возмущенном состоянии. Путем их численного решения, в случае стержня и покрытия из плотной пенополиуретановой пены найдены критические кривые, соответствующие различным модам выпучивания, и построены области устойчивости в плоскости параметров нагружения. На основании анализа полученных результатов установлено, что предварительное растяжение покрытия в целом стабилизирует рассматриваемую деформацию кругового стержня, в то время как влияние предварительного сжатия покрытия негативно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 19-01-00719-а, 19-48-230042-р_а).

Об одной модели q -ичного канала передачи данных

Могилевская Н. С.

Южний федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе построена модель q -ичного канала передачи данных. Основными блоками модели являются: источник сообщений, кодер канала, передатчик, линия связи с шумом, приемник и получатель сообщений. В работе рассматриваются нечетные значения q и $q = 2$. Это ограничение связано с особенностью используемого декодера помехоустойчивого кода.

Источник сообщений выдает информационные векторы $\bar{m} \in \mathbb{F}_q^k$ длины k , элементы которого лежат в поле \mathbb{F}_q . В кодере канала эти векторы кодируются q -ичными кодами Рида — Маллера второго порядка, на выходе кодера формируются кодовые векторы $\bar{c} \in \mathbb{F}_q^n$. Затем эти векторы направляются в передатчик, который ставит в соответствие каждому кодовому слову \bar{c} вектор $\bar{z} \in \mathbb{C}_q^n$, элементы которого принадлежат группе \mathbb{C}_q корней q -той степени из единицы. Физический аналог такого сигнала можно получить, например, с помощью фазовой манипуляции. Далее эти векторы направляются в дискретную по входу и непрерывную по выходу линию связи. Под влиянием искажений, действующих в линии связи сигналы искажаются и на ее выходе формируются векторы $\bar{z}' \in \mathbb{C}^n$. Зашумленные данные поступают на вход приемника. Действия приемника зависят от типа используемого декодера кодов Рида — Маллера. Если используется декодер с жестким входом, то приемник оцифровывает полученные данные и строит векторы $\bar{z}'' \in \mathbb{F}_q^n$. Более эффективным решением с точки зрения корректирующей способности является использование декодера с мягким входом. В таком случае задачей приемника является фильтрация входных данных, таким образом, чтобы значения всех сигналов лежали в некоторой допустимой области Ξ , такой, что $\mathbb{C}_q \subset \Xi$, $\Xi \subset \mathbb{C}$. Результат работы приемника \bar{c}' поступает на вход декодера канала, цель которого состоит в исправлении ошибок, внесенных линией связи. Результат работы декодера $\bar{m}' \in \mathbb{F}_q^k$ поступает получателю сообщений.

Мягкий декодер, который предлагается использовать в этой модели, позволяет исправлять большее количество ошибок в кодовых словах, чем гарантируется минимальным расстоянием используемого помехоустойчивого кода. Корректирующая способность декодера может быть еще усилена, если ввести учет переходных вероятностей сигналов. Дело в том, что если посмотреть, например, на сигнальное созвездие фазовой манипуляции для сигналов, мощность которых $q > 3$, то расстояние между сигналами не будет одинаковым. Следовательно, для данного сигнала s_i вероятность того, что в результате искажения он перейдет в сигналы s_{i+1} или s_{i-1} выше, чем вероятность его перехода, например в сигнал s_{i+2} .

Использование переходных вероятностей сигналов в декодере усложняет алгоритм, но повышает вероятность верного восстановления данных. Такой декодер может быть полезен для каналов передачи плохого качества, по которым, однако, передается ценная информация.

Механистическая модель высвобождения вещества лекарственной системы пролонгированного действия

Морозова А. С.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Лекарственные системы пролонгированного действия представляют большой интерес для современной фармацевтики, поскольку позволяют осуществлять контроль над процессом высвобождения и доставки активного (лекарственного) вещества в соответствии с реальной потребностью живого организма. Для оптимального проектирования новых систем важным инструментом являются математические модели. Ученые-экспериментаторы часто прибегают к методу экспериментального подбора для достижения требуемого высвобождения лекарственного вещества. Использование математических моделей позволяет сократить временные и материальные ресурсы.

Математические модели можно разделить на две основные категории: эмпирические/полуэмпирические модели и механистические математические модели. Первые являются математическими описаниями, не основанными на каких-либо реальных физических, химических или биологических явлениях; они не дают глубокого понимания о том, какие факторы контролируют высвобождение лекарств с точки зрения физики. Однако такие модели удобны для быстрой оценки кинетики процесса или для описания различных фаз высвобождения лекарства. Механистические математические модели основаны на реальных явлениях, которые контролируют процесс высвобождения или скорость высвобождения.

В настоящей работе предложена механистическая математическая модель, описывающая процесс высвобождения лекарства, диспергированного в массе носителя. Данная модель учитывает постепенное проникновение раствора в носитель, растворение твердых частиц лекарственного вещества, диффузию растворенного лекарства, разложение матрицы и ее обрушение.

Моделирование различных процессов в рамках целостного подхода позволяет описать, во-первых, «взрывные эффекты» при высвобождении лекарства, которые появляются в связи с разрушением носителя на части еще до полного выхода активного вещества, и, во-вторых, преждевременное прекращение высвобождения.

В качестве примера рассмотрен эксперимент по высвобождению гентамицина из матрицы из полимолочной кислоты, для которого характерны вышеописанные явления. Продемонстрированы различные варианты моделирования эксперимента на основе разработанной модели. Решение системы уравнений проведено численно с помощью метода конечных объемов и циклической прогонки. Ключевые параметры, характеризующие кинетику высвобождения, определены путем нахождения наилучшего совпадения данных моделирования и экспериментальных данных.

О формулировке краевых условий на поверхности наращивания при наличии выделенных направлений

Мурашкин Е. В.

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН, Москва

Технологии аддитивного производства в настоящее время представляют собой междисциплинарную область науки, которая привлекает внимание чрезвычайно большого числа исследователей. По проблемам аддитивного синтеза 3D-материалов и изделий опубликованы тысячи работ. В этих работах обсуждаются, как правило, технологические аспекты синтеза изделий и их физико-химические свойства. Однако, трудно найти работы, где были бы описаны причины, по которым изделия приобретают те или иные свойства и как эти свойства можно изменить, изменив параметры процесса изготовления. С точки зрения механических аспектов аддитивного производства главными остаются проблемы остаточных напряжений, прочности, устойчивости и долговечности готовых изделий, а также отклонения в их итоговой геометрии.

Физически приемлемые математические модели процессов наращивания получаются в результате аккуратного использования теоретико-полевого формализма, а геометрическую корректность обеспечивает использование аппарата векторного анализа и тензорного исчисления. Такой подход хорошо зарекомендовал себя в современной континуальной механике и физике. Более того, последовательное применение средств тензорного исчисления существенно упрощает математические представления систем дифференциальных уравнений, физических законов или геометрических свойств, а также позволяет простым способом конструировать функции (упругую энергию, граничные условия в механике растущих тел), аргументами которых являются алгебраические инварианты.

Развиваемый подход к формулировке краевых условий на поверхности наращивания обобщен на случай моделирования процессов формирования 3D-материала, характеризующемся дополнительными характерными директорами (направлениями выкладки волокон в тканых материалах, арматуры в бетонных конструкциях). Выведена общая форма тензорного соотношения на поверхности наращивания при учете дополнительных выделенных направлений. Определена необходимая система независимых аргументов определяющей тензорной функции на поверхности наращивания в рассматриваемом случае. Определен полный набор совместных рациональных инвариантов тензора напряжений и характерных директоров. Дана инвариантно-полная формулировка определяющих соотношений на поверхности наращивания.

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты (№ 19-51-60001, № 20-01-00666).

О разгрузке термоупругопластического материала
в условиях тороидальной симметрии

Мурашкин Е. В.¹, Дац Е. П.², Нестеров Т. К.¹, Буруруев А. М.¹,
Стадник Н. Э.¹

¹*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлinskого РАН, Москва*

²*Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток*

Современные машиностроение и самолетостроение предъявляют повышенные требования к весу деталей и конструкций. Проблема облегчения деталей конструкций зачастую решается использованием функционально-градиентных материалов (например, сплавов титана). С другой стороны возникают ситуации, когда необходимо быстро заменить детали таких конструкций. В этом случае на помощь приходят методы аддитивного производства (лазерная печать расплавом металла, плазменное напыление). Современные методы аддитивного производства позволяют создавать изделия с большей экономической выгодой, чем классические методы производства. Тем не менее, полученные аддитивным способом изделия и материалы, зачастую проявляют микроструктурные особенности и являются функционально-градиентными материалами.

Указанные выше способы производства современных материалов и конструкций проходят при повышенных температурных полях, что заставляет учитывать температурные эффекты при необратимом деформировании материала. В качестве математической модели можно использовать классическую модель Прандтля — Рейсса, обобщенную на случай учета тепловых эффектов. Ранее авторским коллективом был решен ряд краевых задач по расчету температурных напряжений в телах с осевой и центральной симметрией. Настоящее исследование является продолжением цикла работ. В предлагаемом докладе будет рассмотрено решение краевой задачи о разгрузке термоупругопластического материала в условиях тороидальной симметрии. Численный анализ решений краевой задачи показал зависимость температурного поля от геометрии тора. Этот факт позволил при малых значениях отношения внутреннего радиуса к внешнему использовать одномерную аппроксимацию и построить приближенное решение задачи. Расчитаны поля остаточных напряжений.

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты (№ 19-51-60001, № 20-01-00666).

Использование условий Навье в редуцированных моделях русловых потоков

Надолин К. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В докладе обсуждается проблема выбора граничных условий при моделировании гидродинамики и массопереноса в природных русловых потоках. Рассматриваются спокойные течения в пределах протяженных слабо искривленных участков водотоков, для моделирования которых предложены упрощенные математические модели, полученные методом малого параметра из уравнений Рейнольдса для несжимаемой жидкости, замкнутых на основе гипотезы Буссинеска¹. В рамках этого подхода для разных типов русел автором были получены редуцированные трехмерные модели, которые существенно проще полных уравнений гидродинамики, но, в отличие от популярных осредненных моделей, учитывают пространственную структуру течения.

Редуцированные модели позволяют исследовать влияние формы русла, а также внешних факторов таких, как ветер, на особенности течения². Еще одним достоинством этих моделей является возможность уточнения результатов моделирования за счет поправок, определяемых методом малого параметра.

Для расчетов гидрологических характеристик естественных водоемов и водотоков применяются математические модели разных типов³, причем теоретически наиболее точными являются трехмерные модели, основанные на полных уравнениях гидродинамики турбулентных течений. Однако их использование на практике не дает высокой точности моделирования, которую можно ожидать от таких моделей, поскольку данные реальных гидрологических измерений не обеспечивают требуемой точности гидрофизических характеристик. Также существенную погрешность моделирования дает неопределенность параметров начальных и граничных условий, которыми надо дополнить трехмерные уравнения в частных производных.

Различные природные и антропогенные руслоформирующие факторы приводят к разнообразию характеристик ложа потока⁴. Поэтому для редуцированных моделей русловых течений вопрос адекватности граничных условия весьма важен и требует изучения. Условия Навье позволяют описать различные характеристики донного рельефа (неразмываемые руслообразующие породы, заросшее водорослями дно, заиленное или песчанное русло).

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928.

¹Надолин К. А. Об одном подходе к моделированию пассивного массопереноса в русловых потоках // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 2. С. 14–28.

²Надолин К. А., Жильев И. В. Редуцированная 3D модель гидродинамики мелкого протяженного и слабо искривленного водотока // Водные ресурсы. 2017. Т. 44. № 2. С. 158–167.

³Мотовилов Ю. Г., Гельфан А. Н. Модели формирования стока в задачах гидрологии речных бассейнов. — М.: РАН, 2018. 300 с.

⁴Клаев А. Б., Копалмани З. Д. Экспериментальные исследования и гидравлическое моделирование речных потоков и руслового процесса. — СПб.: Нестор-История, 2011. 504 с.

Математическое моделирование структуры и свойств строительных материалов

Налимова А. В.¹, Серебряная Д. С.², Серебряная И. А.¹

¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону*

²*Южно-Российский институт управления – филиал РАНХиГС
при Президенте РФ, Ростов-на-Дону*

Актуальность вторичного использования строительных материалов является одной из приоритетных задач в настоящем времени. В работе рассмотрен вопрос, посвященный вторичному использованию дробленного бетона, в качестве заполнителей с разномодульными включениями низкой жесткости при производстве бетонных и железобетонных конструкций. Однако, есть негативные факторы, связанные с наличием на таких заполнителях слоя «старого» цементного камня. Это приводит к повышенной водопотребности бетонных смесей и, как следствие, увеличению усадки бетона и снижению основных параметров качества. Удаление таких включений, как правило, является сложным и экономически нецелесообразным. Для компенсации усадки в бетонах на разномодульных заполнителях представляется целесообразным модификация портландцемента расширяющими добавками взамен применения дорогостоящих расширяющихся цементов промышленного производства.

Целью настоящей работы является оптимизация состава бетона на основе заполнителей с разномодульными включениями с улучшенными эксплуатационными характеристиками и исследование его свойств с помощью методов математического моделирования. В работе был реализован факторный эксперимент по плану Хартли-5 (Ha-5).

Составы разработаны с применением портландцемента, модифицированного расширяющей добавкой сульфоалюминатного типа, песка с модулем крупности $M_k = 1,48$ и крупным заполнителем из дробленого бетона с низко модульными включениями. В качестве влияющих факторов были рассмотрены: X1 – В/Ц отношение – 0,35–0,55; X2 – содержание расширяющей добавки, % от массы цемента – 0–20; X3 – содержание керамзитового гравия, % от объема плотного заполнителя – 2–34; X4 – вид керамзитового гравия – тяжелый – легкий; X5 – время твердения в воде, сутки – 4–28. Откликами являлись основные механические (Y1 – прочность при сжатии, Y2 – призмная прочность, Y3 – прочность при растяжении, Y4 – прочность при изгибе) и деформационные характеристики бетона (остаточные деформации, параметрические точки, коэффициент Пуассона и проч.).

Исследованы некоторые закономерности направленного структурообразования и формирования предпочтительных свойств конструкционных бетонов.

Особенности решений задач гомогенизации композитов
с экстремальными свойствами отдельных фаз

Наседкин А. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе обсуждаются подходы к решению задач о нахождении эффективных свойств композитов различной природы, у которых материальные свойства некоторых фаз имеют очень малые (бесконечно малые) или очень большие (бесконечно большие) значения. Примерами таких композитов являются пористые материалы, упругие среды с абсолютно жесткими включениями, диэлектрики с металлическими включениями, обычные пористые пьезокерамические материалы, пористые пьезокерамические материалы с металлизированными поверхностями пор и другие виды композитов.

Задачи гомогенизации для подобных композитов рассматриваются как предельные случаи стандартных задач о вычислении эффективных модулей смесевых композитов с условиями полного контакта материалов различных фаз на интерфейсных границах. Эти стандартные задачи решаются методом эффективных модулей с использованием принципа Хилла для осредненных величин и энергетического баланса. В процессе решения задач анализируются энергетические характеристики в отдельных фазах и во всей композитной среде.

Для модельных задач теплопроводности или электростатики диэлектриков в аналитических решениях осуществлены предельные переходы для экстремальных случаев бесконечно малых и бесконечно больших материальных модулей включений. При этом определялись не только осредненные предельные значения основных неизвестных полевых функций, их градиентов и потоков, но и предельные значения средних энергий.

Проведено сравнение решений данных задач с решениями задач гомогенизации для областей, занятых только основным материалом матрицы композита, при учете свойств включений соответствующими граничными условиями на поверхности раздела фаз. Показано, что вычисления эффективных модулей по энергетическому критерию дают корректные результаты для всех рассматриваемых задач, тогда как расчеты по осредненным потокам полей (т. е. по электрической индукции, напряжениям и т. п. полям) для композитов с бесконечно большими модулями включений могут быть не верными.

Приведены результаты решений задач гомогенизации с использованием конечно-элементных методов для композитных сред сложной структуры, для которых отсутствуют аналитические решения. На примерах этих задач продемонстрировано, как стабилизируются решения при увеличении или уменьшении модулей отдельных фаз и выполняются условия энергетических соотношений Хилла.

Рассмотрены также аналогичные вопросы для композитов с незамкнутыми интерфейсными границами, как например, задачи гомогенизации для пористых пьезоэлектрических материалов с частично металлизированными поверхностями пор.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 075-15-2019-1928.

Конечно-элементный анализ гомогенизации пористого пьезокерамического материала с металлизированной поверхностью пор с учетом влияния объемной доли металлического включения и неоднородного поля поляризации

Нассар М. Э.

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону
Университет Менуфия, Эль-Менуфия*

В работе исследуются модели пористого пьезоэлектрического композита с металлическими слоями на границах раздела пьезоэлектрической и вакуумной фаз. Эти слои могут быть добавлены для улучшения механических и электромеханических свойств композита. Для создания этих слоев в процессе изготовления А. Н. Рыбинец с соавторами вводили в керамическую матрицу различные типы микрогранул, наполненных или покрытых металлосодержащими частицами. Здесь этот пьезокомпозит с металлизированной поверхностью пор называется системой с металлизированными поверхностями пор (СМПП).

Процесс поляризации пьезокерамического образца может быть достигнут путем приложения сильного электрического поля, превышающего коэрцитивное поле, через электроды, нанесенные на его поверхность перпендикулярно одному направлению. В результате диполи в материале выравниваются в этом направлении. На микроуровне пористые пьезокерамические композиты являются неоднородными материалами, поэтому диполи и поляризационное поле вокруг пор оказываются неравномерным. Неоднородность поля поляризации незначительно влияет на эффективные свойства обычных пористых пьезокомпозитов. Но наличие металлических включений в СМПП увеличивает электрическое поле и поляризацию на границах раздела фаз. В результате возникает большая неоднородность поляризационного поля. Для определения эффективных свойств использовались метод эффективных модулей и метод конечных элементов, реализованный в пакете ANSYS. В качестве простой модели представительного объема была построена элементарная ячейка из пористого пьезокерамического материала в виде куба с одной сферической составной порой. Металлическое включение было смоделировано с использованием пьезоэлектрического материала с очень высокими диэлектрическими проницаемостями, упругими свойствами никеля и незначительными пьезомодулями. Неоднородность поля поляризации вокруг поры была промоделирована ранее путем решения электростатической задачи для пористого диэлектрического материала с той же геометрической структурой.

Результаты расчетов показали, что учет неоднородной поляризации увеличивает эффективные поперечные и сдвиговые пьезомодули d_{31}^{eff} и d_{15}^{eff} по сравнению с соответствующими модулями обычных пористых пьезокомпозитов. Влияние неоднородности поляризационного поля на эквивалентные пьезомодули также возрастает с увеличением доли металла.

Автор благодарит за помощь в работе проф. А. В. Наседкина.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928 и РФФИ по проекту № 20-31-90102.

О некоторых моделях деформирования предварительно напряженных пластин в инженерии и биомеханике

Недин Р. Д.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрена общая линеаризованная модель колебаний предварительно напряженного неоднородного упругого тела. С помощью вариационного принципа на ее основе получены и исследованы постановки задач об установившихся колебаниях тонких пластин с переменными материальными свойствами и неоднородными полями предварительных напряжений. При этом рассмотрены различные режимы колебаний, включая планарные и изгибные. Исследована задача анализа влияния различных типов предварительного напряженного состояния на амплитудно-частотные характеристики и собственные частоты пластин при различных режимах возбуждения колебаний, проведен анализ чувствительности полей предварительных напряжений; рассмотрены сплошные пластины, а также пластины с различным количеством отверстий. Отдельно исследована задача численного моделирования и анализа неоднородной решетчатой пластинки склеры (*lamina cribrosa*) глазного яблока с учетом ее предварительно напряженного состояния. Предложена модель упругой неоднородной пластины в рамках гипотез деформирования Тимошенко — Миндлина, учитывающая в явном виде геометрические особенности решетчатых пластин глаза, неоднородность материальных характеристик и наличие полей остаточных напряжений. В модели учитывается поле предварительных напряжений, образованных в результате действия начальной нагрузки, вызванной внутриглазным давлением. Для описания поля предварительных напряжений отдельно решена задача статики о прогибе решетчатой пластины, заземленной по контуру, под действием распределенной нагрузки; на основе найденного решения рассчитаны интегральные характеристики для компонент предварительных напряжений, входящие в состав уравнений установившихся колебаний. Задача решена численно с помощью метода конечных элементов. Рассмотрены различные варианты описания геометрии решетчатой пластины с отверстиями; предложено несколько способов формирования отверстий. Проведен сравнительный анализ полученных результатов с некоторыми опубликованными ранее результатами других авторов; осуществлен анализ влияния параметров предварительного напряженного состояния решетчатой пластины на ее деформационные и динамические характеристики.

Исследование выполнено при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 18-71-10045).

Об особенностях идентификации неоднородных характеристик конечного термоупругого цилиндра

Нестеров С. А.

Южный математический институт — филиал ВНЦ РАН, Владикавказ

В ходе анализа прочности различных элементов конструкций цилиндрической формы, приходится решать задачи, связанные с нахождением полей температуры, перемещений и напряжений. Обычно такие расчеты проводят для однородных или слоистых термоупругих материалов. Однако в настоящее время все шире стали применяться FGM — неоднородные материалы, которые изготавливают из-за необходимости оптимизировать термомеханические свойства конструкций. При этом материальные характеристики из-за неоднородности материалов могут быть определены только неразрушающими методами контроля, опирающимися на аппарат коэффициентных обратных задач (КОЗ).

В данной работе сформулирована КОЗ об идентификации термомеханических характеристик конечного неоднородного по радиальной координате цилиндра по дополнительной информации, измеренной на внешней поверхности цилиндра на конечном временном интервале. Торцы цилиндра теплоизолированы и находятся в условиях скользящей заделки, что позволяет при решении прямой задачи использовать метод разделения переменных. Прямая задача о продольно-радиальных колебаниях термоупругого цилиндра после применения преобразования Лапласа решена на основе совместного применения метода разделения переменных и метода пристрелки. Обращение преобразования Лапласа основано на методе разложения оригинала в ряд по смещенным многочленам Лежандра. Для решения обратной задачи сначала получена система интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода в трансформантах, в правые части и ядра которых входят гармоники радиальных перемещений и температуры. Путем обращения операторных уравнений в трансформантах получена система уравнений в оригиналах. Проведено исследование чувствительности входной информации при тепловом нагружении. Анализ показал, что коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость соразмерно влияют на входную информацию, а влияние коэффициента температурных напряжений при малых значениях безразмерного параметра связанности является существенно меньшим. Применен поэтапный итерационный процесс реконструкции термомеханических характеристик. После нахождения начального приближения, определялись поправки только для одной характеристики, вторая характеристика полагалась равной начальному приближению. Вычислительные эксперименты показали, что монотонные законы изменения теплофизических характеристик при отсутствии зашумления входной информации восстанавливаются с небольшой погрешностью.

Работа выполнена при поддержке Южного математического института — филиала ВНЦ РАН, г. Владикавказ.

Исследование и синтез наностержней ZnO для пьезоэлектрических резонаторов и сенсоров

Николаев А. Л.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Эффективность пьезоэлектрических хемосенсоров может быть значительно повышена за счет использования наностержней оксида цинка в качестве чувствительных элементов. Матрицы наностержней ZnO, являющиеся хорошими пьезоэлектрическими материалами, обладают большой площадью поверхности, что обеспечивает дополнительные преимущества для хемосорбции и фотодетектирования. Массивы высокоориентированных наностержней обычно получают на кристаллических подложках, тогда как рост наностержней на металлических контактах сталкивается со значительными технологическими трудностями. В этой работе рассказывается о карботермических, электрохимических и гидротермальных методах синтеза массивов наностержней ZnO на металлических контактах. Оптические и структурные свойства полученных наностержней были изучены с помощью растровой электронной микроскопии, рентгеновской дифракции (XRD), рамановской спектроскопии и люминесцентной спектроскопии. Разработана надежная методика получения омического контакта с выращенными наностержнями. Были исследованы вольт-амперные характеристики подготовленного контакта. Было выяснено, что карботермический синтез позволяет получать наиболее кристаллически идеальные, однородные и плотные массивы наностержней и контролировать концентрацию точечных дефектов, изменяя параметры синтеза в широком диапазоне. Благодаря пьезоэлектрическим свойствам оксида цинка этот метод хорошо подходит для получения микробалансных и объемных резонаторов с ярко выраженной фото- и газовой чувствительностью. Это возможно благодаря разработанной методике нанесения верхнего омического контакта на наностержни оксида цинка. Электрохимический синтез хорошо подходит для синтеза наностержней ZnO на поверхности электродов резонатора. В этом случае адсорбированные молекулы изменяют массу электродов. Этот факт позволяет оценить наличие и концентрацию адсорбированных веществ в среде по сдвигу резонансной частоты. Следует также отметить, что температура электрохимического синтеза составляет 70° С, что значительно ниже точки Кюри для большинства распространенных пьезоэлектрических материалов. Тогда как использование карботермического синтеза для роста наностержней на контактах резонатора возможно только для пьезоэлектриков с точкой Кюри намного выше 1000° С.

Сканирующая электронная микроскопия проведена в РЦКП НОЦ «Материалы» ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-00637 А).

О собственных колебаниях топографических вязкоупругих волноводов
с различной геометрией сечения

Паринова Л. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Для создания компактных устройств обработки сигналов и усовершенствования методов диагностики неразрушающего контроля необходимо всестороннее изучение волновых процессов, возникающих в топографических волноводах из вязкоупругих материалов. Результаты этих исследований имеют практическое применение. Наблюдение за особенностями распространения волнового поля позволяет своевременно выявить дефекты в сварочных и спаечных структурах, а также проконтролировать состояние кромки режущего инструмента. В акустоэлектронике клиновидные волноводы применяются в качестве фильтров и линий задержки. На данный момент в научной литературе представлено большое количество работ, посвященных изучению распространения поверхностных волн вдоль ребер волноводов из изотропных материалов. Известно, что в бесконечном клиновидном волноводе волновое поле существует, локализуется вблизи ребра и не обладает дисперсией. Однако сложно найти описание исследований особенностей распространения волнового поля в топографических вязкоупругих волноводах из ортотропных материалов.

Цель настоящей работы — на основе модели стандартного вязкоупругого тела, а также моделей пластины переменной жесткости Кирхгофа и Тимошенко изучить особенности распространения локализованных волн, распространяющихся в вязкоупругих ортотропных топографических волноводах в зависимости от геометрии сечения, провести сравнение с результатами, полученными при изучении волновых процессов в упругих волноводах, разработать вычислительные комплексы для построения дисперсионных зависимостей.

Рассмотрены собственные колебания вязкоупругого топографического волновода с трапециевидным поперечным сечением. В рамках предыдущих исследований и линейной теории вязкоупругости с использованием вариационного принципа Гамильтона — Остроградского и приближенного метода Ритца построен функционал, для которого найдено стационарное значение. В результате варьирования постоянных и нахождения определителя системы линейных алгебраических уравнений получено уравнение, связывающее два комплексных спектральных параметра. Построены дисперсионные зависимости для некоторых вязкоупругих материалов. Изучены дисперсионные множества в зависимости от реологических свойств вязкоупругих материалов. Рассмотрены частные случаи: топографические волноводы с треугольным и прямоугольным поперечным сечением. Проведено сравнение с упругим случаем, а также выполнено сравнение дисперсионных зависимостей для моделей Кирхгофа и Тимошенко в рамках линейной теории вязкоупругости.

Автор благодарит научного руководителя А. О. Ватульяна за помощь и внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-31-90079).

О некоторых возможностях использования пакета FlexPDE в курсах математического моделирования

Пустовалова О. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В настоящей работе описаны некоторые возможности пакета FlexPDE, которые могут оказаться полезными при разработке и реализации различных учебных курсов по математическому моделированию.

FlexPDE — Solver for Partial Differential Equations — прикладной программный пакет, предназначенный для построения численных решений на основе метода конечных элементов различных задач, описываемых системами дифференциальных уравнений в частных производных. Скрипт (программа) представляет собой текстовый файл с расширением .pde. Файл содержит разделы, в каждом из которых описываются — геометрия области, переменные, уравнения, команды представления результатов работы программы и др.

Пакет FlexPDE предоставляет разнообразные средства и методы для построения геометрии: в задачах 2D это — прямые и дуги, построение линий между опорными точками, построение кривых, вырезание отверстий посредством исключения некоторых областей, задание особенностей. Достаточно просто можно строить составные и перекрывающиеся области. В случае трехмерных задач используется вытяжение двумерной области. В пакете предоставлена возможность построения 3D тел с использованием нескольких областей с опциональным заданием поверхностей в виде уравнений и также в виде набора точек. Аналогично работает принцип «вырезания» как сквозных отверстий, так и отверстий, ограниченных слоем, в трехмерных телах. Вырезанные отверстия, при необходимости, можно заполнять материалом.

Есть несколько механизмов, с помощью которых можно управлять плотностью сетки, генерируемой пакетом FlexPDE. Наличие мелких деталей влечет построение более мелкой сетки. Пользователь может управлять плотностью сетки с помощью параметров — mesh density (задается минимальное количество ячеек на единицу расстояния), mesh spacing (можно задать максимальный размер ячейки). Эти элементы управления будут действительны лишь только в том случае, когда вычисленное значение размера ячейки будет меньше, чем генерируемое автоматически.

Раздел вывода результатов предоставляет достаточно обширные возможности их предоставления в графическом, числовом видах. Существует возможность экспорта результатов в графические и текстовые файлы.

Пакет FlexPDE успешно применяется как в образовательных целях, так и серьезных научных расчетах. Одним из преимуществ данного конечно-элементного пакета является возможность самостоятельно программировать в скрипте уравнения, описывающие задачу. На этапе изучения теоретических основ, важно наличие в учебных курсах задач, когда полученные численные решения совпадают с аналитическими выводами.

Диффузионная неустойчивость в системе Гирера — Мейнхардта

Ревина С. В., Рябов А. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается одна из классических систем уравнений реакции-диффузии — система Гирера — Мейнхардта. Одна из возможных модификаций данной системы имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - u + \frac{u^2}{v} \\ \tau v_t = dv_{xx} - v + u^2 \end{cases}$$

где $d > 0$ — коэффициент диффузии, τ — параметр релаксации, которые считаются заданными. Неизвестными функциями являются $u = u(x, t)$ — активатор и $v = v(x, t)$ — ингибитор.

Предполагается, что пространственная переменная x меняется на отрезке $[0, \ell]$, $t > 0$ — время. На концах отрезка заданы однородные краевые условия Неймана

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(\ell, t) = 0.$$

Будем интересоваться условиями, при которых имеет место диффузионная неустойчивость (неустойчивость по Тьюрингу) стационарного равновесия этой системы $u_0 = 1, v_0 = 1$.

Стационарное состояние системы называется неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при наличии диффузии в системе. Если имеет место диффузионная неустойчивость, то происходит бифуркация Тьюринга, в результате которой рождаются пространственно-неоднородные структуры. При этом роль бифуркационного параметра играет коэффициент диффузии d .

Критическим называется такое значение коэффициента диффузии, при котором все собственные значения соответствующей линеаризованной системы лежат в открытой левой полуплоскости комплексной плоскости, за исключением одного собственного значения, которое равно нулю.

Необходимые условия диффузионной неустойчивости для системы Гирера — Мейнхардта хорошо известны. Они имеют вид

$$0 < \tau < 1, \quad \sqrt{d} > 1 + \sqrt{2}.$$

Настоящая работа посвящена нахождению достаточных условий диффузионной неустойчивости. Как правило, достаточные условия неустойчивости Тьюринга находятся численно. В данной работе они найдены аналитически. Исследована зависимость критического коэффициента диффузии от длины интервала ℓ . Найдены вторичные стационарные пространственно-неоднородные режимы, которые возникают в результате неустойчивости Тьюринга.

Для нахождения вторичных решений применяется метод Ляпунова — Шмидта в форме, развитой В. И. Юдовичем.

Область неустойчивости Тьюринга в системах реакции-диффузии

Ревина С. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается система уравнений реакции-диффузии общего вида

$$u_t = \Delta u + f(u, v), \quad v_t = d\Delta v + g(u, v)$$

в m -мерной ограниченной области $\Omega \subset R^m$ при $t > 0$. Здесь $d > 0$ — коэффициент диффузии; $f(u, v)$, $g(u, v)$ — слагаемые реакции.

На границе области Ω предполагаются выполненными однородные краевые условия Неймана

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0.$$

Здесь n — внешняя нормаль к границе.

Предполагается, что система имеет пространственно-однородное стационарное решение (u_0, v_0) . Будем интересоваться условиями, при которых имеет место диффузионная неустойчивость (неустойчивость по Тьюрингу) этого равновесия.

Стационарное состояние системы называется неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при наличии диффузии в системе. Если имеет место диффузионная неустойчивость, то происходит бифуркация Тьюринга, в результате которой рождаются пространственно-неоднородные структуры. При этом роль бифуркационного параметра играет коэффициент диффузии d .

Критическим называется такое значение коэффициента диффузии, при котором все собственные значения соответствующей линеаризованной системы лежат в открытой левой полуплоскости комплексной плоскости, за исключением одного собственного значения, которое равно нулю.

Необходимые условия диффузионной неустойчивости для системы двух уравнений реакции-диффузии хорошо известны. Достаточные условия, как правило, находятся численно. Целью настоящей работы является аналитическое описание области необходимых и достаточных условий неустойчивости Тьюринга в конечном пространстве параметров системы.

В работе предложен подход, состоящий в переходе к новым переменным, который позволяет упростить описание области неустойчивости Тьюринга, а также указать диапазон волновых чисел, при котором имеет место неустойчивость Тьюринга.

Описание области неустойчивости Тьюринга дано в терминах собственных значений задачи Неймана для оператора Лапласа в рассматриваемой области. В частности, рассматривается одномерный случай. В этом случае можно проследить зависимость границ области неустойчивости от длины отрезка, которому принадлежит пространственная переменная.

В качестве примера указанный подход применяется для двух систем реакции-диффузии. Первая — система Гирера — Мейнхардта — относится к типу «активатор-ингибитор». Вторая — система Шнакенберга — относится к типу «активатор-субстрат».

Применение метода механических квадратур
к решению гиперсингулярного интегрального уравнения

Саакян А. В.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Предлагается квадратурная формула для гиперсингулярного интеграла, плотностью которого является произведение гильдеровской, на отрезке $[-1, 1]$, функции и весовой функции полиномов Якоби $(1-x)^\alpha(1+x)^\beta$. При этом полагается, что показатели α и β могут быть произвольными комплексными числами, удовлетворяющими условию неотрицательности вещественной части. Приближенным методам вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов посвящено очень много работ. Однако, следует заметить, что подавляющее большинство работ относится к наиболее распространенному частному случаю, когда поведение плотности сингулярного или гиперсингулярного интеграла у концов отрезка интегрирования описывается корневой функцией. Существенно меньше число работ, посвященных приближенному вычислению указанных интегралов, плотности которых содержат весовую функцию многочленов Якоби с произвольными допустимыми вещественными показателями. На численных примерах показана сходимость квадратурной формулы к истинному значению гиперсингулярного интеграла. Кроме того, приводятся решения двух известных задач о трещинах, определяющие уравнения которых, выписанные относительно раскрытия трещины, являются гиперсингулярными интегральными уравнениями. В одном случае, показатели α и β вещественные и один из них отличен от $1/2$, в другом случае эти показатели комплексно-сопряженные с вещественной частью, равной $1/2$.

В качестве первого примера рассмотрена известная задача для упругой полуплоскости, содержащей трещину конечной длины, которая перпендикулярно выходит на границу полуплоскости. В этом случае определяющее уравнение задачи является гиперсингулярным интегральным уравнением с неподвижной особенностью.

Во втором случае рассмотрена плоская задача теории упругости для кусочно-однородной плоскости, составленной из двух разнородных полуплоскостей и содержащей трещину конечной длины на линии их стыка. В этом случае будем иметь гиперсингулярное интегро-дифференциальное уравнение. Оба уравнения решены при помощи метода механических квадратур с использованием предлагаемой квадратурной формулы и показано их совпадение с известными решениями.

Конечно-элементное моделирование
большеберцовой и малоберцовой костей человека

Смирнов А. В.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

На сегодняшний день особую актуальность приобретают задачи на стыке двух наук: механики и медицины. Биологические материалы имеют очень сложную структуру, их описание требует весьма сложного математического аппарата. Соединив анатомические знания и физико-механические законы можно разработать численную модель костей человека, которая максимально точно будет повторять поведение живой кости. С помощью такой модели можно изучать переломы костей вследствие аварий, неаккуратных действий, взрывов, а также влияние болезней, возраста человека и других факторов на их свойства.

Объектами исследования данной работы были выбраны большеберцовая и малоберцовые кости человека, так как они наиболее часто подвергаются переломам и другим травмам в повседневной жизни.

В ходе анализа математических моделей и физико-механических свойств костей было выделено несколько моделей материалов: самый простой вариант — это материал с упругими характеристиками, далее идет материал, в котором учитывается пластическая зона, некоторые модели включают зависимость от скорости деформации. Вообще говоря, кость является анизотропным материалом, что необходимо учитывать при исследовании и моделировании. Также кость имеет весьма сложную геометрию и состав, что очень сложно повторить при моделировании. В большинстве случаев кость просто делят на два слоя: компактное вещество и губчатое вещество, задав им соответствующие физико-механические свойства.

Можно выделить две математические модели, которые наиболее точно описывают поведение костей:

- 1) модель упругопластического тела с нелинейным упрочнением;
- 2) модель вязкоупругого тела.

Основным методом математического моделирования был выбран метод конечных элементов.

Одной из задач данной работы является создание трехмерной модели костей, используя данные, полученные с компьютерного томографа. Данный процесс можно разделить на два этапа:

- а) перевод облака точек из формата DICOM в формат STL;
- б) создание твердотельной геометрии из STL.

Для проверки вышеописанных моделей материалов была проведена валидация созданной численной модели большеберцовой кости на тестовой задаче трехточечного изгиба и осевого сжатия.

О восстановлении характеристик поперечно-неоднородного вязкоупругого слоя

Углич П. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрены прямая и обратная задача о колебаниях поперечно-неоднородного вязкоупругого слоя. Вязкоупругие характеристики слоя, а также его плотность считаются функциями поперечной координаты.

Для решения прямой задачи используется интегральное преобразование Фурье. Исходная задача при этом сводится к краевой задаче для канонической системы линейных дифференциальных уравнений относительно трансформант перемещений и напряжений. Для решения краевых задач используется метод пристрелки. При этом для решения вспомогательных задач Коши используются вложенные формулы Рунге. Решение прямой задачи построено в виде интеграла Фурье, подынтегральные функции в которых известны лишь приближенно.

Для обращения преобразования Фурье использован метод, основанный на теории вычетов, при этом для отыскания полюсов подынтегральной функции используется метод Ньютона для функции комплексной переменной. Для использования метода Ньютона предложена схема для отыскания производных неизвестных функций по параметру интегрального преобразования Фурье.

Далее рассматривается обратная коэффициентная задача об отыскании закона изменения функций — механических характеристик слоя по известному полю перемещений на части верхней границы. Для решения обратной задачи построен итерационный процесс, основанный на решении интегральных уравнений Фредгольма первого рода с гладким ядром. Построены интегральные уравнения для определения неоднородных параметров.

Ядра интегрального уравнения также выражаются через интегралы Фурье. Для их отыскания также используется теория вычетов, но при отыскании ядра её использование осложняется тем, что особенности подынтегральной функции являются полюсами второго порядка. Построены формулы для отыскания вычетов в полюсах второго порядка. Для решения интегрального уравнения Фредгольма с гладким ядром предложена модификация метода регуляризации Тихонова для уравнения с комплексными ядром и правой частью. Проведён ряд экспериментов с одновременным восстановлением нескольких параметров. Также сравниваются различные методики подбора первого приближения для итерационной схемы. Приведены результаты решения прямой и обратной задач для различных случаев распределения механических параметров и при различных частотах колебаний.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 075-15-2019-1928.

Моделирование движения гранулированной среды на основе расширенной микрополярной теории

Фомичева М. А.

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Гранулированные среды широко используются в различных технологических процессах, важнейшей частью которых является измельчение. Так, измельчение гранулированных материалов используется при создании минеральных удобрений и пластмасс, лекарственных препаратов и косметики, семян и комбикорма, вяжущего вещества в строительстве. Кроме того, измельчение используется при создании мелкодисперсного угольного топлива, при обогащении горных пород. Все это указывает на значимость изучения такого процесса, как измельчение гранулированных материалов.

Хорошо известно, что механические свойства гранулированных материалов не являются постоянными величинами, а зависят от состояния, в котором находится материал. В настоящее время существует множество экспериментальных работ, которые посвящены изучению зависимостей упругих и вязких свойств гранулированного материала от других механических параметров. Например, зависимость коэффициента вязкости от температуры, скорости деформации среды. Также понятно, что коэффициент вязкости сыпучего материала должен зависеть от размера частиц.

Несмотря на большое количество экспериментальных данных о характере движения и измельчения сыпучих материалов, в настоящее время не существует законченной теории движения гранулированных сред. Именно поэтому данная работа посвящена численному моделированию движения и измельчения гранулированного вещества. Определяющее уравнение среды соответствует линейно-вязкому материалу с коэффициентом вязкости, зависящим от момента инерции частиц (а значит, и от их размера).

Для моделирования процесса измельчения гранулированной среды используется расширенная микрополярная теория. Особенностью данной теории является дополнительное балансовое соотношение для тензора инерции, содержащее источник член, который характеризует происходящие в среде структурные изменения. В работе предложено определяющее соотношение для источника члена в зависимости от свойств материала и внешней приложенной нагрузки.

Решение полностью связанной задачи по определению полей распределения скоростей, давлений и моментов инерции характерной частицы, описывающих процесс измельчения, находится численно, на основе неявного конечно-разностного метода. В расчетной области вводилась равномерная по пространству конечно-разностная сетка. Компоненты скорости задавались в узлах сетки, а давление и момент инерции задавались в элементах сетки. Вторые производные аппроксимировались со вторым порядком точности по пространству, а конвективные слагаемые аппроксимировались при помощи Upwind scheme.

Микрополярная модель для описания поверхностного эффекта при насыщении металлов водородом

Фролова К. П.

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

При насыщении металлов водородом наблюдается поверхностный эффект, заключающийся в существенно неравномерном распределении концентрации водорода по толщине металлического изделия. В результате практически весь дополнительный водород аккумулируется в тонком поверхностном слое.

В работе предлагается микрополярная модель для описания поверхностного эффекта с позиций механики сплошных сред. Модель основывается на предположении о влиянии на транспорт водорода определяемого структурными особенностями напряженно-деформированного состояния материала, в связи с чем возникает необходимость во введении в рассмотрение масштабных параметров структуры. Разработанная модель описывает диффузию водорода в микрополярной среде с учетом взаимного влияния внутренних напряжений и деформаций и накопленного водорода. Поверхностный эффект моделируется для цилиндрического стального образца, искусственно насыщаемого водородом. Моделирование содержит несколько этапов. На первом этапе в рамках линейной микрополярной теории упругости определяется напряженно-деформированное состояние ненасыщенного водородом образца. Учитываются силовые и моментные взаимодействия между частицами континуума; вводятся трансляционные и вращательные степени свободы. На боковой поверхности образца может задаваться распределенный момент либо задаются независимые повороты частиц среды. Решение описывает поверхностный эффект, связанный с концентрацией напряжений и возникновением дополнительных деформаций вблизи поверхности образца. На последующих этапах описывается поверхностный эффект, связанный непосредственно с распределением концентрации водорода. Решается задача массопругости. Время насыщения образца соответствует стандартному времени искусственного насыщения в электролите. Влияние напряжений и деформаций на диффузию учитывается как посредством изменения коэффициента диффузии, так и посредством добавления в уравнение диффузии дополнительной движущей силы. Напряжения и деформации связываются соотношениями Дюамеля — Неймана теории массопругости.

Предложенная модель позволила описать быстрый процесс диффузии водорода вблизи поверхности образца и медленный — при удалении от нее. Толщина поверхностного слоя и средняя концентрация водорода в образце соответствуют экспериментальным данным.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-08-01100).

Моделирование динамики системы хищник-жертва на неоднородном ареале и сценарии локального взаимодействия видов

Ха Тоан Данг¹, Цибулин В. Г.²

¹Вьетнамско-Венгерский индустриальный университет, Ханой

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В настоящее время актуальным является исследование моделей, учитывающих неоднородность среды обитания. При сильной диффузии и/или адвекции влияние пространственной неравномерности ареала в большинстве задач не учитывается. В случае миграционных потоков малой интенсивности корректное описание членов реакции становится важным. Неоднородность ресурса может учитываться при описании локального роста жертвы, но не входить в трофическую функцию (функциональный отклик хищника). Это приводит к парадоксальным ситуациям, когда на некоторых участках ареала, жертва оказывается «индифферентной» к распределению своего ресурса, а хищник может отсутствовать в местах, где жертвы «достаточно» много. Между тем, данные полевых наблюдений показывают, что имеется корреляция в распределении видов по ареалу.

В работе анализируется влияние модели локального взаимодействия в уравнениях диффузии – адвекции – реакции на пространственные процессы сосуществования видов в условиях неоднородного распределения ресурса жертвы. Математическая модель пространственно-временного взаимодействия жертвы с плотностью $u(x, t)$ и хищника с плотностью $v(x, t)$ может быть записана в виде системы уравнений

$$\dot{u} = (k_1 u' - \alpha u p')' + u \left[u \left(1 - \frac{u}{p} \right) - \frac{v}{1 + Cu} \right], \quad \dot{v} = (k_2 v' - \beta v u)' - v \left[\lambda - \frac{Bu}{1 + Cu} \right],$$

где точка обозначает дифференцирование по времени t , а штрих — по пространственной координате x . Коэффициенты k_i , α , β являются постоянными положительными величинами. Функция $p(x) > 0$ описывает неравномерное распределение ресурса жертвы вдоль ареала, λ — коэффициент естественной смертности, B и C — параметры трофической функции Холлинга второго рода. Задача рассматривается на кольцевом ареале.

При отсутствии диффузии и таксиса ($k_j = 0$, $\alpha = 0$, $\beta = 0$) для любых значений параметров система имеет неустойчивое нулевое равновесие $u = v = 0$ и равновесие без хищника $u = p$, $v = 0$. С учётом положительности функции ресурса $p(x)$ и коэффициентов C , λ получаем, что это равновесие устойчиво при $\lambda > \lambda_{cr}$, где $\lambda_{cr} = Bp/(Cp + 1)$. При $\lambda < \lambda_{cr}$ возникает равновесие, отвечающее сосуществованию хищника и жертвы, которое с уменьшением λ теряет устойчивость в результате бифуркации Пуанкаре – Андронова – Хопфа. Соответствующее критическое значение будем обозначать λ_* . Выбирая $B = b/p$ и $C = c/p$, получим модель, для которой критические значения λ_{cr} и λ_* не зависят от x .

Исследование влияния неоднородности при учёте диффузии и адвекции (таксиса) проводилось с помощью вычислительного эксперимента. Полученные результаты показывают важность предложенной модификации трофической функции для описания пространственно-временных популяционных сценариев.

Применение метода спектральных элементов для решения задач
о распространении волн в слоистых волноводах

Ханазарян А. Д.

*Институт математики, механики и информатики,
Кубанский государственный университет, Краснодар*

В последние годы к акустическим метаматериалам и фоновым кристаллам привлечено особое внимание исследователей, поскольку эти материалы обладают уникальными свойствами, такими как отрицательная рефракция, формирование запрещенных зон, возможность управлять свойствами и волновой энергией и т. п. Применение периодических композитных структур имеет большой потенциал при разработке сенсоров и актуаторов, систем активного шумоподавления, адаптивной оптики, аккумуляции энергии и т. д. Введение диэлектрических эластомеров в качестве компонент этих структур позволяет манипулировать потоком волновой энергии. Однако распространение волн и дифракция в акустических метаматериалах с диэлектрическими эластомерами изучены на данный момент для относительно небольшого числа задач.

Широко распространенные пакеты прикладных программ (например, COMSOL Multiphysics), основанные на методе конечных элементов, как правило, не включают в себя инструменты для моделирования несимметричных тензоров упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических констант. Основной целью данной работы является применение метода спектральных элементов (МСЭ) для расчета дисперсионных кривых в слоистых волноводах. В работе производится обобщение метода для решения дисперсионного уравнения для волн распространяющихся в периодических эластомерных слоистых композитах. Для слоистого композита, состоящего из эластомеров, было составлено и решено дисперсионное уравнение с использованием МСЭ. Задача записывается в вариационной формулировке с учетом того, что в случае эластомера тензор жесткости не имеет симметрии. Полученные результаты сравниваются с аналогичными расчетами, выполненными с использованием метода матриц переноса. Кроме того, рассматривается возможность применения МСЭ для описания колебаний в протяженных волноводах конечной длины.

Представленная в работе математическая модель может использоваться для изучения распространения волн в фоновых кристаллах и акустических метаматериалах, составленных из эластомеров. Кроме того, метод может быть естественным образом обобщен для диэлектрических эластомеров и для трехмерного случая.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и администрации Краснодарского края (проект 19-41-230012).

Бионически адекватный полимер-полимерный эндопротез сустава: результаты моделирования и трибомеханических испытаний

Шилько С. В.

*Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого
НАН Беларуси, Гомель*

Актуальность исследования обусловлена распространением заболеваний опорно-двигательной системы, которые приходится лечить хирургическим путем имплантацией эндопротезов суставов (тазобедренных, коленных, кистевых, челюстных). Эти массовые медицинские изделия индивидуальных размеров имеют высокую стоимость и приобретаются по импорту, поэтому существует необходимость в указанных изделиях отечественного производства. Нужно заметить, что функционирование металлополимерного протеза «титан с покрытием Co-Mo-Cr / сверхвысокомолекулярный полиэтилен» сопровождается заметным (до 0,3 мм в год) износом полимерной чашки и накоплением в синовиальной жидкости полимерных частиц износа, не выводимых из сустава по причине их низкой растворимости. Металлокерамический протез «титан / керамика ZrO_2 » может разрушиться при ударных воздействиях, либо получить износные повреждения металлической чашки с выделением микрочастиц титана, крайне вредных для организма. Керамо-керамическая пара еще более чувствительна к ударным нагрузкам даже при высоком качестве поверхности деталей сопряжения, достигаемом дорогостоящим полированием.

Таким образом, необходимо дальнейшее повышение биосовместимости, технологичности и ресурса при минимальном трении бюджетных по стоимости и оптимизированных для индивидуального применения эндопротезов отечественного производства. В этой связи рассматривается возможность изготовления полимер-полимерного эндопротеза сустава из функционально-градиентных материалов, особенностью которых является: 1) формирование на сопряженных деталях эндопротеза (чашки и головки) аналога суставного хряща в виде открытопористого поверхностного слоя с вогнутыми структурными ячейками, обеспечивающего гидростатический режим смазывания по механизму синерезиса; 2) стимуляция ростовых деформаций в зоне соединения эндопротеза с костными биотканями формированием адгезионно-активного микрорельефа поверхности, получаемого лазерной абляцией и плазмохимической обработкой.

В докладе формулируются требования бионической адекватности эндопротеза сустава для обоснованного выбора наиболее эффективных материаловедческих решений, в частности, оптимальных составов дисперсно-наполненных биосовместимых композитов на основе сверхвысокомолекулярного полиэтилена и полиэфирэфиркетона. Описаны результаты структурной модификации поверхности микроячеистых полимерных имплантатов, механических и трибологических испытаний вышеназванных полимерных материалов для эндопротезов. Рассмотрены микромеханические модели разрабатываемых композитов и решения контактных задач трибологии биосопрежений с учетом смазочного слоя, неоднородности структуры и пространственного градиента упругих свойств материалов.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (БРФФИ) проект T20P-223 (No. 18-58-00037).

О влиянии неоднородности на НДС нелинейно-упругого цилиндра при кручении

Шубчинская Н. Ю.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

В современном мире развитие техники влечет за собой появление новых материалов, превосходящих по своим свойствам классические: в удельных механических свойствах (прочность, упругость, надежность), в повышении сопротивляемости воздействию рабочей среды (температура, агрессивные среды, радиационное излучение), в повышении долговечности — ресурса службы и его надежности в эксплуатации.

Функционально-градиентные материалы являются представителем таких сред, которые нашли свое применение в информационной, транспортной, аэрокосмической, медицинской технологии; тепло- и электроэнергетике, автомобилестроении.

Для изучения влияния неоднородности упругих свойств материала было изучено НДС скручиваемого нелинейно-упругого полого цилиндра с изолированным дефектом — клиновое искривление. Неоднородность моделировалась функциональной зависимостью по толщине стенки цилиндра одного из упругих модулей

$$\mu(r) = \frac{\mu_1 - \mu_0}{r_1 - r_0} (r - r_0) + \mu_0,$$

где r_0 , r_1 — внутренний и внешний радиусы цилиндра, μ_0 , μ_1 — значения характеристики на внутренней и внешней стенке цилиндра соответственно. Для описания нелинейно-упругих свойств были использованы модель упрощенного и гипотетического материала Блейтца и Ко.

Трехмерная задача о кручении полого цилиндра с помощью метода Сен-Венана была сведена к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка относительно функции радиуса точек цилиндра со свободными от нагрузок боковыми поверхностями. Анализ решения этой задачи показал наличие эффекта второго порядка: прямого и обратного эффекта Пойнтинга при различном соотношении μ_1 и μ_2 . Значение параметра искривления $\varkappa \in [0.8; 1.2]$ оказывало существенное влияние не только на характер изменения длины цилиндра (укорочение или удлинение), но и на ее величину (деформация достигала 10%).

О некоторых аспектах решения обратной задачи идентификации
неоднородных свойств цилиндрического волновода

Юров В. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В рамках модели линейной теории упругости рассмотрено распространение упругих волн в радиально неоднородном цилиндрическом волноводе с кольцевым поперечным сечением. На основе сочетания интегрального преобразования Фурье, метода пристрелки и теоремы о вычетах построено поле перемещений на внешней границе волновода в случае зависимости параметров Ламе и плотности от радиальной координаты. Сформулирована обратная задача по одновременной реконструкции трех функций (параметры Ламе и плотность) по дополнительной информации о поле перемещений в фиксированной точке внешней границы, измеренной в диапазоне частот. Решение обратной задачи построено итерационным образом, аналогично операторному методу Ньютона. Начальное приближение выбиралось в классе постоянных или линейных функций путем минимизации функционала невязки. Уточнение решения производилось путем нахождения поправок в рамках процесса линеаризации. Для нахождения поправок построена система трех интегральных уравнений Фредгольма первого рода с гладкими ядрами, которые строятся путем нахождения обратного интегрального преобразования от численно заданных функций, имеющих полюса второго рода. Для получения системы трех интегральных уравнений рассмотрены три вида нагружения. Выявлено, что чувствительность задачи к восстанавливаемым функциям неоднородности неодинакова и зависит от вида нагружения, что проявляется в структуре ядер интегральных уравнений. В силу некорректности обратной задачи решение системы интегральных уравнений Фредгольма первого рода осуществлялось при помощи метода регуляризации А. Н. Тихонова с автоматическим выбором параметра регуляризации по невязке. В процессе решения проводилась дискретизация задачи с изучением сингулярных чисел возникающих при этом матриц.

Для анализа влияния шага, связанного с обращением трансформант Фурье, рассмотрена подобная обратная задача при задании дополнительной информации в пространстве трансформант при учете осреднения. Проведены вычислительные эксперименты по изучению влияния точности задания дополнительной информации, количества используемых в расчетах значащих цифр и точности используемых алгоритмов на сингулярные числа и результаты реконструкции. Проанализирована необходимость изменения точности нахождения поправок в зависимости от номера итерации и невязки в итерационном процессе.

Автор благодарит профессора Ватульяна А. О. за внимание к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации (соглашение № 075-15-2019-1928).

О колебаниях слоя с отслоением
в рамках градиентной теории упругости

Явруян О. В.

Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ

Задача о колебаниях изотропного слоя при наличии отслоения на сегодняшний день исследована достаточно подробно, однако все исследования проведены в рамках линейной теории упругости. Основные схемы решения базируются либо на методе граничных интегральных уравнений, либо на методе комплексных потенциалов. В результате исследования задачи о колебаниях слоя, ослабленного трещиной, получаются решения для напряжений с характерной сингулярной особенностью у вершин дефекта и имеющиеся критерии прочности не всегда применимы и требуют дополнительных исследований. В качестве уточняющих методов оценки напряженного состояния поля напряжений у вершин дефектов могут быть использованы предложенные в работах Mindlin R. D., Altan B. S., Aifantis E. C., Лурье С. А. градиентные модели теории упругости. Градиентные модели предполагают, что плотность энергии деформации является функцией не только тензора деформации, но и первого градиента деформации. Авторами исследованы статические задачи для сред, ослабленных трещинами моды I, II и III.

В данной работе градиентные модели теории упругости применены для динамической задачи теории упругости, в частности, проведено исследование задачи об установившихся антиплоских колебаниях изотропного слоя с жестко закрепленной нижней границей, на которой имеется отслоение от основания. Краевая задача исследована в два этапа. На первом этапе построено решение для слоя без дефекта с закрепленной нижней гранью и приложенной на части верхней границы слоя возбуждающей нагрузкой. Далее на основе принципа суперпозиции рассмотрена задача о колебаниях слоя с отслоением, на берегах которого действуют поля напряжений из первого этапа. В результате получено граничное интегральное уравнение (ГИУ) относительно функций раскрытия трещины. Выделены главная и регулярная части ядра, осуществлена интерполяция неизвестной функции многочленами Чебышева и получены ГИУ с выделенной кубической сингулярностью. Также, на основе подхода, предложенного в работах Лурье С. А. осуществлено уточнение поведения функции раскрытия в окрестности вершины трещины, получены выражения, исключающие сингулярную особенность в выражениях для компонент поля напряжений у вершины отслоения. Рассмотрен также асимптотический подход в рамках градиентной теории упругости, основанный на предположении о малости относительного размера отслоения, который позволяет значительно упростить расчет полей смещений и напряжений в слое и получить полуаналитические выражения для компонент функций раскрытия отслоения.

Проведено численное исследование задачи для разных значений градиентного параметра и частоты колебаний. Осуществлен сравнительный анализ результатов, полученных по градиентной и линейной теории упругости. Определены диапазоны применимости асимптотического подхода как в случае применения линейной теории упругости, так и в рамках градиентного подхода.

Содержание

Агаян К. Л., Атоян Л. А. Упруго-спиновые волны типа Лява в двухслойной ферромагнитной структуре	4
Айзикович С. М., Волков С. С., Васильев А. С. Построение приближенных асимптотических решений контактных задач для слоя на жестком основании	5
Акопян В. Н., Амирджанян А. А., Григорян А. А. Осесимметричное напряжённое состояние равномерно-слоистого пространства с периодическими полубесконечными межфазными кольцеобразными трещинами	6
Амирджанян А. А., Белубекян М. В., Геворгян Г. З., Дарбинян А. З. Распространение поверхностных волн в составной полуплоскости при условии Навье на линии стыка	7
Анджикович И. Е., Бочарова О. В., Седов А. В. Об одном методе диагностики неоднородностей в композиционных материалах	8
Анесян В. М., Колесников А. М. Деформация диэлектрической трубки, армированной двумя семействами волокон, под действием электрических зарядов на её боковых поверхностях	9
Афонин Е. А., Скалиух А. С. Двумерные модели двухфазной керамики с гладкими границами фаз	10
Ахунжанов Р. К., Водолазская И. В., Есеркепов А. В., Тарасевич Ю. Ю. Прозрачные электроды на основе наностержней и наноколец: математические модели электропроводности	11
Багдигян С., Мартин М., Молл В., Рошаль Д. С., Рошаль С. Б., Федоренко К. К. Моделирование клеточных упаковок в плоских и сферических эпителиальных монослоях	12
Батищев В. А. Вращательные режимы течений жидкости при локальном степенном охлаждении свободной границы	13
Бауэр С. М., Венатовская Л. А., Воронкова Е. Б. Деформация корнеосклеральной оболочки глаза после интравитреальных инъекций	14
Бауэр С. М., Воронкова Е. Б. Влияние условий закрепления на неосесимметричную потерю устойчивости неоднородных круглых и пологих оболочек	15
Беляк О. А. Обратная задача идентификации дефекта малого характерного размера	16
Богачев И. В., Недин Р. Д. Об одной схеме идентификации механических свойств и преднапряжений в коже	17
Бондаренко К. К., Волкова С. С., Шилько С. В. Рационализация техники плавания на основе биомеханического моделирования	18
Вавилов Д. С., Индейцев Д. А., Кудрявцев А. А., Морозов Н. Ф., Муратиков К. Л., Семёнов Б. Н. О динамичности коэффициента теплового линейного расширения	19
Ванг Я., Голуб М. В., Дорошенко О. В., Жанг Ч., Фоменко С. И. Волновые явления в слоистых фононных кристаллах с трещинами и электродами	20

Ватульян А. О. Вычислительные аспекты решения обратных коэффициентных задач	21
Ватульян А. О., Плотников Д. К. О внедрении индентора в ортотропный материал	22
Велибеков Д. В., Матросов А. А., Хара Р. И. Прочностной расчет тяги элеватора зерноуборочного комбайна	23
Вильде М. В., Еремин А. А., Плешков В. Н. Экспериментальное исследование распространения и отражения краевых волн в пластине с полимерным покрытием на лицевой поверхности	24
Вильде М. В., Сергеева Н. В., Сурова М. Ю. Асимптотическое и численное исследование дисперсии гармонических волн в пластине с тонким вязкоупругим покрытием	25
Вильчевская Е. Н., Куц В., Севостьянов И. Эффективные свойства периодических композитов	26
Гаврюшин С. С., Полякова Т. В., Ражабов У. Т., Щербинин В. В., Щербинина А. К. Особенности учета НДС конструкции при составлении диагностических прогнозов в процессе лечения обширных дефектов зубных рядов протезами «сэндвич»	27
Гергей А. М., Моисеев Ю. Б., Сотин А. В., Суворов В. Г., Шитова Е. С. Применение мионометрии для оценки эффективности промышленных экзоскелетов	28
Гетман В. А. Термокапиллярный вращательный эффект в пограничном слое при локальном охлаждении свободной границы	29
Глинкова С. А., Шпак А. Н. Полуаналитический гибридный подход для описания взаимодействия частично отслоившегося прямоугольного пьезоэлектрического преобразователя со слоистым волноводом	30
Глушко Н. И., Елихин А. Н., Иванов А. Е., Краснов Д. В., Свэйи М., Соловьев А. Н. Конечно-элементное моделирование глазных протезов	31
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Ермоленко О. А., Татаринев А., Фоменко С. И. Влияние толщины и пористости кортикальной кости и мягких тканей на бегущие волны	32
Говорухин В. Н., Загребнева А. Д. Популяционные волны в модели активный хищник – пассивная жертва	33
Головатенко М. Е., Дударев В. В., Мнухин Р. М. Об определении уровня предварительных напряжений	34
Голуб М. В., Мюллер И., Сверкунова Д. А., Шпак А. Н. К построению метамоделли для пластины с пьезоэлектрическими преобразователями и поверхностной неоднородностью	35
Горячева И. Г., Яковенко А. А. Моделирование внедрения медицинского инструмента в биологические ткани	36
Гуринович С. Ю., Дорошенко О. В. Применение эффективных граничных условий для моделирования распространения упругих волн в слоистых композитах с тонкими клеящими прослойками и поврежденными интерфейсами	37

Гуртовая О. В., Рохлин Д. В. Алгоритмы онлайн-оптимизации в задаче о выборе инвестиционного портфеля	38
Данильченко С. А., Наседкина А. А. Численный анализ контактного взаимодействия параболического штампа с пороупругим слоем с кусочно-однородными свойствами при учете поверхностных напряжений	39
Данильченко С. А., Чебаков М. И. Конечно-элементное моделирование износа сферического шарнирного соединения в тазобедренном суставе	40
Дачева М., Наседкин А. В., Янков Р. Эффективные свойства пороупругих композитов с поверхностными эффектами и случайной наноразмерной пористостью: конечно-элементный анализ	41
Дашевский И. Н. Два подхода при индивидуализированном биомеханическом анализе имплантации на нижней челюсти	42
Демяненко Я. М. Проектная деятельность для магистрантов и бакалавров: накопленный опыт	43
До Тхань Бинь, Ле Ван Зьон, Оганесян П. А., Соловьев А. Н., Чебаненко В. А. Моделирование пьезоэлектрических генераторов накопления энергии с пьезоактивными композиционными материалами	44
До Тхань Бинь, Паринов И. А., Чебаненко В. А. Прикладная теория изгибных колебаний пьезомагнитоэлектрорупругих биморфов	45
Долганов Д. В., Долганова Т. И., Попков Д. А., Чибиров Г. М. Анализ патологических элементов локомоторного профиля по данным компьютерного анализа походки у детей со спастическими формами ДЦП	46
Дударев В. В., Мнухин Р. М. Исследование колебаний неоднородного вязкоупругого цилиндра	47
Дудин Д. С., Келлер И. Э. Описание взаимной диффузии в упругом теле со структурными изменениями с помощью маркерного подхода	48
Дышко Б. А. Биомеханическое обоснование конструкции индивидуальных дыхательных тренажеров для реабилитации пациентов с бронхолегочными заболеваниями	49
Евсюков А. П., Садырин Е. В. Реконструкция трехмерных изображений двупарноногих многоножек (Diploroda) с помощью рентгеновской компьютерной микротомографии для решения задач кибертаксономии	50
Егина Д. В., Максюков С. Ю., Николаев А. Л., Садырин Е. В., Свэйи М. Оценка эффективности восстановления плотности минерализации эмали стоматологическими материалами с помощью компьютерной рентгеновской микротомографии	51
Егорова С. А., Карякин М. И. Идентификация параметров определяющих соотношений сжимаемых нелинейно-упругих материалов	52
Елшами М. М. Применение системы искусственной нейронной сети для характеристики структурного состояния дорожного покрытия	53

Епихин А. Н., Оганесян П. А., Скалиух А. С., Соловьева А. А. Моделирование ультразвуковых медицинских приборов с использованием пьезоактивных композиционных материалов	54
Жуков М. Ю., Цывенкова О. А. Монотонная и колебательная неустойчивость границы зон в процессе изотахофореза	55
Загребнева А. Д., Зеленцов В. Б., Лапина П. А. Эффективные модули упругих материалов с микроструктурой	56
Зайнуллина Д. М., Малышева В. Н., Стош А. О., Черепенников Г. А. Беспроводное устройство мониторинга ЭКГ с возможностью сбора и анализа полученных данных	57
Зайцев А. В., Зубко И. А., Зубко И. Ю., Окарьев И. А. Аналитическое и численное исследование несимметрии тензора упругих модулей при умеренных деформациях анизотропных тел	58
Зверев Н. А., Земсков А. В. Анализ нестационарных механо-dиффузионных процессов в ортотропном сплошном цилиндре с учетом конечной скорости распространения диффузионных потоков	59
Зеленчук П. А., Цибулин В. Г. Численно-аналитическое исследование адвективно-диффузионных моделей	60
Земсков А. В., Файкин Г. М. Исследования влияния массопереноса на напряженно-деформированное состояние изгибаемой консоли Бернулли-Эйлера	61
Земцова Е. Г., Морозов Н. Ф., Семенов Б. Н., Смирнов В. М. Моделирование механических свойств металломатричного композита, армированного карбидными структурами	62
Зимин Б. А., Смирнов И. В., Судьенков Ю. В. Влияние исходной структуры металлов на энергетический баланс упругопластического деформирования	63
Зимин Б. А. Электронный механизм формирования «теплового поршня» в металлах и его вклад в термоупругий отклик при воздействии лазерного импульса	64
Иванова Н. А., Колегов К. С., Аль-Музайкер М. А. Неравномерный нагрев подложки в испарительной литографии	65
Измайлова Я. О., Фрейдin А. Б. Моделирование поверхностного роста в пористом теле	66
Ильичев В. Г. «Погоня – убежание» в пространстве параметров в моделях эволюционной экологии	67
Казаков Е. А. Двумерное интегральное уравнение для вращающейся лопасти	68
Калинина Т. И. Плоские задачи о действии осциллирующих нагрузок на упругую полосу при наличии поверхностных напряжений	69
Калинчук В. В., Леви Г. Ю., Михайлова И. Б. Динамические свойства слоисто-неоднородной предварительно напряженной термоупругой структуры	70
Кароткян Р. В., Зеленцов В. Б. Исследования роговицы глаза методом сканирующей зондовой микроскопии	71

Карякин М. И., Надолин К. А. Англоязычная магистратура по математическому моделированию и информационным технологиям на мехмате ЮФУ: история, проблемы и перспективы	72
Каспарова Е. А., Перельмутер М. Н. Влияние плотности костной ткани на напряженное состояние вблизи винтовых дентальных имплантатов	73
Кириллова Е. В., Шевцова М. С. Моделирование распространения волн в композитах: применение преобразования Фурье и метода конечных элементов	74
Кислухин В. В., Кислухина Е. В. Математическая модель микроциркуляции для анализа ультразвукового (УЗ) разведения	75
Кислухин В. В. Примеры из физиологии в обучении математике. Микроциркуляция	76
Климина Л. А., Формальский А. М. Моделирование движения человека, качающегося на качелях	77
Клишковская Т. А. Перспективы применения маркерного захвата движений для диагностики позвоночника в динамике	78
Колесников А. М., Тер-Оганесян В. И. Раздувание тонкостенной высокоэластичной трубки, частично надетой на жёсткий цилиндр	79
Колосова Е. М., Чебаков М. И. Контактное взаимодействие штампа и поропругого основания с упругим покрытием	80
Корниевский А. С. Конечно-элементное моделирование пен, основанных на ячейках Гибсона — Эшби, с регулярными и нерегулярными решетками	81
Корников В. В. Статистический анализ параметров глаза после интравитреальных инъекций	82
Королев И. К., Морозов А. В., Мюллер В. Х., Полуэктов М., Фрейдин А. Б. Распространение и устойчивость фронтов химических реакций в деформируемых телах	83
Королев П. В., Маслов Л. Б., Пирогов Д. А., Шляпугин Р. В. Моделирование, исследование и проектирование композитных материалов на основе объемных тканых структур	84
Коссович Е. Л., Эпштейн С. А., Голубева М. Д. Методика оценки склонности углей к разрушению с образованием пыли	85
Крнев Л. И. Веб-интерфейс информационной системы «Градиентные покрытия»	86
Крылова Е. Ю., Крысько А. В., Крысько В. А., Папкова И. В. Математическая модель нелинейной динамики нанобалки-резонатора	87
Крысько А. В., Крысько В. А., Папкова И. В. Статика пластинчатых чувствительных элементов МЭМС/НЭМС под действием нейтронного облучения	88
Кудимова А. Б., Наседкина А. А., Раджагопал А. Конечно-элементный сравнительный анализ свойств пьезокерамических композитов с металлическими включениями и порами при различных типах пористости	89

Леднов А. С., Николаев А. Л., Харчевников И. О. Изготовление и тестирование инденгоров для NANOTEST 600 при исследовании биологических тканей	90
Маслов Л. Б., Соловьев Д. О. Оценка напряженного состояния системы «таз – кастомизированный имплантат» при реалистичном моделировании упругих свойств костной ткани	91
Матросов А. А., Семенчатенко И. В. Применение генеративного дизайна для расчета кронштейна крепления оснастки токарного станка	92
Михайлова И. Б., Шейдаков Д. Н. Влияние внутренних напряжений в покрытии на устойчивость кругового микрополярного стержня	93
Могилевская Н. С. Об одной модели q -ичного канала передачи данных	94
Морозова А. С. Механистическая модель высвобождения вещества лекарственной системы пролонгированного действия	95
Мурашкин Е. В. О формулировке краевых условий на поверхности наращивания при наличии выделенных направлений	96
Мурашкин Е. В., Дац Е. П., Нестеров Т. К., Буруруев А. М., Стадник Н. Э. О разгрузке термоупругопластического материала в условиях тороидальной симметрии	97
Надолин К. А. Использование условий Навье в редуцированных моделях русловых потоков	98
Налимова А. В., Серебряная Д. С., Серебряная И. А. Математическое моделирование структуры и свойств строительных материалов	99
Наседкин А. В. Особенности решений задач гомогенизации композитов с экстремальными свойствами отдельных фаз	100
Нассар М. Э. Конечно-элементный анализ гомогенизации пористого пьезокерамического материала с металлизированной поверхностью пор с учетом влияния объемной доли металлического включения и неоднородного поля поляризации	101
Недин Р. Д. О некоторых моделях деформирования предварительно напряженных пластин в инженерии и биомеханике	102
Нестеров С. А. Об особенностях идентификации неоднородных характеристик конечного термоупругого цилиндра	103
Николаев А. Л. Исследование и синтез наностержней ZnO для пьезоэлектрических резонаторов и сенсоров	104
Паринова Л. И. О собственных колебаниях топографических вязкоупругих волноводов с различной геометрией сечения	105
Пустовалова О. Г. О некоторых возможностях использования пакета FlexPDE в курсах математического моделирования	106
Ревина С. В., Рябов А. С. Диффузионная неустойчивость в системе Гирера – Мейнхардта	107
Ревина С. В. Область неустойчивости Тьюринга в системах реакции-диффузии	108
Саакян А. В. Применение метода механических квадратур к решению гиперсингулярного интегрального уравнения	109

Смирнов А. В. Конечно-элементное моделирование большеберцовой и малоберцовой костей человека	110
Углич П. С. О восстановлении характеристик поперечно-неоднородного вязкоупругого слоя	111
Фомичева М. А. Моделирование движения гранулированной среды на основе расширенной микрополярной теории	112
Фролова К. П. Микрополярная модель для описания поверхностного эффекта при насыщении металлов водородом	113
Ха Тоан Данг, Цибулин В. Г. Моделирование динамики системы хищник-жертва на неоднородном ареале и сценарии локального взаимодействия видов	114
Ханазарян А. Д. Применение метода спектральных элементов для решения задач о распространении волн в слоистых волноводах	115
Шилько С. В. Бионически адекватный полимер-полимерный эндопротез сустава: результаты моделирования и трибомеханических испытаний	116
Шубчинская Н. Ю. О влиянии неоднородности на НДС нелинейно-упругого цилиндра при кручении	117
Юров В. О. О некоторых аспектах решения обратной задачи идентификации неоднородных свойств цилиндрического волновода	118
Явруян О. В. О колебаниях слоя с отслоением в рамках градиентной теории упругости	119

Научное издание

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И БИОМЕХАНИКА
В СОВРЕМЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

Тезисы докладов XV Всероссийской школы,
(с. Дивноморское, 26 мая — 31 мая 2021 г.)

Подписано в печать 27.04.2021 г.
Бумага офсетная. Формат 60×84 ¹/₁₆. Тираж 150 экз.
Усл. печ. лист. 7,44. Уч. изд. л. 7,4. Заказ № 8033.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ.
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, тел (863) 243-41-66.