

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
И БИОМЕХАНИКА
В СОВРЕМЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ**

Тезисы докладов
XVI Всероссийской школы
(пос. Дивноморское, 26 мая — 31 мая 2022 г.)

Ростов-на-Дону — Таганрог
Издательство Южного федерального университета
2022

УДК [531/534:57]:004.94(063)
ББК 22.18+28.071.31 я431
М34

М34 Математическое моделирование и биомеханика в современном университете : тезисы докладов XVI Всероссийской школы, (пос. Дивноморское, 26 мая — 31 мая 2022 г.) / Южный федеральный университет ; ред.: А. О. Ватульян, М. И. Карякин, А. В. Попов, Р. М. Мнухин. — Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2022. — **114 с.**
ISBN 978-5-9275-4131-7

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XVI Всероссийской школе «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Тематика докладов, представленных участниками, связана с решением актуальных научных проблем математического моделирования, новых задач механики и биомеханики, а также развитием вычислительных технологий, используемых для их исследования. Отметим задачи моделирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы идентификации параметров и функций для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, поверхностные и предварительные напряжения, неоднородность механических свойств, микроструктура, пьезоэффект), построения новых моделей для описания функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткань, ткань глаза и т. д.), оптимизации имплантатов. Второй важной задачей школы является изучение вопросов интеграции этих направлений с современным естественнонаучным и инженерным образованием, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественнонаучных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках указанных научных направлений.

Материалы публикуются в авторской редакции.

УДК [531/534:57]:004.94(063)
ББК 22.18+28.071.31 я431

ISBN 978-5-9275-4131-7

© Южный федеральный университет, 2022

Программный комитет школы

Ватульян А. О., Ростов-на-Дону — председатель
Бауэр С. М., Санкт-Петербург — заместитель председателя
Глушков Е. В., Краснодар
Горячева И. Г., Москва
Гузев М. А., Владивосток
Еремеев В. А., Гданьск
Индейцев Д. А., Санкт-Петербург
Коссович Л. Ю., Саратов
Лачуга Ю. Ф., Москва
Любимов Г. А., Москва
Месхи Б. Ч., Ростов-на-Дону
Морозов Н. Ф., Санкт-Петербург
Наседкин А. В., Ростов-на-Дону
Няшин Ю. И., Пермь
Рудой Д. В., Ростов-на-Дону
Соловьев А. Н., Ростов-на-Дону
Цатурян А. К., Москва
Штейн А. А., Москва

Организационный комитет школы

Карякин М. И., ЮФУ — председатель
Ольшевская А. В., ДГТУ — заместитель председателя
Гетман В. А., ЮФУ
Дударев В. В., ЮФУ
Колесников А. М., ЮФУ
Матросов А. А., ДГТУ
Мнухин Р. М., ЮФУ
Надолин К. А., ЮФУ
Попов А. В., ЮФУ

Балка на упругом основании с подкрепляющими опорами

Агаян К. Л.¹, Мартиросян А. В.²

¹*Институт механики НАН Армении, Ереван*

²*Национальный университет архитектуры и строительства Армении, Ереван*

Контактные задачи о взаимодействии тонкостенных элементов типа стрингеров, балок и пластин с более массивными основаниями различных конфигураций представляют собой одно из актуальных направлений как в теоретическом, так и в прикладном аспектах. В работе в рамках классической теории изгиба балок рассматривается контактная задача об изгибе балки бесконечной длины на свободной границе упругого основания в виде полосы, жестко заземленной по другой границе. Предполагается, что балка подкреплена конечным числом упругих опорных элементов типа стоек-стержней, вложенных в упругую полосу. Соединение подкрепляющих стержней с балкой предполагается как жестким, так и шарнирным, другие концы стоек жестко соединены с неподвижным краем полосы. Предполагается, что под балкой возникают только нормальные контактные напряжения и контакт происходит без отрыва балки от края упругого основания, т.е. принимается модель двухсторонней связи между балкой и краем полосы. Изгиб балки осуществляется заданной внешней нормальной нагрузкой, приложенной к ней. С учетом этих предположений требуется определить закон распределения нормальных контактных давлений под балкой и основные механические параметры, характеризующие ее изгиб. Заменяя взаимовлияние в точках соединения стоек с балкой неизвестными сосредоточенными силами и моментами, методом сшивающего построено замкнутое решение задачи в интегралах Фурье в предположении, что в рассматриваемой конструкции вложенные в полосу стойки не влияют на деформированное состояние полосы. С учетом условий неразрывности деформаций определение неизвестных сосредоточенных силовых факторов в опорных точках балки сведено к системе линейных алгебраических уравнений. В частных, но обычно имеющих место на практике, случаях, когда внешняя нагрузка представлена в виде суммы сосредоточенных сил, моментов и распределенных нагрузок, удалось получить простые расчетные выражения для коэффициентов указанной системы уравнений.

При решении этой системы распределение контактных давлений определяется в явном виде и содержит также опорные реакции. Для указанных выше типов внешних нагрузок построено численное решение рассмотренной задачи и выявлена зависимость изменения распределения контактных давлений и характерных параметров изгиба балки от механических и геометрических характеристик полосы и балки. Проведен сравнительный анализ со случаем отсутствия подкрепляющих стоек. Подобная постановка задачи и полученное простое решение позволяют поставить и решить новые задачи, имеющие практическую значимость и возникающие, в частности, при проектировании различных опорных конструкций. Предложенный подход позволяет решить соответствующие задачи для полубесконечной и конечной балки, а также для пластин различной конфигурации канонической формы. Решение задачи существенно упрощается при рассмотрении ее в рамках модели Винклера.

Анализ сходимости асимптотических методов решения контактных задач для функционально-градиентного полупространства

Айзикович С. М., Лапина П. А.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Работа посвящена сравнению двух подходов для построения решений контактных задач на примере задачи о сдвиге жестким полосовым штампом с плоской формой основания поверхности функционально-градиентного полупространства. В работе рассмотрены две математические модели функционально-градиентного полупространства. Для первой модели модуль сдвига функционально-градиентного полупространства изменяется с глубиной по экспоненциальному закону до бесконечности¹, для второй модели модуль сдвига изменяется по экспоненциальному закону до некоторой глубины, после которой становится постоянным². В случае первой модели решение строится аналитически асимптотическими методами по безразмерному параметру задачи. При малых значениях безразмерного параметра применяется метод Винера — Хопфа с использованием простейших аппроксимаций трансформанты ядра интегрального уравнения. При больших значениях безразмерного параметра решение представимо в виде двойного функционального ряда по степеням этого параметра. В случае второй модели решение строится двухсторонним асимптотическим методом. Трансформанта ядра интегрального уравнения вычисляется численно и аппроксимируется аналитическим выражением специального вида с использованием полиномов Бернштейна. Такой численно-аналитический подход позволяет получить приближенное аналитическое решение интегрального уравнения, эффективное на всем диапазоне значений безразмерного геометрического параметра.

В результате численного анализа определены области характерных параметров задачи, при которых расхождение трансформант ядер интегральных уравнений, построенных аналитически (для первой модели) и численно (для второй модели), не превосходит нескольких процентов. Построены контактные напряжения сдвига в рамках двух рассматриваемых моделей функционально-градиентного материала полупространства и соответствующих подходов к построению решений контактных задач.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 22-49-08014.

¹Zelentsov V.B., Lapina P.A., Mitrin B.I., Eremeyev V.A. Characterization of the functionally graded shear modulus of a half-space // *Mathematics*. 2020. V. 8(4). Article number 640. DOI: 10.3390/math8040640.

²Айзикович С.М. Сдвиг штампом упругого неоднородного полупространства специального вида // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1978. №5. С. 74–80.

Осесимметричная контактная задача для составного пространства с дискообразной трещиной

Акопян В. Н., Григорян А. А., Амирджанян А. А.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Рассмотрено осесимметричное напряженное состояние кусочно-однородного пространства, полученного при помощи соединения двух разнородных полупространств, на плоскости стыка которых содержится круговая дискообразная межфазная трещина, на один из берегов которой со сцеплением вдавливаются абсолютно жесткий штамп (круговая шайба), радиус которого меньше радиуса трещины.

Сначала на основе разрывных решений уравнений осесимметричной теории упругости для кусочно-однородного пространства с дискообразной трещиной, с использованием операторов вращения, решена вспомогательная задача и определена приведенная комплексная комбинация смещений того берега трещины, на который вдавливаются штамп в зависимости от комплексной комбинации действующих в зоне контакта приведенных нормальных и касательных контактных напряжений. Далее, удовлетворив условиям контакта штампа с одним из берегов трещины, получено определяющее уравнение поставленной задачи в виде одного сингулярного интегрального уравнения второго рода относительно комплексной комбинации приведенных неизвестных контактных напряжений при условии равновесия штампа.

Показано, что искомая функция комплексной комбинации приведенных неизвестных контактных напряжений ограничена на граничной окружности штампа и решение определяющего сингулярного интегрального уравнения построено численно-аналитическим методом механических квадратур.

Получены простые формулы для определения J -интеграла Черепанова — Райса и жесткого смещения штампа от искомой функции. Проведен численный расчет и изучены закономерности изменения J -интеграла Черепанова — Райса на граничной окружности трещины, контактных напряжений под штампом, жесткого смещения штампа и раскрытия трещины в зависимости от соотношения упругих характеристик разнородных полупространств и радиусов штампа и дискообразной трещины. Показано, что при постоянном соотношении жесткостей полупространств, чем меньше отличается радиус штампа от радиуса дискообразной трещины, тем больше значение J -интеграла Черепанова — Райса и, следовательно, вероятность распространения трещины. Показано также, что при постоянном соотношении радиусов штампа и дискообразной трещины, чем жестче верхняя полуплоскость, тем меньше значение J -интеграла.

Применение генетических алгоритмов для восстановления характеристик поперечно-неоднородного упругого слоя

Анпилов А. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрены прямая и обратная задачи о вынужденных антиплоских колебаниях поперечно-неоднородного слоя, механические параметры (плотность и модуль сдвига) которого являются функциями поперечной координаты. Прямая задача сводится к краевой задаче для канонической системы линейных дифференциальных уравнений относительно трансформант перемещений и напряжений, для решения которой используется метод пристрелки. При этом для решения вспомогательной задачи Коши использованы вложенные формулы Рунге. С помощью обратного преобразования Фурье строится поле перемещений, для вычисления интегралов Фурье использована теория вычетов. В случае произвольного закона распределения механических параметров корни могут быть найдены лишь численно. В настоящей работе для приближенного отыскания вещественных, а также чисто мнимых корней дисперсионного уравнения, использован метод секущих. Также построены дисперсионные кривые для различных законов распределения механических параметров.

Обратная коэффициентная задача идентификации характеристик упругого слоя, механические характеристики которого представляют из себя функции поперечной координаты, сводится к решению последовательности интегральных уравнений Фредгольма первого рода с гладким ядром. Исходной информацией для решения обратной задачи является наблюдаемое поле перемещений на некотором конечном участке верхней поверхности слоя.

Для получения начального приближения для итерационного процесса использован генетический алгоритм. Восстанавливаемые функции при этом аппроксимируются функциями, зависящими от конечного числа параметров. Целевой функцией для генетического алгоритма является метрика разности между наблюдаемым полем перемещений и полем перемещений, соответствующим заданному набору параметров. Произведена серия экспериментов по восстановлению параметров с помощью генетического алгоритма для различных частот и различных аппроксимирующих зависимостей параметров. Также проведены эксперименты с одновременным восстановлением законов распределения двух параметров.

Ядра интегрального уравнения находятся с помощью теории вычетов. Для решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода используется метод Воеводина. Произведены вычислительные эксперименты с одновременным восстановлением двух механических параметров. Получены решения прямой и обратной задач для различных случаев распределения характеристик и при различных частотах колебаний.

Вычислительные алгоритмы на экспериментальных выборках без обучения для определения характеристик волновода по бегущим модам

Арсенов М. А., Дорошенко О. В.

*Институт математики, механики и информатики, Кубанский
государственный университет, Краснодар*

При проектировании современных инженерных конструкций часто используются тонкостенные элементы. Для решения проблем предсказания жизненного цикла или обнаружения поврежденности конструкции необходима точная информация о физических свойствах этих материалов. Поэтому актуальной задачей является совершенствование неразрушающих методов определения параметров материалов с высокой степенью точности. В данной работе представлены результаты определения упругих параметров и толщины изотропной пластины по решению оптимизационной задачи на основе данных, полученных из измерений бегущих волн. С одной стороны, дисперсионные характеристики зависят как от толщины пластины, так и от свойств материала, и поэтому для оценки этих параметров можно использовать анализ дисперсионных кривых. А с другой, из-за сложной мультимодальной природы и дисперсионного характера бегущих волн эта задача не является тривиальной.

Подход, применяемый в данном исследовании, основан на применении метода матричного пучка к измерениям, полученным методом лазерной доплеровской виброметрии. Полученные из экспериментальных данных медленности используются далее для решения обратной задачи, для чего строятся две целевые функции, основанные на различных принципах. Первый подход использует невязки между экспериментальными и теоретическими медленностями, причем для определения последних используется трудоемкий алгоритм поиска корней дисперсионного уравнения. При втором подходе используется прямая подстановка экспериментально определенных пар медленность — частота в обращение преобразования Фурье матрицы Грина, что дает более гладкие целевые функции. Для этих двух подходов проводится валидация на основе численно сгенерированных выборок, в результате которой делаются выводы о степени точности и смещенности оценок параметров. В результате создается вычислительный итерационный алгоритм определения характеристик пластины на основе коррекции отбора из экспериментальных данных, извлеченных с помощью метода матричного пучка, и разделения мод, который сочетает точность первого подхода и скорость второго.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Кубанского научного фонда (проект № 20.1/118).

Упруго спиновые сдвиговые волны Флоке в периодической структуре

Атоян Л. А., Саакян С. Л.

Институт механики НАН Армении, Ереван

Как известно, в магнитоупорядоченных средах (например, ферромагнит) могут распространяться волны особой природы, называемые спиновыми (магнитными) волнами, и, поскольку существует связь между колебаниями спинов и колебаниями ионов кристаллической решетки, то спиновые волны должны сопровождаться упругими волнами и наоборот. Таким образом, в магнитоупорядоченных кристаллах должны распространяться не чисто спиновые и не чисто упругие, а связанные упруго спиновые (магнитоупругие) волны (УСВ). Этот эффект в физике называется магнон-фононным взаимодействием. В предлагаемой работе эта взаимосвязь учтена.

В последние годы большое внимание привлекают вопросы существования и распространения упруго спиновых волн, иногда называемых волнами Блоха — Флоке, в периодических структурах. При этом особый интерес вызывает то обстоятельство, что частотный спектр исследуемых волн разбивается на зоны пропускания и зоны запрета, т. е. весь спектр частот разбит на полосы, где волновой процесс возможен, и полосы умолчания, где нет волнового процесса. Именно это обстоятельство лежит в основе создания различных частотных фильтров и других устройств спинтроники.

Данная работа посвящена вопросам существования и распространения упруго спиновых волн в слоистой периодической структуре ферромагнит — диэлектрик, находящейся в постоянном магнитном поле. Задача решается с использованием уравнений, учитывающих взаимосвязь спиновых (магнитных) и упругих возмущений. К ним относятся: уравнение механического движения среды, линеаризованное уравнение Ландау — Лифшица, описывающее движение плотности магнитного момента в ферромагнитной среде, а также квазистатическое уравнение Максвелла для магнитного поля.

Ставится задача: на основе линеаризованных уравнений и соотношений, описывающих упруго спиновой волновой процесс в непроводящих периодических ферромагнитных средах, найти условия существования и распространения спиновых волн при соответствующих контактных условиях и при условиях типа Блоха — Флоке на границах ячейки периодичности рассматриваемой бесконечной структуры. Такие волны в литературе иногда называются квазипериодическими. Кроме этого исследуется вопрос существования так называемых запретных полос в спектре частот (band gaps), когда нет волнового процесса, распространяющегося в направлении перпендикулярном поверхностям слоёв, или имеющих нормальную компоненту волнового вектора. Из теории Флоке известно, что достаточно изучить волновой процесс только в одной ячейке периодичности бесконечной периодической структуры, чтобы иметь представление о волновом процессе во всей структуре, поэтому все поставленные выше задачи рассматриваются только в ячейке периодичности конструкции с граничными квазипериодическими условиями Флоке. Получено дисперсионное уравнение и найдены волновые поля в рассматриваемой конструкции.

Быстродействующий фотодетектор на основе наностержней ZnO

Бардакова Р. А.¹, Васильев А. С.¹, Каменцев А. С.²

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Были изучены структурные, оптические и электрические свойства массивов наностержней оксида цинка, выращенных с использованием карботермического синтеза на подложках из окисленного кремния (001). Данные стержни выполняли роль активного элемента прототипа фотодетектора. Сам прототип изготавливался в несколько этапов. Сначала с помощью импульсного лазерного напыления на поверхность окисленного кремния наносилась тонкая (100 нм) пленка ZnO. Затем с помощью комбинации методов прямой и обратной фотолитографии происходило формирование параллельных полос ZnO на поверхности подложки длиной около 4 мм, шириной 30 мкм и периодом 30 мкм. После этого с использованием импульсного лазерного напыления на полученную систему полос наносились наночастицы золота, которые выступали в роли катализатора для роста наностержней. Контакты к полученной структуре выполнялись с использованием серебряной пасты.

Исследования с помощью сканирующего электронного микроскопа показали, что пространство между полосами ZnO полностью заросло разориентированными наностержнями, тогда как на поверхности полос выросли наностержни с преимущественно вертикальной ориентацией. Полученные наностержни имели относительно малую концентрацию точечных дефектов и обладали высоким кристаллическим совершенством. Это подтвердилось при изучении рентгеновских спектров и спектров фотолюминесценции. Вольт-амперные характеристики прототипа обладали явно выраженной несимметричной диодной нелинейностью. Фотоотклик прототипа был измерен путем засвечивания образца галогеновой лампой. Из спектра лампы вырезались участки с помощью монохроматора МДР-2 и фиксировался отклик на каждом участке длин волн от 300 до 800 нм с шагом 20 нм. Для учёта влияния интенсивности на результаты измерений фотоотклик прототипа был нормирован относительно полного спектра используемой галогеновой лампы, полученного с помощью монохроматора-спектрографа SOLAR III. Полученная спектральная интенсивность прототипа показала преимущественно восходящий характер от 300 до 800 нм с ярко выраженным пиком в районе 340–380 нм. Далее было проведено исследование время разрешенного фотоотклика прототипа с использованием наносекундного лазера. Прототип показал высокую чувствительность к оптическому излучению и очень быстрый отклик на единичные наносекундные лазерные импульсы. Для уточнения и проверки воспроизводимости полученных результатов была изготовлена серия прототипов с различными сочетаниями полосок и стержней, исследовались окисленный кремний, тонкие пленки ZnO и наностержни ZnO. Также были исследованы различные варианты серебряных контактов, например, нанесенные импульсным лазерным методом. Полученные результаты объяснили нелинейное поведение ВАХ прототипов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 20-07-00637 А.

Несимметричные вращательные режимы течений жидкости при степенном охлаждении свободной границы

Батищев В. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В докладе изучается термокапиллярный эффект, приводящий к возникновению вращательных стационарных течений однородной жидкости в пограничном слое вблизи свободной границы. Эта граница неравномерно локально охлаждается по степенному закону от радиальной координаты. Перепад температуры на границе приводит к появлению поверхностных касательных напряжений, которые индуцируют термокапиллярное течение жидкости (эффект Марангони). При локальном неравномерном охлаждении свободной поверхности в результате бифуркации возникают вращательные режимы. Отметим, что в случае локального нагрева границы вращения не появляется. В работе показано, что при охлаждении границы по квадратичному закону от основного режима ответвляется пара осесимметричных вращательных режимов, а также бесконечное множество несимметричных режимов, которые представляют собой нелинейные азимутальные волны произвольной амплитуды и фазы. При охлаждении по степенному, но не квадратичному закону возникает только пара осесимметричных вращений жидкости.

Стационарное течение несжимаемой жидкости рассчитывается на основе системы уравнений Навье — Стокса и уравнения теплопроводности. Жидкость заполняет полубесконечное пространство, ограниченное сверху свободной границей, деформацией которой пренебрегают. Температура на свободной границе неравномерно распределена внутри круга и зависит только от радиальной координаты по степенному закону. В безразмерном виде уравнения Навье — Стокса содержат малый параметр перед старшими производными, что означает наличие пограничного слоя вблизи свободной границы. Вне пограничного слоя имеется внешний поток, скорость которого на свободной границе, также как и температура, зависит только от радиальной координаты по степенному закону. Внешнее течение считается незакрученным и удовлетворяет уравнениям Эйлера идеальной жидкости. Приводится главный член асимптотики поля скорости внешнего потока вблизи свободной поверхности. Численно рассчитаны «основные» режимы течений жидкости в пограничном слое, которые являются незакрученными (без вращения) и зависят от двух заданных параметров. Исследованы свойства этих режимов.

Вращательные режимы в пограничном слое рассчитаны численно. Показано, что эти режимы возникают в результате бифуркации незакрученных потоков в пограничном слое только при локальном охлаждении свободной границы. Бифуркационные значения скорости внешнего потока рассчитаны численно. В окрестности точек бифуркации построена асимптотика вторичных режимов. Показано, что в осесимметричном случае ответвляется только пара режимов вращения. При отсутствии симметрии возникает бесконечное число азимутальных волн, которые образуют двухпараметрическое семейство вторичных решений.

Модель коррекции миопии с использованием кольца MyoRing

Бауэр С. М.¹, Венатовская Л. А.¹, Терентьева А. Е.²

¹*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург*

²*Санкт-Петербургский филиал ФГУ МНТК «Микрохирургия глаза»,
Санкт-Петербург*

Принято считать, что лазерные операции по коррекции зрения приводят к значительному ослаблению прочностных свойств роговицы. В 2007 году была предложена новая технология, основанная на роговичной интрастромальной имплантации (CISIS) для коррекции слабой, средней и высокой степени миопии в сочетании с тонкой роговицей. При данном виде коррекции зрения, замкнутое кольцо MyoRing имплантируется в роговичный карман диаметром 9 мм, сформированный фемтосекундным лазером на глубину 300 микрон. Имплантат MyoRing способствует приданию роговице правильной формы и усиливает ее механические свойства. В работах офтальмологов отмечается, что преимуществом данной методики, является то, что она, не влияет на биомеханику роговицы — при имплантации кольца относительный состав ткани роговицы остается неизменным.

В работе представлена математическая модель, описывающая деформации роговицы в результате имплантации кольцевых имплантов разного размера. Корнеосклеральная оболочка глаза моделируется сопряженными сферическими сегментами переменной толщины с разными радиусами и разными упругими свойствами. Упругие свойства роговицы и склеры принимаются близкими к трансверсально-изотропному материалу. Материал кольца является изотропным, модуль Юнга изменяется от 1800 до 3100 МПа. Предполагается, что кольцо имплантируется на глубину 80% от исходной толщины роговицы. Диаметр кольца варьируется от 5.0 до 8.0 мм с шагом 1 мм, высота — от 200 до 400 микрон с шагом 20 микрон, толщина кольца — 0.5 мм. Решается осесимметричная двумерная задача. Рассматриваются большие деформации составной оболочки под действием внутриглазного давления 15 мм. рт. ст.

Численные расчеты показали, что кольцевые импланты MyoRing позволяют изменить профиль роговицы без хирургического воздействия на ее внешние или внутренние слои, как при коррекции миопии другими методами. На деформацию в центральной зоне роговицы наибольшее влияние оказывают диаметр кольца и глубина его имплантации. При диаметре имплантата 6–7 мм наблюдается наибольший прогиб роговицы в центральной части. Анализ напряженного состояния показал, что наибольшие напряжения возникают в самом кольце MyoRing, таким образом кольцо выступает в качестве дополнительного каркаса роговицы.

Об исследовании динамических характеристик сплошных и имеющих отверстия и включения предварительно напряженных неоднородных пластин

Богачев И. В., Недин Р. Д.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Одним из наиболее востребованных на практике направлений математического моделирования является создание адекватных моделей объектов, изготовленных из новых неоднородных материалов, с учетом их предварительно напряженно-деформированного состояния (ПНДС). Подобные материалы часто применяются в современной травматологии при изготовлении имплантатов и устройств реабилитации. К таким изделиям относятся перфорированные пластины, используемые в технологиях накостного остеосинтеза, когда для сращения костей необходимо соединение и фиксация обломков. Наиболее распространенным и функциональным является использование титановых пластин компрессионного типа, имеющих специальные отверстия по всей длине. Они позволяют фиксировать головки винтов в пластине, которые в свою очередь вводятся в костную ткань отломков, обеспечивая максимальную фиксацию и компрессию. В таких пластинах могут образовываться неоднородные поля предварительных напряжений (ПН), достигающие значительного уровня и влияющие на динамические характеристики. В связи с этим интерес представляет разработка моделей неоднородных пластин с ПН как сплошных, так и имеющих отверстия и включения, для анализа их напряженно-деформированного состояния при различных воздействиях. Также весьма актуальной является задача построения методик идентификации характеристик этих пластин и полей ПН в них с помощью неразрушающих акустических подходов. Для ее решения необходимо проведение анализа чувствительности акустического отклика к изменению двумерных законов распределения механических свойств пластин и ПН различных типов и последующий выбор наиболее эффективных режимов зондирования.

В данном докладе представлено моделирование колебаний сплошных и имеющих отверстия и включения неоднородных пластин с учетом ПН. Свойства пластин и компоненты ПН в рассматриваемой плоской постановке считались функциями двух координат. Для формулировки задач об установившихся планарных колебаниях рассматриваемых пластин использована общая линейризованная постановка задачи о колебаниях тела с ПНДС. Предложенная модель позволяет задавать ПН как в аналитическом виде, так и в численном — как результат решения соответствующей задачи статики, в которой ПН возникают в результате приложения некоторой начальной нагрузки. Для реализации конечно-элементного подхода решения задач в пакете FreeFem++ сформулирована их слабая постановка. Проведен комплексный анализ и предложена методика оценки влияния ПН на динамические характеристики при различных видах нагружения с целью выявления наиболее чувствительных к изменению ПН режимов зондирования, частотных диапазонов и областей считывания отклика для каждой из пластин.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>), в Южном федеральном университете.

Реконструкция формы невыпуклых препятствий в двумерной акустической среде методами дифференциальной геометрии с применением кругового сканирования короткими волнами

Боев Н. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Методами геометрической теории дифракции в приближении дальнего поля получены явные выражения давления в обратно отраженных волнах от контуров 2D препятствий. Прикладное значение этого результата состоит в том, что при обнаружении и реконструкции формы препятствий в акустических средах используется озвучивание высокочастотными акустическими волнами в эхо-режиме. Такой вид сканирования позволяет получить в любом направлении время прохождения отраженного эхо-сигнала и его амплитуду. Такие данные составляют основу метода реконструкции препятствий сложной невыпуклой формы.

Рассматривается реконструкция односвязных 2D областей с негладким граничным контуром положительной кривизны, имеющим конечное число угловых точек, угол раствора которых больше прямого.

Алгоритм реконструкции препятствия состоит в следующем. Будем считать, что при круговом облучении границы в эхо-режиме известными являются время прихода отраженного импульса и вещественная амплитуда отраженной волны. Знание времени прихода полностью определяет выпуклую оболочку границы объекта, которая является огибающей найденного семейства касательных. Декартовы координаты точек граничного контура выписываются на основе известных соотношений дифференциальной геометрии. Для определения дуг внутренней части контура привлекается комплексная амплитуда отраженной волны. Для восстановления каждой из этих дуг используется натуральное уравнение кривой, на основе которого отфильтровывается низкочастотная составляющая амплитуды и по ней определяются декартовы координаты точек дуги.

Численные эксперименты показали, что этот естественный путь фильтрации обеспечивает более точную реконструкцию по сравнению со многими другими известными методами. Разработанный алгоритм был применен для реконструкции областей, как принадлежащих рассматриваемому классу (реконструкция препятствия в виде пары пересекающихся кругов), так и не принадлежащих этому классу (реконструкция препятствия в виде пары касающихся кругов и в виде трехлепестковой розы). Во всех указанных случаях реконструкция осуществлена с высокой точностью, которая увеличивается с ростом частоты.

Приближенное аналитическое решение задачи о разогретом электроде на поверхности упругого полупространства с ФГМ покрытием

Васильев А. С., Волков С. С.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается термоэластостатическая задача о разогретом электроде на поверхности упругого полупространства с функционально-градиентным покрытием, свойства которого изменяются с глубиной покрытия по произвольным (непрерывно-дифференцируемым или кусочно-постоянным) независимым законам. На поверхности покрытия расположен круговой электрод. Между электродом и нижней границей подложки задана разность потенциалов, которая приводит к электроупругой деформации полупространства. Помимо этого, электрод разогревается до некоторой заданной постоянной температуры. Вне электрода поверхность покрытия изолирована. Вся поверхность покрытия свободна от внешней механической нагрузки. С использованием техники интегральных преобразований задача сведена к решению системы парных интегральных уравнений. В качестве неизвестных функций выступают трансформанты Ханкеля электрической индукции и теплового потока на поверхности. Проведен анализ функций податливости (трансформант ядер интегральных уравнений) и выявлены их асимптотические свойства в случае однородных и функционально-градиентных покрытий¹. Показано, что функция податливости, возникающая в задачах с одновременной температурной и электрической нагрузкой, отличается по свойствам от двух других, что приводит к трудностям при построении решений интегральных уравнений. Для построения приближенного аналитического решения системы парных интегральных уравнений трансформанты ядер аппроксимируются произведением дробно-квадратичных функций². Из первого интегрального уравнения найдена трансформанта теплового потока, затем после подстановки ее во второе интегральное уравнение, найдена трансформанта электрической индукции. Радиальные и нормальные механические смещения, электрический потенциал и температура на поверхности представлены в виде квадратур. После аналитических преобразований формулы приведены к удобному для расчетов виду, где часть квадратур найдена в аналитике, часть сведена к конечному интервалу. Итоговые формулы представляют собой сумму трех слагаемых — первое описывает смещения, которые вызывает тепловой разогрев, второе — разность потенциалов и пьезоэлектрический эффект, третье слагаемое соответствует одновременному теплоэлектрическому воздействию. Каждое из этих слагаемых представляет собой сумму двух величин, первая из которых соответствует однородному полупространству без покрытия, а вторая описывает дополнительный вклад, определяемый наличием покрытия.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-19-00444, <https://rscf.ru/project/19-19-00444/>).

¹Васильев А.С. Функции податливости электромагнитупругой пьезоэлектрической пьезомагнитной полуплоскости и полупространства с функционально-градиентным или слоистым покрытием // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 23(3). С. 475–496.

²Васильев А.С., Волков С.С., Айзикович С.М. Приближённое аналитическое решение задачи о вдавливании проводящего штампа в электроупругое полупространство с неоднородным покрытием // Доклады академии наук. 2018. Т. 478, № 1. С. 1–6.

О задачах эластографии мягких тканей

Ватульян А. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Эластография как способ оценки упругости мягких тканей стала использоваться относительно недавно. Первый аппарат, предназначенный для этого, был введен в эксплуатацию в 2002 г. и основан на ультразвуковом зондировании исследуемой области и измерении полей (смещений, деформаций) внутри объекта. Первоначально оценка производилась с учетом предварительной компрессии и позволяла дать сравнительную оценку модулей упругости участков исследуемой области. Результаты выводились на экран с помощью картирования в оттенках серого или цвете. Преобразование данных смещения в карту любого из свойств мягкой ткани основано на математических алгоритмах инверсии. Используемая методика имела ряд недостатков, в первую очередь, связанных с оценкой степени компрессии, давала большой разброс измеряемых характеристик, и поэтому в более поздних вариантах аппаратуры (начиная с 2003 г.) начал использоваться метод «эластографии сдвиговых волн». Суть его состоит в возбуждении сдвиговых волн, преобладающих в мягких тканях, и измерении их скоростей внутри исследуемого объекта, что позволяло на основе простой зависимости между скоростью, плотностью и модулем Юнга (в рамках модели несжимаемой упругой среды) оценить модуль Юнга. Этот метод начал интенсивно использоваться различными производителями ультразвукового оборудования, и одним из первых стал аппарат FibroScan для диагностики тканей печени, который успешно используется в практической диагностике и сейчас. В настоящее время при оценке состояния тканей печени в медицинской диагностике имеется всего лишь три диапазона оценок для модуля упругости, по этому показателю делается вывод об отсутствии патологии или ее наличии и ее степени. Заметим, что локальные поля смещений в современных диагностических аппаратах описывались при помощи решений уравнения Гельмгольца. Соответственно, уточнение модели позволит дать более точную оценку модуля и плотности и учесть их изменение внутри предметной области. Для уточнения оценок свойств тканей в работе использована модель несжимаемой упругой среды с переменными характеристиками — модулем сдвига и плотностью. Сформулирована соответствующая краевая задача для оператора второго порядка с переменными коэффициентами, на базе которой исследованы две обратные задачи (по восстановлению переменного модуля сдвига при известной плотности и восстановлению двух переменных характеристик по измеренному внутри области измерений полю деформаций), причем для возбуждения волновых процессов использован один из наиболее употребительных способов (сдвиговые колебания поверхности либо фокусированный ультразвуковой пучок). Представлен способ сведения ОЗ к интегральному уравнению Фредгольма первого рода с непрерывным ядром, которое решается с помощью метода регуляризации А. Н. Тихонова, изучены вопросы единственности. Кроме того, для уточнения модели и учета реального затухания в мягких тканях использована подобная постановка для оператора второго порядка с переменными комплексными коэффициентами в рамках концепции комплексных модулей, которая исследована в рамках описанного выше подхода.

О колебаниях балки из функционально-градиентного материала с учетом затухания

Ватульян А. О., Варченко А. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Для исследования характеристик неоднородных материалов и совершенствования моделей их деформирования, в частности, с учетом затухания, необходима разработка различных методов идентификации их свойств, основанных на моделях линейной неоднородной вязкоупругости. В настоящем исследовании рассмотрены колебания консольно-закрепленной неоднородной вязкоупругой балки, колебания которой вызываются сосредоточенным на конце осциллирующим во времени моментом. Исследование колебаний проведено в рамках моделей Эйлера — Бернулли и Тимошенко. Для формирования краевых задач с учетом затухания использована модель стандартного вязкоупругого тела и принцип соответствия. Уравнение колебаний балки и граничные условия в рамках рассматриваемых моделей приведены к безразмерному виду, а для решения соответствующей краевой задачи для оператора 4-го порядка осуществлено сведение к канонической системе дифференциальных уравнений с комплексными переменными коэффициентами. Сформулированы и решены две вспомогательные задачи Коши, а для решения основной задачи использован метод пристрелки.

Произведен асимптотический анализ задачи в низкочастотной области на основе метода возмущений, который показал, что в низкочастотном случае модель Тимошенко вырождается в модель Эйлера — Бернулли и для неоднородных балок, а главные члены асимптотических разложений в изучаемых моделях совпадают независимо от законов неоднородности.

Асимптотический анализ задачи в окрестности резонансов для модели Эйлера — Бернулли показал смещение полюса резольвенты в верхнюю полуплоскость в вязкоупругом случае по отношению к упругому.

Численная реализация представленного подхода осуществлена в пакете Maple. В ходе вычислительных экспериментов были получены графики амплитудно-частотных зависимостей для разных моделей. При помощи метода половинного деления найдены приближенные значения резонансов в упругом и вязкоупругом случаях, которые для модели Тимошенко в упругом случае немного меньше, чем для модели Эйлера — Бернулли. Изучено влияние безразмерного времени релаксации на резонансы. Выявлено, что при увеличении времени релаксации значения резонансов сдвигаются вправо. Рассчитаны амплитудно-частотные характеристики для различных законов неоднородности, изучено движение резонансных частот для каждого из законов неоднородности, проведен их сравнительный анализ в зависимости от модели.

Исследование выполнено при частичной поддержке гранта Российского научного фонда № 22-11-00265.

Контакт двух тел с учетом смазки, моделируемой неньютоновской жидкостью с реологией Гезекуса

Волков С. С.¹, Кудиш И. И.², Кароткиян Р. В.¹

¹*Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

²*SME Fellow, ILRIMA Consulting LLC, ILRIMA Co*

Известно, что применение смазок в узлах трения (подшипники, шестерни, подвижные элементы двигателей машин и коробок передач и др.) приводит к снижению трения и, как следствие, увеличению ресурса работы, что влечет общее снижение энергозатрат. Содержание в составе смазок различного рода полимерных добавок, регулирующих вязкость, термоустойчивость и другие характеристики смазки, приводит к тому, что такие смазки ведут себя как существенно неньютоновские жидкости. Ввиду этого для создания эффективных математических моделей, описывающих работу узлов трения с подобными смазками, приходится использовать различного рода сложные неньютоновские реологические соотношения, описывающие поведение смазочных жидкостей. Такие соотношения используются также для описания различного рода течения жидкостей, в том числе и крови в организме.

В настоящей работе дана постановка и получено приближенное аналитическое решение гидродинамической задачи для случая контакта двух тел в условиях поступления полимерсодержащей смазки в контакт. В качестве смазки выступает неньютоновская жидкость с реологией Гезекуса. Жидкости, описываемые реологией Гезекуса, позволяют корректно описывать поведение реальных смазочных материалов при низких и высоких сдвиговых напряжениях. Данная реология учитывает влияние полимерных присадок и растворителя на трибологические характеристики контакта (давление, сила трения, потеря энергии и др.). Для решения поставленной задачи был использован метод возмущений по малому параметру, характеризующему отношение толщины зазора на входе смазки в контакт к ширине контакта. Учтены первые три компонента асимптотического разложения в методе возмущений. Получены аналитические выражения компонент тензора напряжений и вектора линейных скоростей. Впервые получено аналитическое решение поставленной задачи, учитывающее конвективные члены реологических соотношений Гезекуса и уравнений движения. Для нахождения давления построены три уравнения Рейнольдса, решение которых сводится к решению краевых задач для дифференциальных уравнений относительно неизвестных компонент давления. Решение данных дифференциальных уравнений получено аналитически. Также получены аналитические представления силы трения и потери энергии. Проведен численный анализ влияния основных параметров задачи (время релаксации, мобильный фактор, вязкость полимера и растворителя и др.) на давление, силу трения и потерю энергии. Также проанализировано влияние параметра, характеризующего геометрию контакта, на исследуемые характеристики.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства РФ № 14.Z50.31.0046.

Термоупругие эффекты в эластомерах

Волокитин Г. И.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Изучается один из способов построения уравнения состояния, в котором учтены термоупругие свойства резины. Предполагается отсутствие какого-либо гистерезиса. Термоупругие свойства резины непохожи на свойства традиционных материалов: резиновая полоска при быстром достаточно значительном растяжении нагревается. При небольших деформациях резина, как и остальные материалы, ведет себя обычным образом. Т. е. для эластомеров имеет место температурная инверсия. Если нагруженный образец из резины нагреть, то наблюдается его укорачивание (эффект Гафа — Джоуля). Известно большое число одномерных соотношений как с учетом сжимаемости материала, так и без ее учета при описании опытов на растяжение стержней. Однако, отсутствие общих уравнений состояния сдерживает расчеты для высокоэластичных тел в термоупругой постановке.

Упругие свойства некоторых сортов резины удовлетворительно можно описать законом состояния Муни. Причем предполагается внутреннее ограничение — несжимаемость материала. Обобщая потенциал Муни изотермической теории, предлагается не отказываться от условия внутренней связи, а модифицировать несжимаемость уравнением внутренней связи — соотношением, выражающим температурную сжимаемость материала:

$$W = C_1(1 + m\theta + \theta/T_0)(I_1 - 3) + C_2(1 + n\theta)(I_2 - 3) + \psi(\theta).$$

Здесь W — плотность изменения свободной энергии, T_0 — абсолютная температура тела в начальном состоянии, θ — изменение температуры, I_1, I_2 — первые два главных инварианта меры деформации, C_1, C_2 — модули упругости Муни, m, n — термомеханические константы. Они связаны условием $mC_1 + nC_2 = 0$. Слагаемое $\psi(\theta)$ учитывает тепло, которое не затрачено на деформирование. В сравнении с потенциалом Муни введена еще одна независимая термомеханическая константа. Она определяется из диаграммы растяжения высокоэластичного стержня. Как и в изотермическом случае, предполагается использование уравнения внутренней связи: $I_3 = 1 + 3\alpha\theta$. С помощью метода множителей Лагранжа изучение материала с термомеханическими ограничениями сводится к рассмотрению обычных термоупругих тел.

Опираясь на экспериментальные данные, были найдены значения термоупругих модулей, которые использовались далее при решении задачи адиабатического растяжения стержня. Полученное решение подтверждает, что предложенный выше закон состояния позволяет описывать термоупругую инверсию.

Используя метод наложения малой деформации на конечную, получено выражение добавочного осевого смещения нагруженного стержня при нагреве. В зависимости от величины растяжения приведенный тепловой коэффициент линейного расширения может принимать как положительные, так и отрицательные значения (при больших растяжениях). Это означает пригодность предложенного выражения свободной энергии для описания эффекта Гафа — Джоуля.

О несимметричных формах равновесия круглых пластин

Воронкова Е. Б., Бауэр С. М., Семенов Б. Н.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

В работе рассматривается задача о потере осесимметричной формы равновесия круглой пластиной, нагруженной нормальным давлением, при условии шарнирного опирания края пластины и при скользящей заделке края. Задача решается аналитически и с использованием метода конечных элементов в пакете ANSYS.

Вопрос о существовании несимметричных решений у симметрично нагруженной круглой пластины был впервые рассмотрен Пановым Д. Ю. и Феодосьевым В. И. в работе 1948 г. Задача решалась методом Галеркина, а принятая форма прогибов задавалась функциями с одним неизвестным параметром и недостаточно точно описывала большие осесимметричные прогибы пластины в докритическом состоянии, поэтому полученные результаты существенно отличались от более поздних результатов других авторов (Cheo L. S. & Reiss E. L., Coman D.).

Схема аналитического подхода к решению задачи аналогична, изложенной в работах Huang N. C., Cheo L. S. После разделения переменных исходная система уравнений распадается на две: нелинейную для нахождения симметричного решения и линейную систему уравнений относительно функций, описывающих закритическое состояние пластины.

Для исследования устойчивости симметричной формы равновесия круглой пластины методом конечных элементов в пакете ANSYS во всех внутренних узлах пластины случайным образом задавались незначительные несовершенства, заключающиеся в том, что узлы могут выходить из плоскости пластины. Далее определились значения давления, при которых наблюдался быстрый локализованный рост прогибов при незначительном увеличении давления, т. е. потеря устойчивости деформирования.

Для случая скользящей заделки получено решение, соответствующее форме потери устойчивости с образованием $n = 14$ волнам по краю пластины, которое согласуется с решением, найденным с помощью аналитического подхода.

При условии шарнирного опирания потеря устойчивости происходит при нагрузке, превосходящей критическое давление при скользящей заделке более, чем в 4 раза, и с образованием меньшего числа волн. Следует отметить, что в этом случае численное решение, основанное на аналитическом подходе, получить не удалось, но при достижении нагрузкой значения, близкого к критическому (по ANSYS), зона сжимающих напряжений перестаёт сужаться, и это можно считать признаком достижения критического значения.

Трудности с получением численного решения на основе аналитического подхода по всей видимости связаны с необходимостью более точного описания напряженно-деформированного докритического состояния пластины, чем даёт в этом случае теория пологих оболочек.

Работа выполнена с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Обсерватория экологической безопасности».

Исследование параметров ходьбы человека при помощи системы
комплексной оценки двигательных функций
«Биомеханика Биокиннект»

Герегей А. М.¹, Никифорок А. И.¹, Сотин А. В.², Усынина Ю. А.¹,
Шитова Е. С.¹

¹НИИ медицины труда им. акад. Н.Ф. Измерова, Москва

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь

Технологии регистрации биомеханических параметров движений человека активно используются в лечении и реабилитации пациентов с заболеваниями опорно-двигательного аппарата¹. В настоящее время ведутся исследовательские работы по изучению возможности применения систем «захвата движений» для анализа походки человека, так как зачастую именно ее восстановление является первостепенной задачей для специалистов реабилитационного профиля². Преимуществами систем «захвата движений» являются: мобильность, простота проведения методик, а также возможность одновременного использования с другими видами диагностического или реабилитационного оборудования. Целью данного исследования явилось изучение возможности использования системы «захвата движений», основанной на работе инерциальных датчиков, для измерения временных характеристик опорной и переносной фаз шага при ходьбе.

В исследовании принимали участие 14 здоровых добровольцев мужского и женского пола. В спортивной обуви и удобной форме одежды они на протяжении трех минут ходили на беговой дорожке «h-p-cosmos Pulsar» (Германия) со скоростью 1 км/ч, 2 км/ч и 3 км/ч. Регистрацию временных характеристик ходьбы осуществляли при помощи системы для комплексной оценки двигательных функций «Биомеханика Биокиннект» (Россия). Семь датчиков системы «захвата движений» крепились к телу человека с помощью эластичных лент в области крестца, нижней трети бедра, над голеностопным суставом и в области тыльной поверхности стопы справа и слева.

В результате обработки полученных экспериментальных данных были рассчитаны средние значения временных характеристик опорной и переносной фазы двойного шага. Сравнительный анализ результатов собственных исследований с данными других авторов (Витензон А. С. и соавт., 2005; Скворцов Д. В., 2007; Шевцов В. И. и соавт., 2007; Долганов Д. В. и соавт., 2008; Воронцова О. И. и соавт., 2017; Эрлз Д., 2020) позволил сделать вывод, что значения показателей, характеризующих продолжительность опорной и переносной фаз шага при ходьбе, зависят от типа используемого оборудования, что необходимо учитывать при планировании проведения экспериментальных исследований и интерпретации полученных результатов.

¹Kobsar D., Masood Z., Khan H., Khalil N., Kiwan M. Y., Ridd S., Tobis M. Wearable Inertial Sensors for Gait Analysis in Adults with Osteoarthritis-A Scoping Review // Sensors (Basel). 2020. V. 20, № 24. DOI: 10.3390/s20247143.

²Ismailidis P., Nuesch C., Kaufmann M., Clauss M., Pagenstert G., Eckardt A., Ilchmann T., Mundermann A. Measuring gait kinematics in patients with severe hip osteoarthritis using wearable sensors // Gait Posture. 2020. V. 81. P. 49–55. DOI: 10.1016/j.gaitpost.2020.07.004.

Алгоритм описания структуры вихревой конфигурации по информации о поле скорости течения

Говорухин В. Н.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассматривается плоское течение жидкости, для которого известна скорость течения в конечном наборе точек. Требуется построить приближение поля скорости во всей области течения, определить структуру вихревой конфигурации. Для описания структуры течения в представленной работе используются модельные системы. Системы точечных вихрей в некоторых случаях хорошо моделируют динамику плоских течений. Система K вихрей в каждый момент времени определяет скорость в любой точке плоскости. Альтернативным подходом является описание вихревой структуры с помощью набора из K распределенных вихревых пятен и поиска определяемого ими поля скорости течения. В докладе показано, что использование модельных систем позволяет качественно описать структуру вихревой конфигурации.

Будем считать, что данные о скорости течения приближаются модельным векторным полем. Для оценки близости двух векторов можно использовать нормированное расстояние между векторами и угол между ними. При совпадении векторов обе величины равны нулю и положительны в противном случае. Для сравнения полей из N векторов (поля течения и модельной системы) определим величину S — сумму расстояний и углов векторов двух наборов в одних точках с весовыми коэффициентами. $S = 0$ будет означать совпадение двух полей, а значит, течение описывается модельной системой. При различии полей $S \neq 0$, можно предположить, что поля «близки» при достижении минимума S в пространстве параметров модельной конфигурации. Эти положения вместе с методами безусловной минимизации являются основой предлагаемого алгоритма. Для анализа можно рассматривать системы при $K = 1, 2, \dots$ до качественного установления результатов. Другим подходом является разбиение области течения на ячейки и анализ для $K = 1$ в каждой из них. В результате могут быть оценены центры вихревых пятен, их расположение и интенсивность.

С использованием алгоритма проведены тестовые численные эксперименты для идентификации одного вихревого пятна. Во всех рассмотренных случаях метод продемонстрировал эффективную сходимость. В случае исходного набора векторов, порождённого одним точечным вихрем, алгоритм сходился к точному решению, а при случайном возмущении набора — к близким к нему значениям.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (РФФИ), проект № 19-29-06013.

Гибридный метод для моделирования распространения волн в ламинатах с ударными повреждениями

Голуб М. В.

Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет, Краснодар

Слоистые композитные материалы находят все более широкое применение в самых разных отраслях, где они позволяют повысить прочностные характеристики. Такие материалы нередко оказываются достаточно хрупкими, а повреждения в них могут появляться даже при достаточно слабых ударных нагрузках. В результате различных ударных нагрузок возникают поврежденные области, которые представляют собой массив отслоений, расположенных друг над другом на границах между различными композитными слоями. В этом случае ультразвуковые методы являются одними из наиболее эффективных для оценки поврежденности, поскольку характеристики упругих волн напрямую связаны с механическими свойствами материала.

В данном исследовании представлен гибридный подход к моделированию процессов возбуждения, распространения и рассеяния упругих волн в многослойных ламинатах с внутренними расслоениями, а также при наличии нескольких пьезоэлектрических преобразователей и/или других поверхностных препятствий. Гибридный подход основан на методе спектральных элементов в частотной области, который применяется для дискретизации областей сложной формы (в том числе и для учета загнутых электродов) и методе граничных интегральных уравнений, который используется для моделирования распространения волн в протяженном многослойном волноводе с набором интерфейсных отслоений. Вариационная формулировка основных уравнений в методе спектральных элементов, применяемом для поверхностных неоднородностей, записывается и дискретизируется с использованием интерполяционных полиномов Лагранжа на узлах Гаусса — Лежандра — Лобатто. Решение в слоистом волноводе с множественными отслоениями строится с помощью метода граничных интегральных уравнений и представляется в виде суперпозиции волновых полей, рассеянных всеми неоднородностями (расслоениями и поверхностными препятствиями, такими как пьезоэлектрические актуаторы и сенсоры). Обсуждается эффективность и точность метода, а также проводится сравнение с другими численными методами. С помощью разработанного полуналитического гибридного подхода исследуются спектральные свойства, коэффициенты прохождения и отражения, а также влияние параметров повреждения на данные, получаемые с помощью пьезоэлектрических сенсоров.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 21-51-53014).

Исследование неоднородных механических напряжений в аорте
Данио-рерио и их роли в производстве гемопоэтических стволовых
клеток

Голушко И. Ю., Чалин Д. В.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Трансплантация гемопоэтических стволовых клеток (ГСК) — процедура также известная как пересадка костного мозга — позволяет бороться с такими видами заболеваний крови как миелома, лимфома, лейкемия, апластическая анемия и миелодисплазия. До сих пор методы получения ГСК *in vitro* остаются весьма несовершенными и не позволяют массово производить клетки для пересадки. Первые ГСК в организме позвоночных образуются из эндотелиальных клеток, формирующих эмбриональную аорту в ходе так называемого эндотелиально-гемопоэтического перехода (ЭГП). Он был открыт в 2010 году в организме Данио-рерио, но при этом протекает схожим образом у всех позвоночных.

Дорсальная аорта (ДА) эмбриона Данио-рерио состоит из одного слоя эндотелиальных клеток. Процесс ЭГП начинается около 24 часов после оплодотворения (ч.п.о.) и заканчивается к 65 ч.п.о. Во время ЭГП форма прямого кругового цилиндра, которую имеет аорта до начала процесса, значительно изменяется. В период примерно с 40 ч.п.о. по 55 ч.п.о. в вентральной области ДА, вдоль ее главной оси возникает характерная гофрировка. В этот же период интенсивность производства стволовых клеток достигает своего максимума.

Используя методы математического моделирования, мы исследуем физические механизмы, которые приводят к изменению формы аорты Данио-рерио во время основной волны производства гемопоэтических стволовых клеток. Предлагаемая модель дорсальной аорты учитывает влияние тканей, окружающих аорту, гидростатическое давление крови и неоднородные механические напряжения, возникающие в результате роста и миграции эндотелиальных клеток в вентральную область сосуда. Основываясь на сравнении результатов численного моделирования и микрофотографий эмбриональной аорты, мы утверждаем, что увеличение механических напряжений в вентральном регионе аорты в ходе ее развития приводит к потери устойчивости сосуда и формированию характерного периодического паттерна, сохраняющегося на протяжении основной волны производства стволовых клеток. Развитый теоретический подход также проясняет, как неоднородные механические свойства сосуда могут приводить к различию в механических стимулах, которые испытывают клетки в разных частях аорты и контролируют экспрессию генов, способствуют производству ГСК.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-72-00164 «Роль механических напряжений в процессе превращения эндотелиальных клеток в стволовые на примере эмбриона Данио-рерио»).

Основы инженерной методики расчетной оценки функционально-механических характеристик эндоваскулярных стентов

Дашевский И. Н.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Представлена методология инженерного подхода к оценке основных функционально-механических характеристик внутрисосудистых (в том числе биорезорбируемых) стентов. Предложенный подход позволяет выявить общие закономерности данного типа конструкций, что необходимо для анализа и выбора сочетания материала и конструкции стента.

Проведено обсуждение и обоснование перечня основных функционально-механических требований к внутрисосудистым стентам. Разработана инженерная механическая модель поведения стента при его раскрытии и последующей упругой отдаче (рекойл). Методами сопротивления материалов получена оценочная формула для величины рекойла, позволяющая от функциональных требований к стенту перейти к требованиям на механические свойства используемого материала и геометрические характеристики элементов стента. Рекойл оказался пропорциональным отношению предела текучести к модулю Юнга материала стента и квадрату отношения длины страты элементарной ячейки стента к ее ширине. Поскольку жесткость (модуль Юнга) биodeградируемых полимерных материалов, таких как валерат, PLLA и т. п., примерно в 100 раз меньше жесткости металлов типа Сталь 316L, то, согласно проведенным оценкам, страты у стентов аналогичного дизайна из полимеров должны быть шире и короче, чем у металлов. Отношение длины страты к ее ширине не должно превышать 4–5 (что и наблюдается в стентах BVS из PLLA компании Abbott). Параллельный путь — модификация механических свойств полимеров с целью уменьшения предела текучести и увеличения жесткости. К примеру, согласно инженерным оценкам, материал для стента с дизайном Absorb компании Abbott должен иметь большие предельные деформации до разрушения порядка 20–50% (чтобы обеспечить максимальную раскрываемость и дораскрываемость стента); достаточно большой предел текучести не менее 30 МПа; отношение жесткости к пределу текучести не менее 50 (для уменьшения рекойла). Дана оценка пригодности по этим критериям некоторых типовых биорезорбируемых материалов. На механические характеристики стента существенно влияют геометрические параметры его страт (их длина, ширина, толщина, радиус сопряжения), а также диаметр стента в рабочем положении. Если при испытаниях стентов из имеющихся материалов оказывается, что их механические свойства неудовлетворительны, можно, руководствуясь полученными формулами, попытаться улучшить эти свойства вариацией указанных геометрических параметров. В то же время некоторые функционально-механические требования (например, по продольному укорочению) могут быть удовлетворены путем частичной корректировки исходного дизайна.

Исследование проводилось по теме государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4).

Конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния эндопротеза тазобедренного сустава при ходьбе

Дмитрюк А. Ю., Маслов Л. Б.

Ивановский государственный энергетический университет, Иваново

Благодаря эволюции современных персональных компьютеров, цифровое проектирование приобрело большое значение в биомеханических исследованиях. В современной ортопедии уже разработано множество подходов для анализа напряженно-деформированного состояния стандартного эндопротеза тазобедренного сустава. Однако исследования, направленные на изучение биомеханического поведения индивидуальных имплантатов, появились сравнительно недавно и являются весьма актуальным вопросом для исследователей-медиков. При этом одной из фундаментальных задач ортопедической биомеханики является анализ влияния сложных условий нагружения на поведение тазобедренного сустава, с которыми человек сталкивается ежедневно.

Данная работа посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния биомеханической системы, образованной эндопротезом тазобедренного сустава и костями тазовой области человека при ходьбе. При проектировании используется подход, основанный на механике сплошной среды и предполагающий анализ напряжений и деформаций в костях, суставах и несущих имплантатах. Для численного решения данной группы задач, возникающих в ортопедической биомеханике, более предпочтительным является конечно-элементный анализ (КЭ).

В рамках решения проблемы были рассмотрены особенности создания конечно-элементных моделей костей таза и индивидуального эндопротеза на основе исходных геометрических моделей, полученных из ФГБУ «НМИЦ травматологии и ортопедии имени Р. Р. Вредена», г. Санкт-Петербург. Модель имплантата заменила собой первичный протез, утраченный вследствие развития нестабильности вертлужного компонента.

На биомеханическую систему наложены граничные условия и заданы области контактного взаимодействия. Цикл ходьбы разделен на десять равных периодов. Величины сил реакций тазобедренного сустава для характерных точек рассчитаны на основе материалов программы НР98.

Проведенная серия расчетов показала, что винты и эндопротез имеют достаточный запас прочности, в костной же ткани можно ожидать локальные микроразрушения в зоне ее контактов с винтами. При проведении операции стоит акцентировать внимание на скреплении имплантата с костной тканью, с целью избежания нежелательного разрушения кортикального слоя вокруг отверстий. По результатам анализа можно сделать рекомендацию об исключении определенных винтов, поскольку ни винты, ни отверстия под них не испытывают сильных нагрузок.

Оценка кровотока на экспериментальном стенде

Доль А. В., Иванов Д. В.

*Саратовский национальный исследовательский государственный университет
имени Н.Г. Чернышевского, Саратов*

Экспериментальные установки могут использоваться для моделирования течения крови по сосудам и оценки особенностей кровотока в зависимости от характеристик исследуемой жидкости, геометрии артерии, а также параметров сердечного ритма. Еще они могут применяться для верификации результатов численного моделирования, исследования искусственных элементов сердечно-сосудистой системы. Сегодня в таких установках в качестве расходомеров часто используют ультразвуковые приборы, которые обладают высокой точностью и не оказывают влияние на течение исследуемой жидкости, но имеют довольно высокую стоимость, а также сложно интегрируются в программно-аппаратные платформы для обработки результатов экспериментов. Их крыльчатые аналоги имеют низкую стоимость и подготовлены для работы в составе программно-аппаратных платформ типа Arduino. Они вместе с другими управляемыми устройствами (клапаны, датчики давления) могут применяться для разработки экспериментальных стендов для моделирования динамики кровотока в научных и образовательных целях.

При разработке стендов встает задача выбора и калибровки расходомеров, которые используются для измерения кровотоков на входе в сосуд и на его выходах. Стоимость крыльчатых расходомеров существенно ниже ультразвуковых аналогов, но их показания могут быть недостоверными из-за высокого гидравлического сопротивления.

В данной работе были исследованы крыльчатые расходомеры модели YF-S401 (Китай). Проведена калибровка, выполнено численное моделирование вращения крыльчатки под действием потока протекающей через него воды, проведена модернизация, а также рассчитаны их гидравлические сопротивления до и после модернизации.

Расходомеры были использованы в экспериментальном стенде, в основе которого лежит насос, имитирующий работу сердца человека. На стенде были измерены объемные кровотоки на входе в модель сонной артерии со стенозом и на выходах из внутренней и наружной сонной артерий. Измеренные значения сравнивались с аналогичными характеристиками, полученными с помощью численного моделирования.

Выявлено, что для использования расходомеров в экспериментальном стенде по изучению динамики кровотока необходима их модернизация. Модернизация заключалась в увеличении диаметра входного отверстия. После модернизации результаты численного моделирования и показания расходомеров стали различаться не более чем на 13%.

Разработана программа, позволяющая в автоматизированном виде собирать данные о кровотоках с крыльчатых расходомеров.

Собранный на основе насоса, моделирующего работу сердца, и крыльчатых расходомеров экспериментальный стенд может быть применен для оценки кровотоков по моделям крупных сосудов человека.

К исследованию одной обратной коэффициентной задачи для неоднородной пластины

Дударев В. В., Мнухин Р. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Многие биологические ткани по своей структуре являются неоднородными. Для исследования поведения таких тканей при некоторых допущениях можно использовать модель линейно-упругого изотропного тела. При этом для учета неоднородности параметры материала принимаются переменными по пространственным координатам.

При рассмотрении некоторых реальных объектов используется модель пластины. В настоящей работе исследуется задача об установившихся продольных планарных колебаниях упругой неоднородной пластины. В общем случае переменных характеристик решение этой задачи может быть получено только численно. Решение было построено методом конечных элементов, реализованным в пакете FlexPDE. Его среда разработки позволяет в явном виде задавать геометрию объекта, дифференциальные уравнения колебаний, граничные условия для напряжений и перемещений, а также законы изменения переменных характеристик. Рассмотрены различные типы граничных условий. В качестве функций, описывающих изменение параметров Ламе и плотности, использованы степенные и экспоненциальные законы, представленные в современной литературе. На основе составленных программ проведена серия вычислительных экспериментов для анализа влияния отдельных параметров на амплитудно-частотные характеристики. Для фиксированной частоты построены графики компонент поля перемещения и напряжений. Проведен анализ влияния переменных характеристик на свободные колебания объекта. В частности, исследовано изменение первых трех собственных частот колебаний в зависимости от значений параметров градиентности свойств материала.

В рамках рассматриваемой модели неоднородной упругой пластины предложена новая коэффициентная обратная задача об определении закона изменения плотности материала по данным о значениях компонент поля перемещения, заданных в конечном наборе точек при фиксированной частоте. Из уравнений колебаний получены необходимые соотношения для решения этой задачи. Выявлено, что основной сложностью реализации процедуры реконструкции является проблема вычисления первых и вторых производных от таблично заданных функций компонент поля перемещения. Для преодоления этой сложности предлагается использовать сплайн-аппроксимации, реализованные в пакете компьютерной алгебры Maple. Проведен анализ влияния различных типов граничных условий и выбора частоты колебаний на значения первых и вторых производных компонент поля перемещения. На основе полученных результатов даны рекомендации по реализации наиболее точной процедуры реконструкции закона изменения плотности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>), в Южном федеральном университете.

Дыхательный тренажер со срочной регуляцией интенсивности выполнения упражнения

Дышко Б. А.

ООО «Спорт Технолоджи», Москва

Пандемия COVID-19 явилась мощным стимулом для поиска новых средств реабилитации. Установлено, что на амбулаторном и санаторно-курортном этапах реабилитации необходимо использовать тренажеры комплексного воздействия на дыхательную систему. При этом для повышения эффективности физической реабилитации необходимо использовать «умные» тренажеры с применением современных коммуникационных технологий. Доказано, что технология реабилитации больных сердечно-сосудистыми и бронхолегочными заболеваниями на базе тренажеров «Русский snorkель — Новое дыхание» является эффективной методикой. Одним из положительных моментов воздействия этих устройств на респираторную систему человека является создание регулируемой воздушной смеси с повышенным содержанием CO_2 , регулируемым интенсивностью выполнения упражнения. В то же время упражнения, используемые в физической реабилитации, имеют невысокую интенсивность, что не способствует получению требуемой концентрации CO_2 . Однако возникает необходимость создания тренажера, позволяющего быстро регулировать интенсивность выполнения упражнения по наиболее информативным характеристикам внешнего дыхания, одним из которых является концентрация CO_2 . Целью нашей работы являлась разработка конструкции дыхательного тренажера, позволяющего быстро регулировать интенсивность выполняемого упражнения по величине концентрации CO_2 . Методы: анализ научно-методической литературы, компьютерное моделирование, прототипирование. Повышению концентрации CO_2 во вдыхаемом/выдыхаемом воздушном потоке способствует соединение клапана выдоха тренажера с клапаном вдоха, что запатентовано. В то же время, значение концентрации CO_2 является одной из важнейших характеристик внешнего дыхания, влияющей на лечебно-профилактическую эффективность тренажера. Причем величина этой концентрации будет определяться двумя факторами: интенсивностью упражнения и долей CO_2 , попадающей в канал вдоха при выдохе. Интенсивность упражнения является регулируемым фактором. Для этого в канал вдоха/выдоха тренажера размещается датчик содержания двуокиси углерода в воздушной смеси с элементом питания и платой передачи данных по каналу BLE. Датчик измеряет содержание двуокиси углерода с частотой не менее 20 Гц. В процессе выполнения упражнения на мониторе отражается текущее значение концентрации двуокиси углерода во вдыхаемой/выдыхаемой воздушной смеси. По величине этой характеристики производится управление/коррекция интенсивности выполняемого упражнения. Выводы. Процентное содержание CO_2 во вдыхаемом воздухе является важнейшей характеристикой для регуляции интенсивности выполнения физических упражнений. При этом уровень концентрации CO_2 в 3% является нижней границей диапазона его токсического воздействия. Поэтому онлайн-измерение уровня концентрации CO_2 во вдыхаемом/выдыхаемом воздухе даст возможность индивидуально контролировать интенсивность выполнения упражнений медицинской реабилитации и повысит ее эффективность.

Об определении параметров функции энергии высокоэластичных материалов с использованием эволюционных алгоритмов

Егорова С. А., Карякин М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В связи с появлением все большего числа новых материалов, обладающих нелинейными свойствами, интерес для исследователей представляет разработка математических моделей, корректно описывающих их нелинейное поведение, а классическая задача механики по определению материальных характеристик не теряет актуальности. Яркими выраженными нелинейными свойствами обладают высокоэластичные материалы, способные претерпевать большие упругие деформации. Благодаря своим свойствам они находят широкое применение во многих областях, например, в машиностроении и медицине. К высокоэластичным относят резиноподобные материалы, мягкие биологические ткани, каучуки. Важной представляется задача идентификации материальных параметров моделей высокоэластичных материалов путем моделирования различных экспериментов. Одним из методов ее решения является применение эволюционного алгоритма.

В настоящей работе изучен ряд постановок задач об определении материальных характеристик нелинейно-упругих образцов на основании классических экспериментов по одноосному и двухосному растяжению. Эксперименты моделировались с помощью полуобратного метода нелинейной теории упругости. Для описания механических свойств материалов использовались общеупотребительные модели сжимаемых нелинейно-упругих сред — материал Блейтца и Ко и материал Мурнагана. Получены аналитические выражения зависимости приложенной нагрузки от кратности удлинения. На основании этого на первом этапе решен ряд прямых задач, заключавшихся в построении диаграмм нагружения по заданным параметрам нелинейно-упругих моделей. Полученные результаты воспринимались как исходные данные для обратной задачи. На втором этапе в различных постановках решалась обратная задача, состоящая в восстановлении параметров используемых моделей на основе диаграмм нагружения. Задача сведена к поиску минимума функции отклонения расчетных теоретических данных диаграммы нагружения от «экспериментальных», целевая функция вводилась по методу наименьших квадратов. В качестве средства анализа использован Squirrel search algorithm, основанный на модели пищевого поведения популяции белок-летяг, реализованный в настоящей работе в среде Python с использованием возможностей библиотек NumPy и SciPy, также применялся алгоритм дифференциальной эволюции. Проведено сравнение результатов решения обратной задачи с исходными данными для прямой задачи. Показано достаточно надежное определение материальных параметров моделей с помощью эволюционных алгоритмов на основе диаграмм нагружения образцов, в том числе в условиях искусственного зашумления «экспериментальных» данных. Полученные результаты позволяют говорить об эффективности разработанной программы и перспективности применения эволюционных алгоритмов к решению подобных задач идентификации параметров математических моделей.

Компьютерное и математическое моделирование распространения бегущих волн в костных тканях

Ермоленко О. А., Глушков Е. В., Глушкова Н. В.

Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет, Краснодар

Остеопороз — это заболевание скелета, характеризующееся снижением костной массы, нарушением ее микроструктуры и повышением хрупкости, увеличивающими риск переломов. Болезнь протекает бессимптомно и зачастую выявляется уже только после перелома кости. Одним из современных методов диагностики заболевания и исследования структуры и состояния костей является ультразвуковое исследование. Его преимущество перед другими методами заключается в отсутствии ионизирующего облучения, компактности аппаратуры и меньшей стоимости, что делает его перспективным инструментом для скрининга и мониторинга состояния костной ткани.

Бегущие волны чувствительны как к механическим, так и к геометрическим свойствам кортикального слоя кости, однако выявление закономерностей их возбуждения и распространения в костных волноводах все еще остается сложной задачей. Систематические экспериментальные исследования протекающих здесь волновых процессов обычно проводятся на серии многослойных образцов (фантомов), имитирующих волноводные свойства реальных костных структур, а теоретические исследования — в рамках математических и компьютерных моделей, базирующихся на решении соответствующих краевых задач для многослойных упругих волноводов.

Математические и компьютерные модели, разработанные ранее для ультразвукового мониторинга конструкций из современных композиционных материалов, были адаптированы к исследованию возбуждения и распространения бегущих волн в многослойных фантомах костных тканей с учетом примыкающих слоев мягкой мышечной ткани и костного мозга. Полуаналитическое моделирование базируется на явных представлениях возбуждаемых волновых полей через элементы матрицы Грина волновода в виде контурных интегралов обратного преобразования Фурье с последующим использованием теории вычетов для получения асимптотики бегущих волн. Численная верификация проведена на основе сопоставления с результатами конечно-элементного моделирования (COMSOL Multiphysics 5.6). Для выявления диагностических признаков остеопороза анализируются и обсуждаются частотно-временные вейвлет-изображения нестационарных сигналов и амплитудно-частотные характеристики бегущих волн, распространяющихся в рассматриваемых слоистых волноводах.

Работа выполнена при поддержке стипендии Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов (проект № СП-971.2022.4).

Методы топологической оптимизации идентификации произвольного числа трещин, отверстий, включений, их расположения и геометрии в трехмерной теории упругости

Жигалов М. В., Максеев А. Е., Калуцкий Л. А.

*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина,
Саратов*

Воздействие на механические конструкции статических и динамических нагрузок влечет за собой появление трещин, отверстий или включений. В связи с этим актуальной является проблема их идентификации. Для идентификации трещин/отверстий/включений можно использовать различные подходы: 1) методы, основанные на искусственных нейронных сетях, 2) методы множественных нагружений и 3) методы, основанные на подходах топологической оптимизации. Последние считаются надежными, поскольку алгоритм минимизирует ошибку между моделью и экспериментом. Эта ошибка стремится к нулю, поэтому повреждение точно обнаруживается или идентифицируется. Эффективность этой стратегии в основном определяется правильным моделированием повреждения, чувствительностью реакции конструкции (температура, напряжение, деформация и т. д.), а также способностью алгоритма оптимизации работать с мульти-модальной функцией. В работе предложена математическая модель идентификации формы и расположения трещин/отверстий/включений на основе методов топологической оптимизации в трехмерной постановке. Она основана на измерении температуры и тепловых потоков в исходной конструкции, приводящих к задаче идентификации локального коэффициента теплопроводности. Численное решение построено методом конечных элементов с использованием метода скользящих асимптот. Построены два способа идентификации для плоской задачи теории упругости произвольного плана. Первый способ производится при воздействии на пластину температурой и тепловым потоком с помощью решения обратной задачи теплопроводности. Второй способ — при совместном действии температуры и механической нагрузки. Основные преимущества данного метода заключаются в следующем: не требует первоначального предположения о местоположении и форме трещин/отверстий/включений; оценка геометрической формы включения возможна с хорошей точностью и достигается хорошая сходимости процесса минимизации функции цели. На базе построенной методики создан алгоритм, который внедрен в программу COMSOL Multiphysics в виде отдельного блока анализа. С помощью программного комплекса проведен численный эксперимент по идентификации различных типов трещин/отверстий/включений, их количества, геометрии, площади и расположения. Для каждой из перечисленных выше структур исследуется сходимость с помощью МКЭ. Исследования показали, что на качество идентификации оказывает влияние не интенсивность теплового поля, а его распределение и тип граничных условий. Учет механической нагрузки позволяет улучшить идентификацию отверстий при тех же значениях теплового поля, что и для тепловой задачи.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-11-00160).

Анализ нестационарных механодиффузионных процессов в ортотропном полом цилиндра с учётом релаксации диффузионных потоков

Зверев Н. А., Земсков А. В.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва

В работе рассматривается полый ортотропный многокомпонентный цилиндр, находящийся под действием равномерно распределенного по поверхности внешнего давления, инициирующего связанные механодиффузионные процессы. В математическую модель, описывающую связанные процессы деформации и массопереноса, входят: линеаризованные уравнения движения сплошной деформируемой среды, законы термодинамики и уравнения массопереноса, а также модифицированный закон Фика в форме Каттанео, учитывающий релаксацию диффузионных потоков. На основе перечисленных соотношений получены линеаризованные уравнения упругой диффузии, дополненные начально-краевыми условиями, соответствующими заданным режимам механического нагружения и массопереноса. Начальные условия полагаются равными нулю, поскольку изначально цилиндр находился в покое и в равновесии.

Метод разделения переменных Фурье, который, применительно к задачам механодиффузии, можно использовать лишь при определенных видах граничных условий, не позволяет решить задачу в изначальной постановке. Поэтому для решения поставленной задачи используется численно-аналитический метод эквивалентных граничных условий, согласно которому вначале аналитически решается вспомогательная задача, отличающаяся от исходной только краевыми условиями, а затем строятся соотношения, устанавливающие зависимость между краевыми условиями обеих задач.

Для решения вспомогательной задачи были использованы ряды Фурье по специальным цилиндрическим функциям Бесселя нулевого и первого порядков и интегральное преобразование Лапласа по времени, благодаря чему начально-краевая задача сводилась к системе линейных алгебраических уравнений, решение которой было получено методом Крамера, а переход в пространство оригиналов осуществлялся с помощью теории вычетов и стандартных таблиц операционного исчисления.

Соотношения, связывающие правые части граничных условий обеих задач, представляют собой систему интегральных уравнений Вольтерры 1-го рода, которая решается численно с помощью квадратурных формул. Окончательное решение исходной задачи получено в виде интегральных сверток функций Грина вспомогательной задачи с функциями, полученными в результате решения системы интегральных уравнений Вольтерры.

Для иллюстрации эффектов связанности механического и диффузионного полей, а также влияния релаксационных процессов на диффузионные поля, был проведен тестовый расчет для цилиндра, выполненного из трехкомпонентного сплава. Результаты расчета представлены в графической и аналитической формах.

Система хищник—жертва с трофической функцией Холлинга второго рода: идеальное свободное распределение на неоднородном ареале

Зеленчук П. А., Цибулин В. Г.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

На основе системы уравнений диффузия — адвекция — реакция представлена модель «хищник — жертва» с учетом многофакторного таксиса и трофической функцией Холлинга второго рода.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (-k_1 u' + u \alpha_1 (\ln(p))' - u \beta_1 (\ln(v))')' + u \left(\eta_1 f_n(u) - \frac{\mu_1 v}{1 + Cu} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (-k_2 v' + v \beta_2 (\ln(u))')' + v \left(-\eta_2 + \frac{\mu_2 u}{1 + Cu} \right). \quad (2)$$

Здесь $u(x, t)$ и $v(x, t)$ — плотности популяций жертвы и хищника, k_1, k_2 — коэффициенты диффузии, $\alpha_1, \beta_1, \beta_2$ — коэффициенты таксиса, функции $\ln(p), \ln(v), \ln(u)$ отвечают за направленное движение видов, $p = p(x)$ — неравномерно распределенный вдоль ареала ресурс жертвы, C — параметр Холлинга, характеризующий инертность хищника. Вариант при $C = 0$ рассмотрен в работе [Зеленчук П. А., Цибулин В. Г., Биофизика. 2021]. Функция роста жертвы $f_n(u)$ берется в виде

$$f_n(u) = u^n \left(1 - \frac{u}{p} \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Установлено, что стационарное решение, отвечающее сосуществованию двух видов

$$u = \frac{\lambda p}{b - \lambda c}, \quad v_n = \frac{\lambda^n p^n b}{(b - \lambda c)^{n+1}} \left(1 - \frac{\lambda}{b - \lambda c} \right), \quad (4)$$

является идеальным свободным распределением (ИСР) при следующих условиях на параметры задачи

$$k_1 = \alpha_1 - n\beta_1, \quad k_2 = \frac{\beta_2}{n}. \quad (5)$$

Найдены критические значения параметра смертности, при которых возникает колебательный режим, либо устанавливается решение без хищника

$$\lambda = \frac{b \left\{ -[n + 1 + (n - 1)c] + \sqrt{4nc(1 + c) + [n + 1 + (n - 1)c]^2} \right\}}{2c(1 + c)},$$

$$\lambda = \frac{b}{1 + c}.$$

Исследовано изменение решений при вариациях коэффициента Холлинга C и показателя степени n для функции роста жертвы. Представлены результаты вычислительного эксперимента на основе модифицированного метода смещенных сеток, реализованного в среде MATLAB. Изучена устойчивость решения ИСР к малым возмущениям параметров системы.

Нестационарная механика и термодиффузия изгибаемых балок

Земсков А. В., Ле В.

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва

Работа посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния тонкостенных элементов конструкций, работающих в условиях многофакторных внешних воздействий различной физической природы. Эффекты, обусловленные взаимодействием полей различной физической природы, проявляющиеся в виде механодиффузии, термомеханодиффузии и т. д., достаточно часто проявляются в процессе эксплуатации технических систем и могут вызывать нежелательное воздействие на напряженно-деформированное состояние конструкций и их отдельных элементов. Поэтому построение математических моделей, способных адекватно описывать указанные явления в различных механических системах, является на сегодняшний день актуальной научной задачей.

Моделирование термоупругодиффузионных процессов рассматривается на примере задачи о нестационарных колебаниях свободно опертой балки Бернулли — Эйлера, находящейся под действием пары изгибающих моментов, приложенных к ее краям. Исходная математическая постановка включает в себя систему уравнений нестационарных изгибных колебаний балки с учетом тепломассопереноса, которая с помощью вариационного принципа Даламбера получена из общей модели термомеханодиффузии с конечной скоростью распространения тепловых и диффузионных потоков в сплошных средах. Замыкают постановку задачи начально-краевые условия, соответствующие заданным условиям закрепления концов балки и ее нагружения.

Решение поставленной задачи ищется в интегральной форме. Ядрами интегральных представлений являются функции Грина, для нахождения которых используются разложения в тригонометрические ряды Фурье и преобразование Лапласа по времени. Обращение преобразования Лапласа осуществляется с помощью вычетов и таблиц операционного исчисления.

На примере трехкомпонентной балки выполненной из сплава цинка, меди и алюминия (в качестве независимых компонент рассматриваются цинк и медь) показано, что нестационарный изгиб вызывает нагрев и инициирует восходящие диффузионные потоки каждой из компонент. При этом массоперенос различных компонент осуществляется с различной интенсивностью.

Для верификации предложенной модели проанализированы предельные переходы к классической задаче теории упругости для свободно опертой балки, а также к ранее исследованной механодиффузионной модели балки Бернулли — Эйлера. На основании выполненных расчетов можно сказать, что влияние термодиффузионных процессов на поле перемещений проявляется в виде фазового сдвига упругих и термоупругодиффузионных прогибов балки относительно друг друга.

Эффект неравновесности электрон-фоонных взаимодействий при нагреве проводников ультракоротким лазерным импульсом

Зимин Б. А.¹, Судьенков Ю. В.², Ялыч Е. С.¹

¹Балтийский государственный университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д. Ф. Устинова, Санкт-Петербург

²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

Первые теоретические предсказания появления эффекта неравновесности электронной температуры T_e в металлах, вызванного коротким лазерным импульсом, были сделаны в работах Анисимова С.И. (1967–1974 г.). Было показано, что лазерный импульс $\tau \sim (10^{-13} \div 10^{-12})$ с вызывает неравновесное состояние электронного газа вблизи металлической поверхности. В работе Каганова М. И., Лифшица И. М. и Танатарова Л. В. было показано, что экспериментальное наблюдение эффекта неравновесности электронного газа при пикосекундном лазерном импульсе $\tau \sim 10^{-12}$ с невозможно вследствие того, что время взаимодействия электрона и решётки оценивается $\tau_{e-l} \sim 10^{-12}$ с. Отсюда следует необходимость рассмотрения более короткого лазерного импульса $\tau < \tau_{e-l}$. Ультракороткий лазерный импульс $\tau \sim (10^{-14} \div 10^{-13})$ с вызывает в поверхностном слое температуру T_e , значительно превосходящую температуру решётки T_{ph} вследствие различия их удельных теплоёмкостей ($C_e \ll C_l$), причём $C_e(T_e)$.

В последующем рассматриваются два основных процесса охлаждения электронной температуры. Первый вызывается столкновением свободных электронов с решёткой (электрон-фоонная релаксация), а второй связан с электронной теплопроводностью. Эти процессы обычно описываются уравнением теплопроводности, связанными для электронной и фоонной составляющих. Необходимо, чтобы эти уравнения теплопроводности достаточно хорошо описывали нагружения короткими импульсами, температурную динамику в металлах (проводниках), движение потока свободных электронов, а также деформацию решётки.

В работе рассмотрен эффект неравновесности при воздействии на металлы (проводники) ультракоротких лазерных импульсов. Неравновесность описывается уравнением Больцмана для функции распределения свободных электронов с учётом столкновительного члена. Время действия неравновесности короче, чем время электрон-фоонной релаксации. Для описания деформации решётки используются методы динамической теории упругости. Эффект неравновесности электронов проявляется в создании дополнительно действующей на решётку силы, пропорциональной градиенту от квадрата электронной температуры. Эта сила может приводить к достаточно большим деформациям решётки, её разрушению.

Биомеханика как основа систем поддержки принятия врачебных решений в хирургии

Иванов Д. В.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов

При диагностике и предоперационном планировании хирургического лечения, а также малоинвазивных операций (в том числе эндоваскулярного вмешательства) в России и в мире врачи используют технологию геометрического планирования. Это предполагает использование в качестве исходных данных результатов компьютерной томографии, магнитно-резонансной томографии или рентгенографии, и выполнение на них различного рода измерений (углов, расстояний, площадей, объемов), а также позиционирования на них имплантатов и систем фиксации. В некоторых клинических случаях, особенно при сочетанных патологиях, только геометрического планирования может быть недостаточно для выбора для конкретного пациента успешного варианта лечения. Таким образом, возникает проблема разработки, апробации и внедрения в рутинную практику предоперационного планирования дополнительных методов количественной оценки вариантов лечения и выбора среди них успешного.

В данной работе впервые в мире разработаны и апробированы основы для реализации биомеханического моделирования как одного из этапов рутинного предоперационного планирования вариантов лечения патологий опорно-двигательного аппарата и сердечно-сосудистой системы, реализованного в рамках системы поддержки принятия врачебных решений. В работе показано, что и для элементов опорно-двигательного аппарата, и для элементов сердечно-сосудистой системы могут быть разработаны количественные критерии оценки успешности лечения (геометрические и биомеханические), с помощью которых можно оценивать варианты лечения и выбирать среди них успешный. На примере аневризм сосудов головного мозга разработаны и биомеханически обоснованы предикторы разрыва. На примере патологий позвоночно-тазового комплекса предложены критерии оценки прочности, стабильности имплантируемых конструкций и срока службы имплантатов, риска повреждений кости. Разработаны и апробированы: методика расчета модуля Юнга губчатой кости по КТ; режимы работы программной платформы (предоперационное планирование с биомеханической поддержкой может выполнять врач на своем автоматизированном рабочем месте или при совместной работе с инженером-биомехаником с использованием высокопроизводительного компьютера), реализующей предоперационное планирование с биомеханической поддержкой.

Оценка влияния роста неоинтимы на гемодинамику в области
анастомоза: пациент-ориентированные расчёты

**Иванова Я. Ф.¹, Юхнев А. Д.¹, Тихомолова Л. Г.¹, Смирнов Е. М.¹,
Врабий А. А.², Супрунович А. А.², Морозов А. Н.², Хубулава Г. Г.²,
Вавилов В. Н.²**

¹*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург*

²*Первый Санкт-Петербургский государственный медицинский университет
им. акад. И. П. Павлова, Санкт-Петербург*

Бедренно-подколенное шунтирование выполняется для восстановления кровотока в бедренной артерии в обход закупоренного сосуда. За год в России выполняется более 5 тысяч таких операций. Однако шунтирование несет в себе риск закупорки протеза после имплантации, вызванной нарастанием неоинтимы в области шва. Особенно остро эта проблема стоит для синтетических протезов. Целью работы является анализ влияния измененной за счет неоинтимы геометрии сосудистого русла на гемодинамику в анастомозе бедренной артерии и сосудистого протеза.

Для численного моделирования использованы персонифицированные геометрические модели бедренных анастомозов, построенные по данным компьютерной томографии (КТ). С помощью КТ и ультразвукового сканирования измерены длина и толщина неоинтимы. Наросшая неоинтима обнаружена у 4 из 10 обследованных пациентов через 12–30 месяцев после операции шунтирования. Оценка влияния роста неоинтимы на гемодинамику проводилась путем сравнения структуры течения в моделях с неоинтимой и без нее у одних и тех же пациентов. В качестве входного граничного условия задавалось персонифицированное изменение среднерасходной скорости в общей бедренной артерии в течение цикла, а на выходах протеза и глубокой бедренной артерии устанавливалось персонифицированное соотношение расходов. Пациент-ориентированные расчеты выполнялись в программном пакете ANSYS CFX, где уравнения гидродинамики решаются по методу конечных объемов. Расчет проводился в ламинарной постановке без учета упругости стенок. Характерные параметры течения для рассмотренной задачи следующие: число Рейнольдса в момент максимального расхода — от 1200 до 2900, числа Уомерсли — от 8.5 до 12.5.

Измеренная у четырех пациентов толщина неоинтимы составила от 1 до 4 мм. Данный параметр сопоставлялся с распределениями осредненного по времени сдвигового напряжения (TAWSS) и индекса его колебаний (OSI) в этой области. Сужение проходного сечения в месте нарастания неоинтимы на 5–20% влечет за собой существенные изменения в структуре потока и, в частности, параметров сдвигового напряжения. Так, в области нарастания неоинтимы TAWSS увеличиваются на 50–130%, а OSI уменьшается на 20–30%. Вниз по потоку от местоположения неоинтимы TAWSS уменьшаются, а OSI увеличивается, что связано с наличием существенно увеличенной застойной зоны.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 20-65-47018.

Внутренние цены и управление в моделях экологии

Ильичев В. Г.

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

Пример внутренней цены. Понятие цены того или иного объекта (товара) можно определять по-разному. Так, в рамках рыночных представлений цена (c) позволяет уравновесить спрос и предложение. А в теории оптимизации сначала рассчитывают максимально возможный доход (P), который может принести этот товар. Обозначим через $P(x)$ величину дохода, когда начальный запас товара равен x . Тогда полагаем $c(x) = dP(x)/dx$.

Ниже будем использовать последнее определение цены, которую будем называть внутренней (ВЦ). В многомерном случае ВЦ задаются частными производными: $a(x, y) = dP(x, y)/dx$ и $b(x, y) = dP(x, y)/dy$.

Управление с помощью внутренних цен. Эксплуатация природных ресурсов (вылов и др.) обычно связана с требованием выполнения заданных ограничений. Традиционный «жесткий» подход основан на административном контроле поведения потребителя. Это очень затратная процедура, чреватая коррупцией. Однако возможен и «мягкий» путь, основанный на экономических соображениях. В качестве примера рассмотрим задачу об оптимальном долгосрочном промысле в рамках модели $x_t + 1 = f(x_t - u_t)$, где x_t и u_t — текущая численность и вылов рыбы; $u_t \in [0, x_t]$. Далее, полезность ежегодного вылова задается функцией полезности $r(u)$. Пусть задано начальное x_0 , тогда прибыль — это супремум по всем допустимым бесконечным наборам выловов:

$$P(x_0) = \sup[r(u_0) + r(u_1)q_1 + r(u_2)q_2 + \dots].$$

здесь $0 < q < 1$ — дисконт. Значит цена единицы рыбы равна $c = dP(x_0)/dx$.

Теперь сложный поиск вектора оптимального промысла в многолетней задаче сводится к ежегодной простой задаче оптимизации. Формально, каждый вылов u_t находится из условия:

$$r(u) - c \cdot u \rightarrow \max, \forall u \in [0, x_0],$$

в которой ВЦ трактуется как налог на единицу вылова.

Задачи о ВЦ. Обсуждаются проблемы из гидрологии и экологии.

1. В реку весной поступает много воды, а летом мало. Когда ВЦ будет наибольшей, а когда наименьшей?

2. Река состоит из нескольких последовательных участков. Где находится самая дорогая (ВЦ) вода — в нижнем или верхнем районе?

3. В системах конкурентов и «хищник — жертва» построить динамику ВЦ взаимодействующих популяций и описать возможные динамические режимы цен. Не исключено, что поведение фазовых переменных в каком-то смысле изоморфно поведению их внутренних цен.

Особенности эксперимента на аэродинамической трубе с горизонтальным и боковым расположением блоков тензодатчиков

Казаков Е. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Работа посвящена порядку проведения эксперимента в рабочей зоне аэротрубы по определению подъёмной силы, силы сопротивления и опрокидывающего момента модели. В качестве основного объекта исследования выбрана плоская жёсткая прямоугольная пластинка значительного удлинения как объект, обладающий геометрическими свойствами, удобными для теоретического описания. В зависимости от формы исследуемой модели возможны два подхода к проведению обдува объекта исследования наведённым потоком воздуха. Первый — с применением горизонтального блока тензодатчиков с вертикальной державкой переменного прямоугольного сечения — удобен для фиксации крупных моделей сложной формы. Второй — с использованием бокового блока тензодатчиков с горизонтальной державкой круглого сечения — более удобен для моделей без выступающих с нижней плоскости элементов, при этом требует значительно меньшей площади для закрепления державки. Кроме того, роль играет расположение точки крепления модели относительно центра масс и центра давлений. Помимо проведения натуральных экспериментов, возможно проведение компьютерного моделирования рабочей зоны аэротрубы с идеальным и реалистичным подходом к проведению эксперимента. Идеализированный подход предполагает возможность создания бесконечно тонкой пластинки и потока с нулевой турбулентностью (ламинарный случай обтекания), а также отсутствие технических элементов в виде державок. Реалистичный подход учитывает толщину материала модели, а также геометрию державок и оказываемый ими вклад в силу сопротивления и подъёмную силу.

Целью работы является выявление корреляций показаний датчиков и значений, полученных в численном эксперименте с конечно-элементным подходом. Серии экспериментов с различными углами атаки и скоростями набегающего потока позволяют выявить зоны оптимального соответствия для проведения достоверных вычислительных экспериментов со сложными, хрупкими или недоступными в материальном воплощении моделями.

Результаты работы могут быть использованы для подбора изначально оптимальных условий к новым объектам исследования в зависимости от их формы, размера и характерных геометрических особенностей.

О влиянии поверхностных напряжений на дисперсионные кривые плоских и антиплоских задач об установившихся колебаниях упругой нанотонкой полосы

Калинина Т. И.

*Южно-российский государственный политехнический университет (НПИ)
им. М. И. Платова, Новочеркасск*

В последние годы большой интерес представляет разработка новых наноразмерных устройств, в том числе ультратонких пленочных структур. Теоретические и экспериментальные исследования показали, что наноразмерные тела обладают свойствами, отличными от свойств тел обычных размеров. В связи с этим были предложены различные модели, описывающие наноразмерные эффекты. В данной работе используется модель поверхностных напряжений Гуртина — Мурдоха, которая является одной из популярных и наиболее простых.

В данной работе исследуется влияние поверхностных напряжений на дисперсионные кривые плоских и антиплоских задач об установившихся колебаниях упругой нанотонкой полосы. Были решены симметричные и антисимметричные задачи. Помимо внешних нагрузок на торцах слоя действуют также поверхностные напряжения, для которых принимается «поверхностный» закон Гука, что позволяет учитывать наноразмерную толщину полосы.

Для решения плоских и антиплоских задач использовалась стандартная техника, включающая принцип предельного поглощения, преобразование Фурье по бесконечно протяженной координате и теорию вычетов при вычислении обратного преобразования Фурье.

В результате решения задач были построены и проанализированы дисперсионные кривые при различных толщинах полосы. Отмечено, что при учете поверхностных напряжений все дисперсионные кривые обладают дисперсией, и при увеличении толщины полосы дисперсионные кривые задач с поверхностными эффектами приближаются к дисперсионным кривым классических задач. Обнаружено, что частоты запираания для задач с поверхностными напряжениями сдвигаются относительно соответствующих частот классической задачи вниз, причем для антиплоской задачи были найдены аналитические формулы для сдвига частот. При этом было отмечено, что для плоской задачи некоторые частоты запираания остаются неизменными при изменении толщины слоя и совпадают с частотами классической задачи. Найдены также асимптоты дисперсионных кривых, причем было выявлено, что для задач с поверхностными эффектами появляются новые асимптоты.

Проведенный анализ показал, что поверхностные эффекты оказывают существенное влияние тогда, когда упругий слой превращается в ультратонкую нанопленку, т. е. когда толщина полосы очень мала.

Автор благодарит за помощь в работе научного руководителя, заведующего кафедрой математического моделирования Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ А. В. Наседкина.

Математическое моделирование нелинейных функционально-градиентных пористых нанооболочек и методы их анализа

Калуцкий Л. А., Крысько В. А.

*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина,
Саратов*

Функционально-градиентные материалы (ФГМ) представляют собой тип композитов, свойства которых изменяются в определенном направлении. Как правило, ФГМ используются в системах теплового барьера, поэтому точное понимание механического поведения конструкций из ФГМ при тепловых нагрузках очень важно для их оптимального проектирования. Свойства объектов наномасштабов существенно отличаются от объектов макроскопических, поэтому учёт размеров крайне важен при использовании наноструктур. В работе построена обобщённая математическая модель геометрически нелинейных ФГ пористых прямоугольных нанооболочек. Геометрическая нелинейность учитывается по модели фон Кармана, а наноэффекты — по модифицированной моментной теории упругости Yang F. и Chong ASM. Рассматриваются три типа пор, которые описываются с помощью тригонометрических функций. Из вариационных принципов получены модифицированные уравнения Доннелла — Муштари, которые представляют из себя систему нелинейных дифференциальных уравнений 8-го порядка относительно функций прогиба и напряжений. Для решения этих уравнений построены эффективные численно-аналитические методы анализа нанооболочек: метод Бубнова — Галёркина; методы сведения уравнения в частных производных к обыкновенным дифференциальным уравнениям: метод Канторовича — Власова, вариационных итераций, а также численный метод конечных разностей второго порядка точности. Применение различных методов обусловлено необходимостью получения достоверных решений искомых дифференциальных уравнений. В работе исследуется сходимость приведённых выше методов, проводится их сопоставление, а также анализируются их точность и временная эффективность. Показано, что данные методы обладают высокой точностью и временной эффективностью, причем для получения точного решения методом вариационных итераций не требуется строить систему аппроксимирующих функций. В работе проводится анализ напряжённо-деформированного состояния нанооболочек в зависимости от параметров малой длины, типа пористости, свойств материала, кривизны, нагрузки. Выявлено, что учёт размерно-зависимого нанопараметра даёт возможность увеличить несущую способность нанооболочек, также существенное влияние на напряжённо-деформированное состояние нанооболочек оказывает тип пор.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 22-11-00160.

Исследование тканей глаза методом сканирующей зондовой микроскопии

Кароткиян Р. В.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Одной из основных задач офтальмологии на сегодняшний день является исследование механических характеристик тканей глаза, знание которых позволяет предвидеть группу заболеваний, связанных непосредственно с дегенеративными заболеваниями, к которым в первую очередь относятся кератоконус и дистрофия, которые в отсутствии терапии приводят к ухудшению и потере зрения. Также при получении данных характеристик появляется возможность уменьшить риски во время проведения межслойной рефракционной кератопластики (пересадки части роговицы донора между слоями роговицы пациента) — требует предварительного исследования напряженно-деформированного состояния роговицы под действием внутриглазного давления. В этом случае можно построить оболочечную расчетную схему с использованием нескольких базовых поверхностей. В основе модели лежит кинематическая гипотеза, по которой пространственное поле деформации оболочки определяется деформацией нескольких базовых поверхностей, а также операций по восстановлению отдельных тканей роговицы. Изучение механических характеристик тканей глаза также важно для разработки новых биосовместимых материалов, используемых для создания новых видов имплантов, и для возможности прогнозирования осложнений, что позволяет выбрать метод операции. В настоящей работе¹ предложен метод исследования механических характеристик путем рассмотрения топологических особенностей слоев роговицы глаза, а также соседних тканей. Данная методика учитывает особенности клеточного строения мягких тканей глаза, а также предполагает возможность рассмотрения клеточного строения отдельных слоев, таких как передний эпителий, передняя пограничная мембрана (Боуменова), строма, слой Дюа, задняя пограничная оболочка (Десцеметова оболочка), задний эпителий. В качестве образцов для отработки методики использовались энуклеированные глазные яблоки кроликов, предоставленные Ростовским государственным медицинским университетом (РостГМУ). Исследования проводились с разрешения этического комитета РостГМУ. Топология поверхности роговицы была получена с помощью атомно-силового сканирующего микроскопа NanoEducator (NT-MDT, Россия). Наведение проводилось при помощи позиционирующей микроскопии. Для сканирования использовались зонды с вольфрамовым наконечником, заточенные электрохимическим способом. Для обработки полученных результатов использовалась программная среда Gwyddion.

Исследование выполнено при поддержке Правительства Российской Федерации (грант № 14.Z50.31.0046). Сканирующая микроскопия проведена в РЦКП НОЦ «Материалы» ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

¹*Sadyrin E., Karotkiyan R., Sushentsov N., Stepanov S., Zabiayaka I., Kislyakov E., Litvinenko A. Mechanical Properties Derived by Spherical Indentation of TiN Coating Deposited by a Method Combining Magnetron Sputtering and Arc Evaporation // Advanced Materials. Springer, Cham. 2020. P. 85 – 95.*

Область диффузионной неустойчивости для модели «брюсселятор»

Келеметова К. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В данной работе рассматривается система уравнений реакции — диффузии, моделирующая реакцию Белоусова — Жаботинского — брюсселятор, предложенная в Брюсселе И. Пригожиным и Р. Лефевром (1968).

Математическая модель описывает распределение реагентов в ограниченном пространстве с течением времени и имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_t = \Delta u + A - (B + 1)u + u^2v \\ v_t = d\Delta v + Bu - u^2v \end{cases},$$

где $u(x, t)$, $v(x, t)$ — концентрации химических веществ U и V , зависящие от времени t и пространственной переменной x ; A , B — постоянные концентрации вспомогательных веществ; $d > 0$ — коэффициент диффузии; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_m^2}$ — оператор Лапласа.

Предполагается, что пространственная переменная x меняется в ограниченной m -мерной области Ω с краевыми условиями Неймана на её границе:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0; \quad \left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0.$$

Стационарное равновесие системы имеет вид $(u_0, v_0) = \left(A, \frac{B}{A} \right)$. Поставлена задача о нахождении условий, при которых имеет место неустойчивость по Тьюрингу (диффузионная неустойчивость).

Положение равновесия (u_0, v_0) системы уравнений реакции — диффузии неустойчиво по Тьюрингу, если выполняются следующие условия: 1) в отсутствие диффузии собственные значения линеаризованной системы лежат строго в левой полуплоскости; 2) для линеаризованной системы с диффузией существует собственное значение, лежащее в правой полуплоскости.

При выполнении дополнительных ограничений происходит бифуркация Тьюринга, в результате которой из равновесия рождаются пространственно-неоднородные структуры. Здесь роль бифуркационного параметра играет коэффициент диффузии d .

Показано, что область необходимых условий неустойчивости ограничена кривой нулевого следа $B - A^2 - 1 = 0$, дискриминантной кривой $B = \frac{1}{d}A^2 + \frac{2}{\sqrt{d}}A + 1$ и геометрическим местом точек $\det \mathbf{J} = A^2 = 0$, где \mathbf{J} — матрица Якоби линеаризованной системы. Аналитически найдены достаточные условия неустойчивости Тьюринга, критическое значение коэффициента диффузии, а также диапазон волновых чисел, при которых имеет место неустойчивость Тьюринга. Представлена визуализация областей необходимых и достаточных условий неустойчивости Тьюринга на плоскости параметров системы для случая, когда пространственная переменная меняется на отрезке.

Автор благодарит за помощь в работе С. В. Ревину.

Возбуждение волн в композитных материалах по выбранным направлениям

Кириллова Е. В.

Университет прикладных наук Рейн-Майн, Висбаден

В последнее время композитные материалы все чаще используются из-за их преимуществ, таких как более высокая прочность, большая эластичность и универсальная применимость. Тем не менее, наряду с этими преимуществами необходимо учитывать и недостатки, такие как более высокая чувствительность к вибрации и расслоение, что значительно увеличивает вероятность образования трещин. Таким образом, алгоритмы, позволяющие обнаруживать возникшие дефекты, необходимы во многих отраслях промышленности. К ним относятся авиастроение (мониторинг крупномасштабных деталей конструкции самолета), машиностроение (мониторинг трубопроводов), химическая промышленность, автомобилестроение и традиционное машиностроение.

В настоящее время одним из наиболее точных и востребованных методов неразрушающего контроля и мониторинга состояния различных инженерных конструкций является метод, основанный на применении волн Лэмба. Авторы проанализировали влияние различных параметров пьезоактуаторов на волновые поля, возбуждаемые в композитных пластинах. Была разработана концепция выбора параметров вибраторов для возбуждения волн, которые усиливаются в определенном направлении для выбранных частот и подавляются в других направлениях. С помощью численно-аналитических и конечно-элементных моделей были исследованы волны, возбуждаемые в композитных материалах пьезоэлементами различной формы. Сформулированная краевая задача была сначала проинтегрирована с помощью преобразования Фурье, построена матрица Грина, а затем с помощью обратного преобразования вычислено решение. Чтобы ускорить вычисление интегралов при реализации обратного преобразования Фурье, были применены интегрирование по вычетам и метод стационарной фазы. Это позволило произвести разделение волновых мод.

Из-за анизотропии слоев амплитуды волн в слоистых композитах могут проявлять сильную фокусировку в определенных направлениях. Были проведены исследования амплитуд волн в композитных материалах для круглых пьезоактуаторов и вибраторов в форме сектора. Было показано, что для определенных композитных материалов применение секторных вибраторов позволяет получить усиление амплитуды волн в выбранном направлении. Для композитов с ярко выраженными анизотропными свойствами эффект анизотропии приводит к тому, что несмотря на геометрию поверхностного вибратора происходит фокусировка волн в направлениях волокон. Амплитуды волн в областях между волокнами намного меньше, что может вызвать проблемы при неразрушающем контроле материалов.

Построенная математическая модель позволила выделить и проанализировать вклад каждой волновой моды в результирующее волновое поле и исследовать распространение отдельных мод по различным направлениям в зависимости от анизотропных свойств исследуемых композитов.

Определение эффективных параметров упругого волновода по характеристикам бегущих волн

Киселев О. Н.

*Институт математики, механики и информатики, Кубанский
государственный университет, Краснодар*

Рассматривается коэффициентная обратная задача определения эффективных параметров упругого волновода по записям нестационарных сигналов $u(x, t)$, которые регистрируются на его поверхности при прохождении бегущих волн, возбуждаемых заданным источником (ультразвуковым преобразователем, пленочным пьезоэлементом, лазерным лучом и др.). Точки измерения x_i , $i = 1, 2, \dots, N_x$ расположены вдоль идущей от источника прямой с постоянным шагом Δx , а сигналы записываются в моменты времени t_j , $j = 1, 2, \dots, N_t$ с шагом Δt , что дает матрицу входных данных $[u_{ij}]$ размерности $N_x \times N_t$; $u_{ij} = u(x_i, t_j)$.

На первом этапе решения задачи по этим данным в плоскости (волновое число ζ , круговая частота ω) определяются точки (ζ_n, ω_n) , лежащие на дисперсионных кривых $\zeta = \zeta(\omega)$. Для этого используется дискретное преобразование Фурье по x и t , дающее функцию-образ $U(\zeta, \omega)$ на этой плоскости. Требуемые точки (ζ_n, ω_n) выбираются в зонах максимума этой функции, формирующихся вдоль дисперсионных кривых. Применялся также метод матричных пучков, базирующийся на анализе частотных спектров сигналов $u(x_i, \omega)$.

На втором этапе конструируется целевая функция $F(C, h)$, зависящая от набора материальных констант C и толщин слоев h . Ее минимизация в многомерном пространстве (C, h) дает искомые эффективные параметры волновода. В качестве целевых функций использовались как традиционные невязки между дисперсионными характеристиками, рассчитанными для варьируемых входных параметров, и точками, выделенными из экспериментальных данных, так и представленные через обратные значения элементов матрицы Грина $K(\alpha, \omega)$ в этих точках:

$$F(C, h) = \sum_n |K^{-1}(\zeta_n, \omega_n)|.$$

Показано, что второе представление более эффективно. Оно обеспечивает нужную точность определения неизвестных параметров волновода при существенно меньших вычислительных затратах. Приводятся численные примеры восстановления свойств однородных, двухслойных и многослойных волноводов. Обсуждается зависимость оценки эффективных параметров волноводных структур различной сложности от шага дискретизации, размерности массива входных данных и частотного диапазона зондирующих сигналов.

Влияние дыхания, при кровопотере, на ряд физиологических параметров. Эксперимент и математическая модель

Кислухин В. В.

ООО «Медисоник», Москва

Известно, что при гиповолемии наблюдаются вариации артериального давления (АД), появляются вариации гематокрита (Ht_a) с частотой дыхания. Относительная простота регистрации АД и плотности крови (она определяется, в основном, гематокритом) позволяет в эксперименте установить связь между кровопотерей и дыхательными вариациями приведенных параметров. В их число также входит количество крови, оттекающее от легких за сердечный цикл (УВ) и количество жидкости, перемещающейся между-, внутри- и внесосудистыми пространствами. Цель исследования — показать, что в эксперименте при кровопотере появляются (или растут, если были) дыхательные вариации Ht_a , а также наблюдаются дыхательные вариации АД. Показать, что вариации обусловлены перемещением жидкости между-, внутри- и внесосудистым пространством. Предложить математическую модель для объяснения влияния дыхания. Оценить объем, перемещающийся между-, внутри- и внесосудистыми пространствами легких.

В эксперименте с кровопотерей на крысах ($n = 10$, вес 320–530 г.) использовался ультразвуковой флоуметр (Transonic Systems Inc., Ithaca, NY). Датчик, размещенный на аорте, регистрировал кровоток в аорте и плотность крови. В бедренной артерии регистрировалось давление с использованием катетера (PE50). Эксперимент проводился в четыре этапа: три этапа производилась потеря крови, суммарно 30–40% от ожидаемого объема крови (75 мл/кг), четвертый этап — восполнение кровопотери. На каждом этапе методом разведения определялись объем крови и сердечный выброс. Математическая модель переноса жидкости между-, внутри- и внесосудистыми пространствами базировалась на законе Старлинга, на феномене прохождения эритроцитами микроциркуляции быстрее плазмы, а также на нелинейности зависимости между внутрикапиллярным объемом и внутрикапиллярным давлением.

На каждом этапе регистрировалось снижение плотности крови, связанное с потерей крови, имеющей гематокрит Ht_a и замещением/выходом в центральную циркуляцию крови с низкой плотностью (с гематокритом Ht_c). При этом снижение гематокрита за три этапа составляло 30% (с 45 до 31.4 в среднем). Изменение плотности зависело от отношения ($Ht_{\text{тела}}/Ht_a$), где $Ht_{\text{тела}}$ — гематокрит всего тела. Одновременно со снижением плотности крови появлялись (или усиливались, если были до начала забора крови) вариации плотности крови с частотой дыхания. При этом количество перемещавшейся жидкости менялось от 1 до 3 мл/кг. Анализ дыхательных вариаций кровотока, показал, что вариации, связанные с перемещением жидкости, достигают 70% от дыхательных вариаций УВ.

Приведены экспериментальные данные, показывающие, что гиповолемия ведет к появлению выраженного влияния дыхания («дыхательные волны») на среднее артериальное давление, кровоток в аорте и на плотность крови. Влияние дыхания обусловлено переходом жидкости между водными секторами легких.

Конечные деформации диэлектрической армированной трубки

Колесников А. М., Анесян В. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Диэлектрические эластомеры являются одним из классов электроактивных полимеров, которые способны к большим упругим деформациям под действием электрического поля. Впервые исследования электромеханического отклика резины были опубликованы в 1880 году независимо в работах Рентгена В. К. и Квинке Г. Г. В настоящее время диэлектрические эластомеры активно изучаются и используются для создания новых приводов, датчиков, мягких роботов, устройств преобразования энергии и искусственных мышц. Одним из простых конструктивных элементов для актуаторов и умных устройств является трубка из диэлектрического эластомера.

Рассмотрим трубку из диэлектрического эластомера, армированную двумя семействами спирально навитых под разными углами волокон. Боковые поверхности трубки покрыты гибкими электродами, на которые подаётся электрическое напряжение. При моделировании задачи используется нелинейная теория электроупругости. Считаем, что трубка достаточно длинная, чтобы и рассматривать краевые условия на торцах в интегральном смысле. Показано, что в рассматриваемой задаче уравнения равновесия сводятся к одному обыкновенному дифференциальному уравнению. В случае несжимаемого материала форма деформированной трубки определяется в явном виде. А из уравнений равновесия выводится интегральное уравнение для определения неизвестного гидростатического напряжения, не выражаемого через деформацию. При дальнейшем анализе используется простейшая модель нелинейного электроупругого армированного материала.

В данной работе рассматривается влияние направлений армирования на поведение трубки под действием электрического поля в тонкостенном приближении. Целью исследования является определение направлений армирования, при которых зависимость угла закручивания трубки от электрического напряжения будет иметь максимальный линейный участок.

Исследование поддержано грантом Правительства РФ № 4.Z50.31.0046.

Стягивание тонкостенной высокоэластичной трубки с жёсткого конуса

Колесников А. М., Тер-Оганесян В. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В настоящее время в инженерных приложениях часто используются тонкостенные элементы из высокоэластичных материалов. В процессе эксплуатации они могут вступать в контакт с массивными жёсткими телами. Многие высокоэластичные материалы (резины, эластомеры) имеют высокий коэффициент трения, поэтому возникающие в области контакта силы трения могут оказывать существенное влияние на деформацию высокоэластичной конструкции и напряжения в ней. В данной работе рассматривается задача контакта тонкостенной трубки с массивным телом, с учётом трения.

Рассмотрим тонкостенную трубку, изготовленную из высокоэластичного материала, и массивный конус, изготовленный из материала значительно большей жёсткости. Положим, что радиус основания конуса больше радиуса поперечного сечения трубки. Пусть конус размещён внутри трубки, так что их оси совпадают. К конусу и одному из концов трубки вдоль их осей приложим равные противоположно направленные силы. За счёт сил взаимодействия между трубкой и конусом (в том числе сил трения) система будет может оставаться в равновесии, пока приложенные силы не превзойдут некоторой величины. Предельная величина силы зависит от геометрических параметров тел, коэффициента трения между материалами, а также от направления сил. В одном случае силы будут стараться переместить конус относительно трубки в направлении от его основания к вершине, в другом случае в противоположном направлении. Целью данной работы является определение зависимости предельной силы от всех названных параметров.

При моделировании тонкостенной трубки используется теория нелинейно-упругих безмоментных оболочек. Конус моделируется как абсолютно твёрдое тело. Силы трения описываются законом Кулона. Полагаем, что задача является осесимметричной. Для модели материал Бартенева—Хазановича удаётся построить аналитическое решение дифференциальных уравнений равновесия безмоментной оболочки. В итоге задача сводится к системе нелинейных уравнений, полученных из граничных условий, налагаемых на трубку. На основе численных решений которых будут построены искомые зависимости.

Исследование поддержано грантом Правительства РФ № 4.Z50.31.0046.

Выбор физического потенциала для расчета полной энергии молекулярной структуры

Колесникова А. С.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов

Развитие нанoeлектроники связано с уникальными свойствами углеродных наноструктур, которые используются в качестве элементной базы в наноструктурах. К таким структурам относятся углеродные нанотрубки, фуллерены, графен (и его аллотропы) и многие другие. Нанoeлектроника стала развиваться с момента использования углеродных нанотрубок в эмиссионной электронике. В связи с этим актуальной задачей является изучение и модернизация методов исследования свойств наноструктур.

Молекулярно-механический метод, основанный на энергетическом потенциале AIREBO (reactive empirical bond order), разработан для исследования энергетических, упругих и колебательных свойств твердого углерода и углеводородов. Выбор данного метода обусловлен тем, что он хорошо зарекомендовал себя при исследовании механических свойств углеродных наноструктур.

В настоящее время существует несколько модификаций молекулярно-механического метода, основанного на энергетическом потенциале AIREBO. Одна модификация связана с расчетом полной энергии структуры только с помощью энергетических термов, отвечающих за химическое взаимодействие между атомами, термов учитывающих энергию двугранных углов и энергию физического взаимодействия. Другая модификация заключается в видоизменении химического потенциала данного метода для учета взаимодействия не только между атомами углерода и углерода, но и между атомами кислорода и углерода.

Известно, что для расчета полной энергии структуры при использовании энергетического потенциала AIREBO физическое взаимодействие описывает потенциал Леннарда — Джонса. В настоящее время существует ряд работ, в которых вместо потенциала Леннарда — Джонса используется потенциал Морса. Однако, известно, что в рамках метода расчета полной энергии структуры с помощью метода AIREBO для получения начальных значений параметров Морса сначала используются параметры потенциала Леннарда — Джонса.

В настоящее время существует работа, в которой подобраны параметры для потенциала Леннарда — Джонса, позволяющие описывать взаимодействие между ионом калия и углеродной структурой. В данной работе предлагается модернизировать потенциал Леннарда — Джонса, чтобы иметь возможность изменить точность расчета данного потенциала при его работе в рамках потенциала REBO, поэтому для исследования механических свойств углеродных молекулярных структур подбор параметров осуществлялся для классического потенциала Леннарда — Джонса.

Конечно-элементное моделирование высокопористых наноразмерных материалов, основанных на ячейке Гибсона—Эшби, с учетом поверхностных напряжений

Корниевский А. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Многие естественные материалы имеют пористую ячеистую структуру. Такие материалы, в сравнении со сплошными, обладают некоторыми преимуществами, например, относительно высокой жесткостью и низкой теплопроводностью при малой плотности. Отдельно можно выделить нанопористые материалы, чьи физические характеристики могут сильно отличаться от свойств аналогичных макроразмерных структур. В связи с быстрым развитием новых методов создания высокопористых материалов из различных видов пластика и металлов увеличился интерес к их исследованию. Среди ряда предложенных моделей, описывающих эффективные характеристики высокопористых материалов, самой популярной является модель Гибсона — Эшби. Но несмотря на большой интерес к этой модели, она была мало исследована в условиях наноразмерных масштабов.

В данной работе для учета масштабного эффекта, возникающего у наноразмерных материалов, используется модель Гуртина — Мурдоха. Согласно данной модели на границы тела накладываются мембраны, внутренние усилия в которых обуславливаются поверхностными напряжениями. Для реализации представленного подхода разработан набор программ на языке APDL ANSYS. Эти алгоритмы позволяют строить решетки, составленные из ячеек Гибсона — Эшби с приложенными на границах мембранами, получать из них конечно-элементные сетки, решать задачи гомогенизации и определять необходимый набор эффективных модулей. Для проведения численных экспериментов был выбран изотропный материал золота, что позволило сравнить промежуточные результаты с работой¹. Но поскольку из-за геометрии структуры могут возникать анизотропные эффективные свойства, была использована постановка шести краевых задач с граничными условиями в перемещениях.

Результаты численных экспериментов, проведенных для ячеек без учета поверхностных эффектов, соответствуют аналитической модели Гибсона — Эшби при пористости более 70%. Аналогичные результаты для модели, учитывающей поверхностные эффекты, отличаются от аналитической модели Гибсона — Эшби. Было выявлено, что эффективные упругие модули наноразмерного материала выше, чем модули аналогичного макроразмерного материала. Получена зависимость между масштабным коэффициентом безразмерной конечно-элементной модели и реальными размерами ячеек.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-31-90057).

Автор благодарит за помощь в работе заведующего кафедрой математического моделирования ЮФУ А. В. Наседкина.

¹Xia R. et al. Surface effects on the mechanical properties of nanoporous materials // Nanotechnology. 2011. V. 22, № 26.

О возможности прогнозирования исхода операций на печени с учетом метастазов колоректального рака

Корников В. В.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

У пациентов больных раком толстой и прямой кишки сразу при выявлении или в отдаленном периоде выявляются метастазы в печени. В определенных случаях их можно удалить хирургическим путем. У части пациентов хирургическое удаление приводит к значительному улучшению результатов лечения, но есть пациенты, у которых почти сразу после операции или в ближайшее время после нее появляются новые метастазы в печени или в других органах. Кроме того, при большом поражении печени выполнение таких операций связано с риском серьезных послеоперационных осложнений, когда оставшаяся часть печени не справляется с нагрузкой, или у пациента развивается массивное кровотечение, если метастаз врастает в крупный сосуд. Необходимо было выявить группу пациентов, которым эта операция показана и которые получают наилучший результат (то есть у них длительно не будут появляться метастазы в печени или других органах), а также выявить группу пациентов, которым подобные операции не показаны, так как после них метастазы появляются в довольно быстрый срок, или операция связана с большим риском осложнений и с малой эффективностью.

Наиболее знаменитая прогностическая шкала, которой пользуются во всем мире — шкала Юмана Фонга (Fong Score). Она на сегодняшний момент широко используется для определения прогноза и решения вопроса, нужно ли оперировать печень таким пациентам. Но эта шкала не учитывает влияние химиотерапии или других методов, направленных на улучшение результатов лечения.

Прогностическая модель могла бы на начальном этапе лечения помочь распределить пациентов по категориям риска при принятии решения о проведении операции. Из этого следует актуальность задачи построения такой модели.

Статистическому анализу подвергнуты данные о 115 пациентах с метастатическим колоректальным раком (МКРР), наблюдавшихся в ФГБУ «НМИЦ онкологии им. Н. Н. Петрова» Минздрава России. Отдаленные результаты прослеживались для 101 пациента в течение года после проведенной операции, эффективность лечения будем оценивать по степени прогрессирования метастатических очагов в течение этого промежутка времени. Был проведен статистический анализ клинических данных с целью определения факторов, позволяющих различить группы с хорошим и плохим (новые метастазы появились в течение года после резекции) прогнозом. После чего сделана попытка построения модели, позволяющей по клиническим данным пациента принять решение о возможности и необходимости проведения операции. Построенная модель на данный момент не является идеальной, так как при использовании статистического анализа делали достаточно сильные предположения о структуре данных, например, предполагали нормальность их распределений, что не всегда выполнялось.

Концепция систем поддержки принятия врачебных решений в хирургии позвоночно-тазового комплекса

Кириллова И. В., Коссович Л. Ю.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов

Отечественные клинические рекомендации по лечению заболеваний и повреждений опорно-двигательного аппарата содержат упоминания о необходимости тщательного предоперационного планирования. В российских медицинских организациях, как правило, применяется традиционный подход к предоперационному планированию, подразумевающий использование acetатных шаблонов имплантатов наряду с рентгеновскими пленками. В то же время представители ведущих клиник травматолого-ортопедического профиля в России придерживаются мнения, что цифровое предоперационное планирование — это высокоточный метод подбора размеров имплантатов, а также других параметров, необходимых при их установке. Считается, что предоперационное цифровое планирование и виртуальная установка шаблонов имплантатов должны быть интегрированы в предоперационное ведение больных при имплантации в качестве стандартной процедуры.

Проведенный опрос экспертов травматологов и ортопедов показал необходимость внедрения компьютерных систем предоперационного планирования, обеспечивающих также и биомеханическую поддержку принимаемого решения, и прогнозирование результатов лечения. В этой связи разработана концепция систем поддержки принятия врачебных решений в хирургии позвоночно-тазового комплекса, лежащая в основе программной платформы Аккорд.

Платформа реализует геометрическое предоперационное планирование, биомеханическое моделирование вариантов лечения и прогнозирование послеоперационного периода, а также является базой для разработки систем предоперационного планирования в хирургии позвоночно-тазового комплекса и крупных суставов.

В данной работе приведены результаты разработки концепции, а также ее апробации. Разработанная концепция также открывает возможности для создания на ее основе систем поддержки принятия врачебных решений в других областях хирургии.

Анализ результатов наноиндентирования в информационной системе «Градиентные покрытия»

Кренив Л. И., Айзикович С. М., Николаев А. Л.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Градиентные покрытия активно используются для защиты различных конструкций от повреждений, вызываемых как механическими, так и тепловыми нагрузками, поэтому задача моделирования поведения материалов с функционально-градиентными покрытиями остается актуальной. Под руководством Айзиковича С. М. развит оригинальный метод расчета смешанных статических задач упругости и термоупругости для непрерывно-неоднородного по глубине полупространства при заданных на поверхности усилиях и источниках. Для их решения используется соответствующее интегральное преобразование (Фурье, Ханкеля или Меллина), системы обыкновенных дифференциальных уравнений с функциональными коэффициентами интегрируются с использованием численных методов. Трансформанты получаемых в результате парных интегральных уравнений аппроксимируются выражениями специального вида, позволяющими получить приближенное аналитическое выражение.

Для практического применения разработанных методов численно-аналитического решения широкого круга смешанных и несмешанных граничных задач осесимметричной статической теории термоупругости с учетом произвольного сочетания законов изменения термомеханических свойств (модуля Юнга, коэффициента Пуассона, коэффициентов теплопроводности и линейного расширения) разработан комплекс программ на языке Fortran. Исходные данные для расчета формируются в виде набора текстовых файлов, которые содержат таблицы значений законов неоднородного изменения термомеханических свойств, описание видов воздействий (распределенное давление, различные штампы, температура или тепловой поток), набор расчетных параметров, влияющих на точность и время расчета.

Сохранение результатов расчетов и проведение в дальнейшем их многопараметрического анализа, а также визуализация напряженно-деформированного состояния неоднородного покрытия и его термомеханических характеристик, реализовано с помощью базы данных, которая создана и поддерживается в СУБД PostgreSQL.

Доступ к подготовке исходных данных, запуску расчетов и анализу данных организован с помощью web-интерфейса информационной системы «Градиентные покрытия», разработанного на языке Python (библиотека Django).

В настоящее время функциональность информационной системы расширена режимом обработки результатов наноиндентирования. Пользователь имеет возможность передать на обработку заархивированные каталоги с текстовыми файлами «сила — смещение», или ввести таблицу с данными о размере зоны контакта и расчетном модуле Юнга. Работа режима иллюстрируется анализом индентирования Si и покрытия ZnO на Si, позволяющим оценить модуль Юнга покрытия.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 14.Z50.31.0046.

О моделировании поворота головы человека в различных условиях

Кручинина А. П.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Исследование движения головы человека оказалось востребованной задачей при исследовании и разработке методов решения коррекции вестибуло-сенсорного конфликта для работы в условиях невесомости. Основное движение, во время которого проявляется нарушение стабилизации линии взора на объекте из-за нехватки вестибулярной информации, — собственный поворот головы. Это движение может быть смоделировано решением задачи оптимального управления.

Голову будем моделировать осесимметричным твердым телом массы M , с моментом инерции I , ось вращения проходит через позвоночник, расположенный на расстоянии r_c от центра массы, вокруг этой оси голова поворачивается на угол φ . Запишем уравнение Лагранжа второго рода для рассматриваемого объекта:

$$I\ddot{\varphi} + M\ddot{\varphi}r_c^2 = U.$$

Величина U — это момент, приложенный к голове со стороны шеи. Будем рассматривать этот момент как управление, ограниченное по модулю.

При рассмотрении поворота головы в поперечной плоскости (поворот из стороны в сторону) как на поверхности Земли, так и в условиях орбитального полета, если корпус космонавта закреплен, математическое описание будет для этих случаев совпадать. В случае поворотов в сагиттальной плоскости (кивок вперед и назад), появляется момент внешней силы — силы тяжести, и задача становится нелинейной.

К полученной задаче применяется теория оптимального управления для нелинейных систем. Полученное решение может быть использовано для анализа изменения поворота головы при переходе между условиями поверхности Земли и орбиты.

Публикация подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня «Сверхзвук» на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (распоряжение Правительства РФ от 24 октября 2020 г. № 2744-р) и в рамках исследований, выполненных в (КЭ) «Вектор-МБИ-1» на российском сегменте Международной космической станции».

Математическое моделирование поведения микрополярной сетчатой пластины Кирхгофа в условиях электростатических воздействий

Крылова Е. Ю.

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, Саратов

В работе построена математическая модель и проведено исследование поведения микрополярной сетчатой пластины Кирхгофа под действием распределенной нормальной вибрационной нагрузки и силы Кулона. Пластина занимает в пространстве область $\Omega = \{0 \leq x \leq a; 0 \leq y \leq b; -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2}\}$, на расстоянии g_0 от пластины находится электрод. Математическая модель строилась на основании следующих гипотез и предположений:

- материал пластины упругий изотропный;
- для учета эффектов масштаба материал рассматривается как псевдоконтинуум Коссера со стесненным вращением частиц; считается, что поля перемещений и вращений не являются независимыми;
- учитываются кинематические гипотезы Кирхгофа;
- геометрическая нелинейность принята по теории Теодора фон Кармана;
- сетчатая структура учтена по теории Г. И. Пшеничного (предполагается, что пластина состоит из нескольких семейств густо расположенных ребер, каждое семейство характеризуется расстоянием между ребрами, шириной ребра и углом наклона оси ребер относительно положительного направления оси OX).

Опираясь на континуальную модель Пшеничного Г. И., заменяем регулярную систему ребер сплошным слоем. Уравнения движения элемента исследуемой пластины получены из энергетического принципа Гамильтона. Внешняя нагрузка бралась в следующем виде:

$$q(x, y, t) = q_0(x, y, t) \sin(\omega_p t) + F_{Coul},$$

где $q_0(x, y, t)$ и ω_p — амплитуда и частота внешней нормальной нагрузки, F_{Coul} — сила Кулона, действующая на пластину.

$$F_{Coul}x = \frac{\epsilon_0 V^2}{2(g_0 - w(x, y, t))^2},$$

V — электростатический потенциал, ϵ_0 — электрическая постоянная, $w(x, y, t)$ — прогиб пластины.

В численном эксперименте рассматривались нулевые начальные условия и граничные условия жесткой заделки. Пластина состояла из двух взаимно перпендикулярных семейств ребер.

Проведено исследование влияния силы Кулона и вибрационной нагрузки на величину прогиба рассматриваемой пластины в зависимости от ее геометрии (расстояния между ребрами семейств, ширины ребер, углов наклона оси ребер семейств относительно оси OX) и величины размерно зависящего параметра, появившегося в математической модели вследствие учета микрополярной теории.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 22-21-00331.

Имитация биомедицинских тканей жидконасыщенной пороупругой средой Био

Лапина П. А., Зеленцов В. Б.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Идентичность физико-механических свойств естественных и искусственных биомедицинских тканей является залогом успехов в имплантологии. Для решения этой задачи используется теоретико-экспериментальная методика наноиндентирования. Математическое моделирование процесса индентирования осуществляется с помощью решения контактных задач механики сплошной среды о внедрении жесткого индентора с плоской или выпуклой формой основания в жидконасыщенную пороупругую среду Био в виде полуплоскости, полосы, полупространства и слоя. Задачи для полубесконечных сред позволяют установить влияние параметров среды на силовые и геометрические характеристики индентирования. Задачи для сред с конечной глубиной позволяют получить силовые и геометрические характеристики контакта для сравнения с экспериментальными величинами. В рассмотренных задачах индентирования верхняя поверхность среды непроницаема для поровой жидкости при воздействии индентора. В задачах с конечной глубиной нижняя поверхность среды сцеплена с недеформируемым основанием и непроницаема для поровой жидкости.

Решение поставленных контактных задач с помощью интегральных преобразований Лапласа (по времени) и Фурье (по продольной координате) сведено к решению двумерного интегрального уравнения первого рода с двумерным ядром от разности переменных по координате и времени. Неизвестные контактные напряжения зависят от координаты и времени. В случае индентора с плоским основанием пределы интегрирования по координате постоянны, а в случае индентора с выпуклым основанием — переменные, и зависят от времени. Для индентора с плоской формой основания решение двумерных интегральных уравнений построено в аналитической форме в классе интегрируемых функций с корневой особенностью на краях контакта. Для индентора с выпуклой формой основания решение получено в классе функций, ограниченных на краях области контакта, и определена изменяющаяся во времени область контакта. На основании полученных результатов подробно изучается влияние параметров среды на силовые и геометрические параметры контакта.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации (договор № 14.Z50.31.0046).

Математическое моделирование индентирования роговицы глаза плоским штампом с учётом порового давления

Леднов А. С.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

При разработке протезов биологических тканей на основе предварительного математического моделирования необходимо знание их механических свойств, одним из способов определения которых является индентирование. В результате этого процесса может быть установлена зависимость между силой и глубиной внедрения, определена форма деформированной поверхности, а в случае неупругой деформации — размер отпечатка после снятия нагрузки. Эти данные могут служить дополнительной информацией для решения обратной коэффициентной задачи, к которой сводится описанная проблема.

В качестве модели мягких биологических материалов, являющихся прототипом роговицы глаза, здесь рассматривается пороупругая водонасыщенная среда, известная в литературе как модель консолидации или Био. В рамках плоской деформации исследуется математическая модель индентирования роговицы человеческого глаза, общая толщина $h = 543$ мкм, длина $L = 3000$ мкм, плоским штампом длиной 500 мкм. Были рассмотрены 2 различные модели: слоистая модель, учитывающая разные для слоёв модуль Юнга и коэффициент Пуассона, и модель однородной водонасыщенной среды. Рассмотрены четыре типа граничных условий для порового давления под плоским штампом. Для каждого из них были рассмотрены три типа разных механических условий под штампом при вдавливании: контакт без трения, учет кулоновского трения, жёсткое сцепление. Изучается их влияние на зависимость между глубиной его внедрения и контактной силой.

Таким образом, были рассмотрены 12 постановок задачи для разных условий под штампом для модели с различными механическими свойствами в слоях роговицы глаза (модуль сдвига и коэффициент Пуассона). И аналогичные 12 постановок, но уже для однородной модели, приближенной к пористой губке. Расчет вёлся в комплексе конечно-элементного анализа FlexPDE. Были получены графики распределения порового давления в слоях при индентировании и зависимость сила — глубина внедрения штампа, определена формы деформированной поверхности и их различие для определенного набора граничных условий.

Автор выражает благодарность научному руководителю А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ № 14.Z50.31.0046.

Испытание нового метода заточки вольфрамовых зондов для атомно-силового микроскопа NanoEducator

Леднов А. С., Харчевников И. О.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Сканирующая зондовая микроскопия (СЗМ) считается одним из лучших современных методов получения информации о структуре и локальных свойствах поверхности твердых тел с высоким пространственным разрешением. Существует два основных метода СЗМ — сканирующая туннельная микроскопия (СТМ) и атомно-силовая микроскопия (АСМ). Принцип работы АСМ основан на межатомном взаимодействии между поверхностью образца и датчиком АСМ. Датчиком является кантилевер с зондом на конце. Зонд представляет собой вольфрамовую иглу, вставленную в пьезотрубку. В бесконтактном режиме работы зонд находится достаточно далеко от поверхности образца в области действия сил Ван-дер-Ваальса. При приближении зонда к образцу его наконечник сначала притягивается к поверхности из-за наличия наиболее дальнедействующих сил Ван-дер-Ваальса, но, когда расстояние между зондом и образцом станет меньше среднего межатомного расстояния, возникают силы отталкивания. В итоге система приходит в равновесие и зонд зависает над поверхностью. При сканировании зонд скользит над поверхностью, огибая ее рельеф.

Разрешение АСМ определяется поперечным размером области взаимодействия между зондом и образцом. Поэтому для достижения максимального разрешения кончик зонда должен иметь минимальный радиус вплоть до одного атома. В исследовании была предпринята попытка создать новый метод заточки вольфрамовых зондов для атомно-силового микроскопа, обеспечивающий лучшую остроту наконечника. Метод основан на модификации известного способа электрохимического травления вольфрамовых зондов. Идея заключалась в том, чтобы прицепить груз к заготовке, чтобы он дополнительно оттягивал заготовку вниз при травлении, обеспечивая тем самым лучшую заточку. В качестве груза использовались кристаллы пищевой соли NaOH массами 8, 16 и 32 мг, а также дополнительная длина конца проволоки массой 1,5, 3 и 6 мг. Мотивацией для разработки этого метода стала потребность в доступной, быстрой и недорогой технологии, позволяющей значительно повысить эффективность работы лаборатории.

В результате эксперимента было создано 7 зондов. Первые шесть образцов были созданы при помощи новой методологии, а последний — стандартным методом для сравнения успешности заточки. Были сделаны снимки наконечников изготовленных зондов на электронном микроскопе, а также измерены длина и радиус скругления наконечников (двухлучевой сканирующий электронный микроскоп ZEISS CrossBeam 340). Из полученных данных следует, что новый метод позволяет получить радиус скругления наконечника зонда в среднем в 10 раз острее чем обычным методом.

Работа выполнена при поддержке Правительства РФ (грант № 14.Z50.31.0046).

Конечные деформации двухслойной армированной преднапряжённой диэлектрической трубки

Летунова Д. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В настоящее время активно исследуются диэлектрические эластомеры. Диэлектрический эластомер — это типичный электроактивный полимерный материал, который способен к большим упругим деформациям и к деформациям под действием электрического поля. Их использование и развитие в применении — широкая и перспективная область. Диэлектрические эластомеры считаются идеальными кандидатами на прототип искусственной мышцы, а также могут быть использованы для создания приводов, датчиков, мягких роботов и электромеханических систем. По сравнению с традиционными материалами для приводов и умных устройств, диэлектрический эластомер обладает характеристиками большой деформации, быстрого отклика и легкого веса, но требует высокого напряжения. Также привлекает то, что диэлектрические эластомеры относительно просты и малозатратны в изготовлении.

В работе рассматривается преднапряжённый трубчатый актуатор из диэлектрического материала. Актуатор состоит из двух трубок, каждая из которых армирована. Два семейства армирующих волокон намотаны по винтовым линиям под разными углами. Одна трубка вставляется в другую. Перед склеиванием трубки деформируются: закручиваются или растягиваются, и после склеивания получаем предварительно напряжённый актуатор. На внешней и внутренней поверхностях и между слоями нанесены гибкие электроды. Заряды могут быть подведены на внутренний и средний электроды или средний и внешний, т. е. на внутренний и на внешний слой трубки.

Задача рассматривается в рамках нелинейной теории электроупругости. Энергия представлена как сумма энергий: упругости матрицы, упругости армирующих волокон и электрического вклада. Упругая энергия матрицы берётся в форме Дженга, остальные — в одном из простых возможных видов. Было исследовано влияние армирования на поведение трубки под действием электрического поля, приложенного к разным слоям. Получено, что различным армированием можно увеличить или уменьшить угол закручивания, добиться полного его отсутствия, выбрать направление закручивания, а также увеличить или уменьшить удлинение при конкретном значении электрического напряжения. Электрическое поле, прикладываемое к разным слоям трубки, влияет только на сопротивляемость трубки к деформациям. Помимо этого, было исследовано влияние предварительных напряжений.

О диффузионном анализе стабилметрических данных

Любкевич А. А.

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Стабилометрия является инструментальным методом оценки вертикальной позы и изучения равновесия человека. Данный метод использует стабиллоплатформу — прибор для оценки траектории центра давления (ЦД) человека на опорной поверхности. При этом человек стоит вертикально, либо выполняет тестовые движения. Полученная траектория движения ЦД называется стабилограммой.

При исследовании стабилограмм вычисляют множество различных показателей, которые так или иначе характеризуют колебания человека и удержание им равновесия. Такими показателями являются, например, стандартное отклонение, разброс, качество функции равновесия и другие.

В данной работе рассматривается метод диффузионного анализа стабилограмм. Параметры, определяемые данным методом, будем называть диффузионными параметрами. Эти параметры и их модификации применяются на практике, однако, не ясно, какие именно особенности функционирования организма они характеризуют. Некоторые особенности изменения диффузионных показателей принято объяснять запаздыванием, однако известно, что диффузионные параметры для сагиттального и фронтального направлений различаются. В данной работе рассмотрен вопрос о возможной связи такого различия с особенностями восприятия нервной системой сигналов вестибулярного аппарата, обладающего зоной нечувствительности.

Для моделирования изменения координат ЦД при стоянии использованы две модели. Стандартная модель перевернутого маятника в сагиттальной плоскости и модифицированная модель для фронтальной. Модификация заключается в том, что во фронтальной плоскости рассмотрен трехзвенный перевернутый маятник. Два звена этого трехзвенника моделируют ноги, а третье — туловище с руками и головой. Принят подход, в соответствии с которым для управления используется ПИД регулятор, входом которого служат координаты центра масс, дополненный управляющим сигналом, сформированным по горизонтальным составляющим показаний линейного ускорения чувствительного элемента отолитовой мембраны. Модель вестибулярного аппарата грубо учитывает наличие зоны нечувствительности в этих показаниях. Информация об изменении вертикальной составляющей ускорения и угловых ускорениях предполагается подпороговой и в модели не учитывается.

Отметим, что во фронтальной и в сагиттальной моделях проекция силы тяжести на чувствительную ось различна. В результате заметно различается влияние нелинейности, описывающей область нечувствительности. Это приводит к заметной разнице в регулировании вертикальной позы.

Результаты обработки координат ЦД для сагиттальных и фронтальных колебаний, полученных с помощью модели, подтверждают это предположение.

Моделирование и изготовление индивидуального протеза стопы для биомеханической оценки походки с помощью видеонализа

Мальцева О. Н.¹, Аксёнов А. Ю.², Егоров Р. А.³

¹*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург*

²*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет, Санкт-Петербург*

³*Компания INSTEP, ИП Егоров Роман Алексеевич, Санкт-Петербург*

На сегодняшний день в России проживает более миллиона людей с ампутациями нижних и верхних конечностей. В большинстве случаев протезы изготавливаются на зарубежных производствах, стоят порядка 500–600 тысяч рублей и их необходимо менять почти каждый год. На рынке уже доступны технологии для 3D-печати протезов, которые в значительной степени могут удешевить изготовление протеза более чем в 50 раз.

В данной работе исследуются два индивидуально смоделированных протеза стопы и сравниваются с двумя зарубежными, немецкой марки «Ottobock» 1C30 Trias и 1WR95 Aqua. Подобное исследование может помочь улучшить качество жизни пациентам с частичной патологией нижних конечностей, понять, на что необходимо обращать внимание при моделировании и установке части протеза и в ближайшем будущем может войти в оборот производства носимых протезов.

В исследовании участвовал пациент с ампутацией средней трети левой голени и частичным отсутствием сухожилия на подошве правой стопы, из-за чего ему приходится носить также и ортез. Пациент одновременно являлся и заказчиком от компании. Сравнительный анализ кинематических и кинетических данных моделей протеза проводилось с помощью восьми оптических камер Micrus M5 (Qualisys) с частотой 185 Гц и двух динамометрических платформах Kistler с частотой 1000 Гц. Расчет нагрузок осуществлялся в пакете прикладных программ ANSYS. Из полученных результатов, таких как деформации, давление контактов, напряжения, перемещения, можно было сделать вывод о том, выдержит ли протез нагрузку на заданные части и готова ли модель к печати.

Целью работы является изучение процесса построения полноценной компьютерной 3D-модели протеза стопы для человека, ее 3D-печать и сравнительный анализ кинематических и кинетических параметров ходьбы человека с зарубежными аналогами.

Задачи и этапы исследования: 1) Построение двух 3D-моделей протеза стопы человека с помощью программного обеспечения для проектирования Fusion 360, 2) Моделирование в программной среде ANSYS процесса нагрузки на различные отделы модели стопы под углом с определенной силой для расчета максимально допустимых напряжений протеза при ходьбе, 3) Изучение литературы и выбор материалов модели для печати на 3D-принтере, 4) Изготовление протеза, 5) Оценка пространственно-временных параметров ходьбы, а также кинематических и кинетических параметров суставов с помощью программной среды QTM (Qualisys) и Visual3D (C-motion) для двух смоделированных протезов стопы и двух зарубежных.

Влияние пьезоактуатора на репродуктивные клетки рыб

Матросов А. А., Нижник Д. А., Мальцева Т. А.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

На сегодняшний день одним из самых актуальных способов защиты репродуктивных клеток рыб на этапе эквilibрации является использование криопротектора. Репродуктивные клетки, помещенные в криопротектор, представляют собой некоторую суспензию. Воздействие на эту суспензию акустического поля со специально подобранными параметрами позволяет криопротектору быстрее проникать внутрь клетки, что приводит к росту выживаемости репродуктивных клеток.

В работе строится математическая модель создания пьезоактуатором акустического воздействия на криопротектор, в котором находятся репродуктивные клетки рыб. В рамках механики сплошной среды используются:

- уравнения линейной теории упругости;
- уравнения линейной теории электроупругости;
- уравнения движения жидких и газообразных сред в акустическом приближении.

К этим уравнениям добавляются соответствующие граничные условия для механических и электрических полей.

В качестве пьезоактуатора использована круглая пластина из пьезокерамики, предварительно поляризованной той же толщине. На её лицевые поверхности нанесены электроды пренебрежимо малой толщины. Пьезоактуатор приклеен ко дну лабораторного стеклянного стакана и вызывает изгибные колебания его дна, что приводит к эффективному возбуждению акустического поля в суспензии. В работе в программном комплексе свободно распространяемого программного обеспечения конечно-элементного анализа ACELAN построена геометрическая модель рассматриваемой задачи и сгенерирована соответствующая конечно-элементная сетка. Выполнен модальный анализ, найдена зависимость собственных частот резонанса, антирезонанса, коэффициента электромеханической связи от радиуса пьезоэлемента. Определён радиус пьезоэлемента, при котором коэффициент электромеханической связи достигает максимального значения. Анализ поля скоростей и давлений в акустической среде показывает, что на резонансной частоте также наблюдается явление перемешивания суспензии внутри занимаемого объёма. Такое перемешивание, несомненно, также будет способствовать процессу акустического воздействия на суспензию.

Кроме проведения численного эксперимента в работе выполнен натурный эксперимент. При его проведении пьезоэлектрический сенсор регистрировал акустическое поле в суспензии, возбуждаемое пьезоактуатором. Этот эксперимент показал адекватность построенной теоретической модели и численных расчетов, разница в определении резонансной частоты составила порядка 3.4%.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 21-16-00118.

Топологическая оптимизация кронштейна для уличного ландшафтного светильника

Матросов А. А., Семенчатенко И. В.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Одной из главнейших современных задач на любом промышленном производстве является уменьшение конечной массы изделий и сопутствующая этому экономия материала. В связи с этим весьма актуальным является поиск оптимального соотношения между прочностью изделия и его массой.

Активное развитие в последнее десятилетие компьютерных технологий и программного обеспечения существенно способствовало прогрессу по внедрению методов оптимизации во все этапы разработки и построения моделей для производства.

Генеративный дизайн — современный подход к проектированию и дизайну цифрового или физического продукта, при котором человек делегирует часть процессов компьютерным технологиям и платформам. Такой подход в части создания 3D-модели, в том числе с использованием искусственного интеллекта, реализован компанией Autodesk и интегрирован в CAD/CAM/CAE-платформу Autodesk Fusion 360 и продукт Autodesk Netfabb Premium. Отказ от вычислений на компьютере конечного пользователя и перенос их в облако, расположенное на высокопроизводительных серверах, позволил существенно сократить время расчётов.

Метод топологической оптимизации становится всё более популярным из-за его доступности и существенного улучшения алгоритмов работы. Кроме того, топологическая оптимизация позволяет получить оптимальную форму изделия в заданных условиях эксплуатации. Задавая граничные условия на поверхности детали и проводя в дальнейшем оптимизационный анализ, можно получить распределение напряжений и деформаций внутри детали, оптимизированной, например, по массе. Полученная таким образом картина показывает возникающее напряженно-деформированное состояние. Это существенно помогает в дальнейшем при проектировании сложных систем, сокращает время, отводимое на этап разработки изделия, позволяет более широко использовать возможности как традиционных способов изготовления, так и аддитивных технологий.

В данной работе при помощи генеративного дизайна было выполнено создание модели кронштейна для уличного ландшафтного светильника.

Проведенная топологическая оптимизация позволила сократить массу изделия на 80%. Анализ возникающего напряженно-деформированного состояния при заданных граничных условиях позволил внести конструктивные изменения в первоначальный проект. Было показано, что применение дополнительного закрепления не является целесообразным, поскольку коэффициент запаса прочности для полученной оптимизированной детали равен 3.84. Эта величина укладывается в шкалу допустимых значений от 3 до 6. В дальнейшем изготовление такой детали может быть выполнено любым методом производства.

Моделирование позвоночника с помощью пассивных маркеров для расчёта сагиттального баланса

Милчев Н. М.¹, Аксенов А. Ю.²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург

²Российский Научный Центр «Восстановительная Травматология и Ортопедия» им. акад. Г. А. Илизарова МЗ России, Курган

Проблема заболеваний позвоночника стоит очень остро в современном мире. В России зафиксировали 13356.6 случаев заболеваний костно-мышечной системы на 100000 человек среди взрослого населения и 5621.2 случаев среди детей за 2018 год. Для взрослого населения России заболевания костно-мышечной системы являются самой распространенной группой и составляют 26.8% от общего количества заболеваний. Существуют методики, позволяющие диагностировать заболевания опорно-двигательной системы, среди них можно выделить следующие: 1) Рентгенография, 2) УЗИ позвоночника, 3) Магнитно-резонансная томография, 4) Компьютерная томография, 5) Видеоанализ кинематики движения человека. Изучение первых четырех указанных способов наводит на решаемую проблему — отсутствие возможности анализировать позвоночник в динамике. Данную проблему позволяет обойти последняя методика, видеоанализ, позволяющий реконструировать скелет человека в движении.

С помощью языка программирования Python был разработан GUI для анализа сагиттального баланса, используя два метода. Для получения координат C7, S2 и COG использовался маркерный видеоанализ. Регистрация осуществлялась четырьмя камерами Miquis M5 (Qualisys) с частотой 100 кадров в секунду. Для разработки алгоритма в исследовании приняли участие шесть здоровых людей. Динамический тест проводился на беговой дорожке со скоростью ходьбы 5 км/ч. Перед каждым тестом камеры проходили калибровку, чтобы погрешность регистрации координат в пространстве не превышала 0.5 мм. Для регистрации кинематики использовались маркеры размером 9.5 мм. Маркеры идентифицировались в программной среде QTM (Qualisys), а артефакты движения кожи фильтровались с помощью низкочастотного фильтра 4-го порядка Баттерворта с частотой среза 12 Гц. Для расчета сагиттального баланса в динамике было найдено два метода. Первый расчет осуществляется, как отклонения сагиттальной вертикальной оси (СВО) от линии отвеса, проведенной от центра тела C7 позвонка до проекции заднего края верхней замыкательной позвонка (S2) в горизонтальной. Такой показатель является максимально приближенным к рентгеновскому статическому критерию оценки сагиттального баланса. Однако в динамике отсутствуют результаты динамической оценки. Вторым вариантом рассчитывается как смещение позвонка C7 относительно точки проекции COG (общего центра массы) вперед/назад и вправо/влево. COG можно рассчитывать как центр трапеции (точки таза). Графический интерфейс создан на основе библиотеки PyQt5, для реализации вывода графиков была использована библиотека PyQtGraph, для расчетов использовались библиотеки NumPy и SciPy. В ходе анализа рассматривался каждый шаг отдельно, однако деление на циклы шагов осуществлялось вручную.

Численное моделирование гидродинамики безнапорного потока

Надолин К. А., Амбарян К. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Моделирование гидродинамики безнапорных русловых потоков естественного (реки, ручьи) или искусственного (оросительные и водоотводящие каналы) происхождения весьма актуально для водопользования и гидростроительства. Многообразие природных русловых потоков, как объектов моделирования, а также разнообразие целей и задач такого моделирования является основанием для использования математических моделей различных типов и разного уровня сложности, начиная от камерных, использующих алгебраические соотношения водного баланса, и заканчивая полными трехмерными уравнениями гидродинамики турбулентных течений.

Теоретически наиболее точными являются трехмерные модели, основанные на полных уравнениях гидродинамики турбулентных потоков. Однако их использование на практике требует больших вычислительных затрат и не дает ожидаемой высокой точности моделирования, поскольку исходные данные гидрологических измерений реальных водотоков не обладают достаточной точностью. Также существенную погрешность моделирования дает неопределенность параметров начальных и граничных условий, которыми надо дополнить трехмерные уравнения в частных производных.

Особенностью природных водотоков является значительная протяженность рассматриваемых участков (по сравнению с их шириной и глубиной), а также преобладание продольной компоненты в поле скорости потока. Это следует учитывать при формировании упрощенных математических моделей, позволяющих получать адекватные результаты.

Ранее¹ была предложена методика построения математических моделей адекватной сложности для протяженных и слабо искривленных русловых потоков. Использованный подход основан на методе малого параметра и позволяет ввести классификацию русловых потоков и их математических моделей. Согласно этой классификации, одним из типов является глубокий протяженный поток, математическая модель которого численно изучается в данной работе.

В докладе представлены результаты вычислительных экспериментов, выполненных на основе CFD-моделей конечно-элементного программного комплекса COMSOL Multiphysics и на основе упрощенной математической модели глубокого руслового потока¹.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 075-15-2019-1928.

¹Надолин К. А. Об одном подходе к моделированию пассивного массопереноса в русловых потоках // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 2. С. 14–28.

Новые перспективы англоязычной магистерской программы мехмата ЮФУ в области математического моделирования и информационных технологий

Надолин К. А., Карякин М. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Сотрудничество мехмата Ростовского госуниверситета с финскими коллегами из Технического университета Лаппеенранты в области международной академической мобильности студентов берет начало в 2005 году. В течение 4 лет отношения развивались на основе личной инициативы, предоставляя возможность выпускникам специалитета РГУ получать диплом магистра технологии в ЛУТ за один год обучения. Первая магистерская программа с преподаванием ряда предметов на английском языке была запущена на мехмате Южного федерального университета в 2009 году. Эта магистерская программа стала основой договора о сотрудничестве между факультетом математики, механики и компьютерных наук ЮФУ и департаментом математики и физики технологического факультета Технического университета г. Лаппеенранта (Финляндия). Впоследствии этот договор о сотрудничестве преобразовался в совместную международную магистерскую программу двух дипломов. Именно на базе этой программы в период с 2011 по 2014 годы в рамках международного образовательного проекта ICARUS программы «Tempus – IV», финансируемой Евросоюзом, была создана уже полностью англоязычная магистерская программа¹.

За пятнадцатилетний период сотрудничества более 40 студентов мехмата прошли через совместную программу двух дипломов. В 2022 году истекает очередной пятилетний срок действия договора о присуждении двух дипломов. До недавнего времени планировалось его переподписание на период 2023–2027 гг., но 14 марта координатор международной академической мобильности мехмата ЮФУ получил от своего финского коллеги электронное письмо следующего содержания: «В соответствии с решением министра науки и культуры Финляндии, ЛУТ приостанавливает любое сотрудничество с российскими организациями — партнерами в сфере высшего образования и науки. Согласно новой политике, ЛУТ не будет инициировать новые проекты и на время приостанавливает существующее сотрудничество. Среди прочего это включает в себя мобильность студентов и сотрудников, сотрудничество по двойным дипломам на уровне бакалавра, магистра и доктора и все сотрудничество на основе проектов. Как только мир, признанный международным правом, будет восстановлен, мы будем рады возобновить обсуждение возобновления сотрудничества.»

В докладе проведен анализ сложившейся ситуации и рассмотрены варианты сохранения и развития магистерской программы по математическому моделированию и информационным технологиям, как образовательной программы, ориентированной на международное сотрудничество.

¹Буркель Н., Творогова С., Шендерова С. Примеры совместных программ между европейскими и российскими вузами // Инновации и изменения в транснациональном образовании. European Union, 2014. 178 с. DOI: 10.2871/94451.

Влияние толщины слизистой оболочки на распределение напряжений
в нижней челюсти с полным протезом при нормальном прикусе:
конечно-элементное моделирование

Назаренко Д. В., Босяков С. М., Рубникович С. П.

Белорусский государственный университет, Минск

При полном отсутствии зубов нижней челюсти съемные протезы с фиксацией на имплантатах позволяют эффективно восстановить жевательную функцию. В то же время, у достаточно большого количества пациентов с полным зубным протезом возникают поражения слизистой оболочки, связанные с подвижностью протеза. Целью работы является определение напряженно-деформированного состояния биомеханической системы «полный протез — импланты — нижняя челюсть» при различной толщине слизистой оболочки.

Конечно-элементные модели нижней челюсти и зубочелюстного протеза разработаны на основании данных компьютерной томографии. В модели учитывалась кортикальная и губчатая костные ткани, которые описывались линейно упругим изотропным материалом. Толщина слизистой оболочки принимает значения 2.0 мм, 2.5 мм и 3.0 мм. Полный протез фиксируется на сферических имплантатах, расположенных в области первого премоляра.

Граничные условия для модели нижней челюсти соответствовали нормальному прикусу и задавались на основании действия системы жевательных мышц и функционирования височно-нижнечелюстного сустава. Развиваемые жевательными мышцами силы рассчитаны с учетом усредненных данных об их поперечных сечениях. Действие сил в прикусе, соответствующее одновременному и множественному контактам окклюзионных поверхностей протеза нижней челюсти и зубов верхней челюсти. При этом расположение областей контакта и площадь поверхности контакта для нижней челюсти задавалось на основании экспериментальных данных.

В результате конечно-элементного расчета (с использованием пакета ANSYS Workbench 19.2) установлены распределения эквивалентных напряжений в кортикальной и губчатой костной ткани, протезе, слизистой оболочке, а также в элементах имплантата. Установлено, что наиболее высокие напряжения возникают в области слизистой оболочки, прилегающей к контуру протеза. С увеличением толщины слизистой оболочки напряжения в ней снижаются, в частности, наибольшие напряжения при толщине слизистой 2.0 мм и 3.0 мм составляют 1.78 МПа и 0.98 МПа соответственно. Полученные результаты можно использовать для прогнозирования расположения и количества имплантатов для фиксации полного протеза нижней челюсти.

Работа выполнена при поддержке НИР 1 «Разработка системы методического обеспечения криминалистической экспертизы холодного оружия ударно-раздробляющего действия с использованием моделирования изменений напряженно-деформированного состояния костной ткани человека или животных при ударном воздействии» ГПНИ «Цифровые и космические технологии, безопасность человека, общества и государства».

Сравнительный конечно-элементный анализ цилиндрических пьезоизлучателей в акустической среде

Наседкин А. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе представлена технология расчета эффективности работы цилиндрических пьезоизлучателей, генерирующих стоячие волны в акустической среде. Рассматривается короткий прямой круговой цилиндр, выполненный из радиально поляризованной пьезокерамики. Пьезоизлучатель имеет электродированные боковые поверхности и работает на частотах толщинных колебаний. Внутри цилиндра находится мягкая упругая или акустическая среда. В результате решения задачи требуется проанализировать характеристики фокального сфероидального пятна при различных входных параметрах.

Интерес к данной, казалось бы, достаточно обычной задаче был обусловлен экспериментальными исследованиями, проведенными в НИИ физики ЮФУ под руководством А.Н. Рыбьянца. Как оказалось, при различных входных параметрах задачи во внутренней среде могут возникать достаточно сильные давления и температуры, имеющие важные практические применения, например, для ультразвуковой обработки тяжелой нефти.

В настоящем исследовании компьютерное моделирование проводится в конечно-элементном пакете ANSYS в осесимметричной постановке. Последовательно решается ряд взаимосвязанных задач. Модальный анализ пьезоэлектрического цилиндра без акустической среды позволяет установить основные рабочие частоты электрических резонансов и антирезонансов и коэффициенты электромеханической связи. С использованием комплексных решателей задач на собственные значения эти частоты могут быть уточнены при учете внутренней среды.

Далее осуществлялись расчеты задач на собственные значения в окрестности диапазона рабочих частот электрических резонансов и антирезонансов. Сравнение с экспериментальными данными здесь позволяет определить коэффициенты демпфирования. После этого исследуются характеристики фокального пятна во внутренней среде.

Наконец, проводились расчеты нестационарной задачи при возбуждении волн импульсными электрическими воздействиями с анализом давлений в фокусе.

Для модульных и гармонических задач были выполнены оптимизационные расчеты при варьировании по отдельности материальных модулей пьезокерамики, внутренней среды и геометрических параметров.

Результаты расчетов позволили исследовать фокальные области и их характеристики при различных входных параметрах задачи.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 22-11-00302.

Численный анализ эффективных свойств пьезокерамического материала с металлическими включениями различных размеров с учетом неоднородной поляризации

Наседкина А. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В докладе представлены результаты исследования полного набора эффективных материальных модулей пьезокерамического композита с металлическими включениями. Для решения задачи гомогенизации используется метод эффективных модулей с линейными по пространственным переменным граничными условиями для перемещений и электрического потенциала. Металлические включения моделируются как пьезоэлектрические материалы со своими упругими модулями, с пренебрежимо малыми пьезомодулями и очень большими коэффициентами диэлектрических проницаемостей. Соответствующие статические краевые задачи электроупругости в неоднородном представительном объеме решаются численно в конечно-элементном пакете ANSYS. В результате решения этих задач находятся осредненные значения компонент напряжений и электрической индукции, которые по известным формулам позволяют определить эффективные модули композита. Обоснование использованного подхода было дано ранее в совместных статьях автора с А.В. Наседкиным и М.Э. Нассаром.

Особенностью работы является построение представительного объема с закрытой частично-случайной структурой включений в форме массива кубических ячеек с внутренними кубиками различных размеров. В отличие от проведенных ранее исследований здесь рассматривается более экономичный представительный объем, в котором отдельные кубические ячейки имеют кубический элемент в центре, который может быть металлическим включением или пьезокерамическим материалом, и шесть окружающих его гексаэдральных пьезокерамических элементов. При этом размеры центральных элементов ячеек могут варьироваться в определенных пределах при неизменных длинах сторон кубических ячеек.

Кроме того, учитывается неоднородность поляризации материала пьезокерамической матрицы по упрощенной модели. Для этого в сформированном представительном объеме предварительно решаются конечно-элементные задачи электростатики для диэлектрического композита с металлическими включениями, определяются элементные векторы поляризации и по ним задаются элементные системы координат для дальнейшего решения задач гомогенизации исходного композита.

По результатам проведенных вычислительных экспериментов были определены зависимости эффективных модулей от процентной доли металлических включений и дан анализ влияния учета неоднородной поляризации и разброса размеров отдельных включений.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 22-11-00302.

Анализ эффективных свойств пороупругих композитов
с поверхностными эффектами в зависимости от граничных условий
в задачах гомогенизации

Наседкина А. А.¹, Дачева М.², Янков Р.²

¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

²*Институт механики Болгарской Академии Наук, София*

В работе рассмотрены задачи гомогенизации двухкомпонентных пороупругих композитов с закрытой случайной структурой наноразмерных включений. Наномасштабность включений учитывалась по обобщенной теории Гуртина — Мурдоха заданием на интерфейсных границах поверхностных упругих и поровых напряжений, масштабный коэффициент которых был связан с размерами включений.

Постановка задач гомогенизации базировалась на теории эффективных модулей с учетом энергетических соотношений Хилла. Задачи статической пороупругости решались в соответствии с моделями Био и фильтрации. Особенностью работы являлось сравнение решений четырех типов задач гомогенизации с различными граничными условиями. А именно, в качестве механических граничных условий принимались линейные главные граничные условия для перемещений или постоянные естественные граничные условия для векторов напряжений. Аналогично в качестве поровых условий принимались линейные граничные условия для порового давления или постоянные граничные условия для нормальных компонент скорости фильтрации. Комбинации одного из двух механических и поровых граничных условий давали четыре типа задач гомогенизации.

Моделирование представительных объемов и решение задач об определении эффективных материальных модулей осуществлялись в конечно-элементном пакете ANSYS. Представительные объемы строились в виде кубической сетки гексаэдральных конечных элементов с пороупругими свойствами материалов одной из двух фаз и со случайной структурой расположения элементов второй фазы. Для учета интерфейсных эффектов межфазные границы покрывались оболочечными элементами с опциями мембранных напряжений. При решении задач пороупругости использовалась известная поротермоупругая аналогия между задачами пороупругости и термоупругости, которая позволяет решать задачи пороупругости как соответствующие задачи термоупругости с упругими и тепловыми свойствами. После решения задач термоупругости рассчитывались усредненные напряжения и тепловые потоки для объемных и оболочечных термоупругих конечных элементов. Наконец, эффективные свойства определялись по соответствующим формулам метода гомогенизации и обратного перехода к задачам пороупругости.

Результаты вычислительных экспериментов позволили исследовать эффективные модули в зависимости от граничных условий, от процентного содержания включений, их характерных наноразмеров и площадей интерфейсных границ.

Авторы благодарят за полезные консультации заведующего кафедрой математического моделирования ЮФУ А. В. Наседкина.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Национального научного фонда Болгарии в рамках проекта № 19-58-18011.

Численное исследование пьезокомпозита с металло-вакуумными сферическими включениями различного диаметра с использованием нового случайного представительного объема связности 3-0-0

Нассар М. Э., Наседкин А. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

С целью улучшения материальных и функциональных свойств обычных пористых пьезокомпозитов в работе исследуется пьезоэлектрический композит со случайно распределенными порами, покрытыми тонким слоем металла. Предполагалось, что полые металлические включения заполнены пьезоэлектрическим материалом с очень большими диэлектрическими проницаемостями и пренебрежимо малыми пьезомодулями и упругими жесткостями. Для моделирования случайного распределения включений был разработан новый случайный представительный объем (ПО) со случайной структурой закрытых включений.

Представительный объем (ПО) является кубом пьезокерамической матрицы, содержащей беспорядочно распределенные сферические включения произвольных размеров внутри базовых кубических ячеек одинакового размера. Алгоритм создает ПО следующим образом. Сначала генерируются случайные значения радиусов включений в соответствии с адаптируемой треугольной функцией плотности вероятности. Затем создаются сами сферические включения. Центр каждого включения определяется случайным образом вблизи центра соответствующей ячейки так, чтобы включение не могло достичь граничных поверхностей ячейки. Сферические включения выбираются случайным образом для достижения требуемой доли включения, а остальные сферы удаляются. Разработанный ПО можно использовать для моделирования многих типов композитов частиц. Для рассматриваемых пьезокомпозитов с целью расчета полного набора эффективных модулей решалась задача гомогенизации методом конечных элементов в пакете ANSYS с использованием энергетического принципа Хилла — Манделя. Сетка конечных элементов создавалась с использованием тетраэдрального десятиузлового элемента SOLID227 с опцией пьезоэлектрического анализа.

Полученные результаты показали, что имеется хорошее соответствие между результатами, полученными с использованием периодического ПО и нового случайного ПО. Эффективные диэлектрические проницаемости уменьшаются с увеличением параметра регулярности, повышая эффективность пьезоэлектрического преобразователя в приложениях для сбора энергии на поперечных модах колебаний. Коэффициенты пьезоэлектрической деформации улучшаются по мере увеличения доли включения, что указывает на повышенную эффективность исследуемого пьезокомпозита в пьезоэлектрических двигателях.

Исследование выполнено при поддержке Программы стратегического академического лидерства Южного федерального университета «Приоритет 2030» и РФФИ в рамках проекта № 20-31-90102. Работа первого автора была также поддержана стипендией [EGY-63/17] в рамках исполнительской программы между Арабской Республикой Египет и Российской Федерацией.

К анализу чувствительности и реконструкции двумерных распределений начальных напряжений в тонких пластинках

Недин Р. Д.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Для построения эффективной процедуры идентификации предварительных напряжений (ПН) с помощью метода акустического зондирования необходима организация экспериментов по съему дополнительной информации таким образом, чтобы измеряемый акустический отклик обладал максимальной чувствительностью к изменениям ПН. С этой целью на основе линеаризованной модели колебаний тонких преднапряженных пластин была предложена методика оценки влияния ПН на динамические характеристики при различных видах нагружения с помощью введения функции чувствительности. С ее помощью был проведен комплексный анализ по выявлению наиболее эффективных (чувствительных) режимов зондирования, частотных диапазонов и областей считывания отклика пластины. При проведении анализа чувствительности рассмотрено три точки на свободной границе пластин для построения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), построены формы колебаний и двумерные графики влияния ПН на функции смещений для всех рассмотренных режимов нагружения в окрестностях первой и второй резонансных частот. На основе проведенного анализа чувствительности и сформулированных рекомендаций по эффективному зондированию исследована обратная задача по идентификации трех компонент ПН в пластине, являющихся функциями двух координат. В качестве дополнительной информации используются смещения, измеренные на нескольких частотах в ходе проведения трех испытаний по частотному зондированию, отличающихся типом прикладываемой вибрационной нагрузки. Предложена методика решения обратной задачи, основанная на применении проекционного метода к исследованию линеаризованного интегро-дифференциального уравнения относительно функции напряжений, через которую выражены три компоненты ПН. Функция напряжений искалась в форме линейной комбинации полиномов по степеням двух координат области пластины. Сформулирован итерационный процесс, на каждом шаге которого с помощью метода регуляризации численно исследуется плохо обусловленная СЛАУ относительно неизвестных коэффициентов разложения. При этом число уравнений в СЛАУ (матрица которой в общем случае имеет прямоугольный вид) соответствует числу выбранных испытаний по частотному зондированию преднапряженной пластины. Рассмотренный способ позволяет варьировать тип нагружения, а также частоту колебаний. Проведена серия вычислительных экспериментов по реконструкции ПН при зондировании в 2, 3 и 4 частотах колебаний. Одной из целей проведенного исследования являлось изучение возможности снижения числа проводимых экспериментов по акустическому зондированию, а с ним и количества рассматриваемых типов нагружений и частот колебаний, с сохранением допустимой точности реконструкции.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>), в ЮФУ.

Определение параметров подрельсового основания в компьютерной модели системы «железнодорожный путь — экипаж»

Неклюдова Г. А., Евтух Е. С.

Брянский государственный технический университет, Брянск

При прохождении колеса через рельсовый стык наблюдается удар, сопровождаемый колебательными процессами, в которые вовлечены как элементы железнодорожного экипажа, так и элементы пути. Процесс колебаний описывается дифференциальными уравнениями, в которые входят величины, представляющие экипаж и путь.

Как правило, в модели экипаж представляется твердыми телами, характеризуемыми массами, моментами инерции масс колесных пар, рам тележек, кузова и характеристиками связей между ними. Ряд этих величин количественно определен, а идентификация значений остальных представляет собой не столь сложную задачу как задача идентификации параметров пути. Одна из наиболее сложных задач — определение упруго-диссипативных свойств балластного слоя. Эта сложность связана с тем, что он представляет собой сыпучую среду, для которой может быть применена модель с сухим трением. Однако, использование такой модели в расчетах неудобно, поэтому ее заменяют моделью среды с вязким трением, и тогда возникает необходимость определения коэффициента вязкого трения таким образом, чтобы эта модель обеспечивала эквивалентное рассеяние энергии в балластном слое.

Вторая сложность учета балластного слоя заключается в том, что эта характеристика сильно зависит от времени года, погодных условий и степени загрязнения балласта. Этим объясняется довольно большой разброс количественной оценки, полученной различными авторами.

Для экспериментального определения упруго-диссипативных характеристик балластного слоя была разработана лабораторная установка. При разработке схемы установки преследовалась цель обеспечить определение жесткости балластного слоя с комплектом прокладок и без, и коэффициента демпфирования балластного слоя. Получена практически линейная зависимость осадки балласта от приложенной силы и определена жесткость балласта. С использованием разработанной установки получено значение коэффициента жесткости балластного слоя. Параметр гашения колебаний в балластном слое определен путем подбора. Достигнуто наилучшее приближение при подобранном значении коэффициента гашения.

Завышенные значения коэффициентов жесткости и гашения балластного слоя, полученные в результате экспериментальных исследований на лабораторной установке, могут быть связаны с тем, что балластный слой располагался в замкнутом объеме в жесткой цилиндрической оболочке.

Нестационарная задача термоэлектроупругости для функционально-градиентного цилиндра

Нестеров С. А.

Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ

Бесконтактные методы определения температуры играют важную роль в системе идентификации, для контроля и автоматизации производства, в медицине. В настоящее время пироэлектрические материалы широко применяются при создании различных температурных датчиков благодаря наличию эффекта взаимной связанности теплового, электрического и упругих полей. При этом наибольший интерес представляют собой задачи о трансформации теплового импульса в электрический. Анализ такой трансформации может быть проведен в рамках модели линейного термоэлектроупругого тела.

Для совершенствования работы устройств на основе пироэффекта используются новые, в том числе функционально-градиентные, пироматериалы — пьезокомпозиты, обладающие переменными физическими свойствами.

Решения задач термоэлектроупругости для неоднородных материалов рассмотрены главным образом для степенных и экспоненциальных законов неоднородности. В то же время актуальной проблемой является решение связанной задачи термоэлектроупругости при произвольном распределении неоднородности.

Рассмотрена задача о воздействии тепловым потоком на внешнюю поверхность длинного полого радиально поляризованного пьезокерамического цилиндра, внутренняя поверхность которого заземлена, свободна от напряжений и поддерживается при нулевой температуре. На внешней электродированной поверхности, свободной от напряжений в силу пироэффекта, наводится электрический потенциал.

Начально-краевая задача термоэлектроупругости для цилиндра при произвольных законах изменения коэффициентов дифференциальных операторов решается методом пристрелки. Для этого после применения преобразования получают каноническую систему ОДУ в трансформантах и решают три вспомогательные задачи Коши, состоящие из канонической системы ОДУ и трех наборов начальных условий при внутренней поверхности цилиндра. Неизвестные константы интегрирования получают путем удовлетворения условий на внешней поверхности цилиндра. Нахождение оригиналов функций осуществляется методом разложения оригинала по смещенным многочленам Лежандра.

Проведены вычислительные эксперименты по нахождению наведенного потенциала на внешней поверхности цилиндра при различных законах изменения тепловой нагрузки, законах неоднородности материальных характеристик и безразмерных параметрах связанности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-11-00265, <https://rscf.ru/project/22-11-00265/>).

Механические, химические и микрогеометрические свойства тонкой пленки TiN

Николаев А. Л., Бардакова Р. А., Садырин Е. В., Харчевников И. О.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Проведено исследование механических свойств тонкой пленки нитрида титана (TiN), осажденной на поверхность Si(100). Для создания рассматриваемого покрытия использовали метод магнетронного напыления с помощью установки VSM100 (Актан Вакуум, Россия). Напыление проходило в режиме со стабильной мощностью 600 Вт, тип напыления — на постоянном токе. Микрогеометрические характеристики поверхности пленок исследовали с помощью АСМ-наноэдукатора (НТ-МДТ, Россия) с вольфрамовым зондом в полуконтактном режиме. Средние значения шероховатости R_a и максимальной высоты шероховатости R_t составили 17 ± 2 нм и 127 ± 35 нм соответственно. Скорость движения зонда 7 мкм/с, расчетное время сканирования — 40 минут. Толщину пленки и ее химический состав определяли с помощью SEM Crossbeam 340 (Carl Zeiss, Германия). Для настоящего исследования использовался детектор вторичной электронной эмиссии Эверхарта — Торнли при ускоряющем напряжении 2 кВ. Микрогеометрические характеристики поверхности пленки (средняя шероховатость, максимальная высота шероховатости) определяли с помощью атомно-силовой микроскопии. Химический состав пленки и ее толщина оценивались с помощью сканирующей электронной микроскопии. Таким образом, толщина составила 734.7 нм. Химический состав, исследованный методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии, свидетельствовал о высоком качестве напыления.

Значения твердости при вдавливании и приведенного модуля Юнга оценивали методом наноиндентирования в ходе серии экспериментов с возрастающей нагрузкой при вдавливании. Использовали установку наноиндентирования Nanotest 600 Platform 3 (Micro Materials, Великобритания) с алмазным индентором Berkovich. Установлено максимальное усилие вдавливания, увеличивающееся от эксперимента к эксперименту: от 1.5 до 29 мН. Время вдавливания в тонкую пленку TiN устанавливалось равным 30 с, время выдержки индентора при максимальной нагрузке — 30 с, затем индентор разгружался на 30 с. Начиная с глубины отпечатка около 120 нм, на ветвях нагружения диаграмм появляется характерная «ступенька» (также называемая «вспышкой»), свидетельствующая о пластических процессах в покрытии. Графики механических свойств обнаруживают довольно сложное поведение. При малых глубинах вдавливания (до 180 нм) наблюдаются заниженные значения механических свойств из-за влияния микрогеометрии поверхности на процесс внедрения индентора. Пиковые значения механических свойств (приведенный модуль Юнга 256.38 ± 12.79 ГПа, твердость 21.3 ± 1.64 ГПа) были обнаружены на глубинах $h_{\max} = 209.26 \pm 6.49$ нм, предположительно эти значения близки к реальным значениям покрытия TiN. Принимая коэффициент Пуассона TiN $\nu = 0.23$, можно восстановить предполагаемое значение модуля Юнга пленки $E = 312.75 \pm 12.25$ ГПа.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 14.Z50.31.0046.

Биомеханическое моделирование прыжков в фигурном катании

Острер К. С., Ожгибесова И. А., Шабрыкина Н. С.

*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь*

В данной работе строится математическая модель прыжка в фигурном катании. Целью работы является исследование влияния движения рук и корпуса спортсмена на такие параметры прыжка как угловая скорость и количество оборотов в воздухе. При моделировании рассматриваются несколько фаз исполнения прыжка: подготовка, отталкивание и полет. Для создания модели тело человека представлялось как набор простых объемных тел (шар, цилиндр, усеченные конусы и т. д.).

Основной всех элементов в фигурном катании является скольжение по дуге, которое является подводящим к большому количеству других элементов (разнообразные прыжки, вращения, шаги). При скольжении по дуге фигурист едет на одном коньке, движущемся по дуге, радиус которой зависит от наклона корпуса, что позволяет набрать начальную угловую скорость для дальнейшего захода на прыжок или вращение. Для фазы скольжения по дуге найдена зависимость между такими параметрами как угол наклона корпуса, радиус кривизны дуги скольжения и угловая скорость движения по дуге.

Угловая скорость вращения фигуриста в полете определяется с помощью теоремы об изменении кинетического момента и зависит от начального кинетического момента тела и изменения момента инерции тела в фазе полета. В данной работе были рассмотрены два способа приобретения начального кинетического момента: за счет скольжения по дуге и за счет скручивания верхней части тела фигуриста.

Данные о движении корпуса и рук фигуриста в фазе отталкивания и полета, необходимые для построения модели, были получены экспериментально с использованием трехмерной технологии захвата движения. На запястьях, локтевых и плечевых суставах были размещены маркеры, положение которых фиксировалось на три камеры, расположенные во взаимно перпендикулярных плоскостях. Также был создан программный продукт, позволяющий вычислять моменты инерции частей тела по координатам маркеров, задающим их положение в пространстве.

С помощью построенной биомеханической модели было исследовано количество оборотов в прыжке в зависимости от времени полета, скорости вращения плеч в момент отрыва от поверхности, скорости движения и радиуса дуги захода. В дальнейшем планируется развивать данную модель за счет учета других способов приобретения начальной угловой скорости и детализации геометрической модели тела человека. Представленный подход к математическому моделированию, при соответствующем развитии, может быть использован для анализа и улучшения индивидуальной техники исполнения прыжков в фигурном катании.

Математическое моделирование функционально-градиентных пористых гибких нанобалок Эйлера—Бернулли с учетом упруго-пластических деформаций в условиях температурного поля и нейтронного облучения

Папкова И. В., Крысько А. В., Крысько В. А.

*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина,
Саратов*

В связи с развитием ракетостроения и атомной энергетики встает вопрос об исследовании напряженно-деформированного состояния пористых функционально-градиентных структур с учетом упруго-пластических деформаций в условиях температурного поля и нейтронного облучения.

В настоящей работе построена математическая модель функционально-градиентных пористых гибких нанобалок Эйлера — Бернулли с учетом упруго-пластических деформаций в температурном поле в условиях нейтронного облучения. В основу построенной теории положены следующие гипотезы: материал балки изотропный, но неоднородный $E = E(x, z, e_i, T)$; используется кинематическая модель Эйлера — Бернулли; деформационная теория пластичности; наноэффекты описываются модифицированной моментной теорией упругости; геометрическая нелинейность вводится по модели Теодора фон Кармана; температурное поле двумерное, никаких ограничений на распределение температуры не накладываемся, а определяется из решения двумерного уравнения теплопроводности; коэффициент линейного расширения $T = T(x, z, e_i, T)$; пористость описывается с помощью многочленов трех типов. Из энергетического принципа Гамильтона — Остроградского следуют вариационное и дифференциальное уравнения, граничные и начальные условия. Методы решения: уравнение в частных производных сводится к задаче Коши методом конечных разностей 2-го порядка точности. Задача Коши решается методами типа Рунге — Кутты 4-го порядка, методом Рунге — Кутты — Фелберга 4-го порядка, методом Кеш — Карпа 4-го порядка, Рунге — Кутты Принса — Дорманда 8-го порядка и Ньюмарка. На каждом временном слое строится итерационная процедура методом переменных параметров Биргера И. А.

Экспериментально получена диаграмма зависимости $\sigma_i(e_i, T)$. Исследуется сходимость метода в зависимости от точек разбиения интервала интегрирования, шага по времени, метода переменных параметров упругости. Тем самым, для стационарных задач применяется метод установления, состоящий из трех итерационных процедур, вложенных одна в другую. Сходимость метода переменных параметров Биргера И. А. была доказана Воровичем И. И. и Красовским Ю. П. Исследование нейтронного облучения проводится на основе идеи, приведенной в работах Ильюшина А. А., Огибалова П. М. и Ленского В. С. Приводятся численные примеры.

Работа выполнена при поддержке РФФИ № 20-08-00354.

Особенности моделирования волновых процессов в ортотропных топографических волноводах

Паринова Л. И.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Исследование особенностей локализации акустических волновых полей, возникающих в топографических волноводах, актуально для усовершенствования методов неразрушающего контроля, а также для создания эффективных фильтров и линий задержки. Отличительной особенностью волновых процессов в топографическом волноводе с поперечным сечением в виде бесконечного клина является отсутствие дисперсии и концентрация упругой энергии в окрестности ребра. К настоящему времени достаточно подробно изучены антисимметричные моды в изотропных топографических волноводах с поперечным сечением в виде клина, трапеции, прямоугольника.

В работе исследованы задачи о распространении упругой антисимметричной волны вдоль гребня ортотропного топографического волновода. Задача сведена к нахождению нетривиального решения однородной краевой задачи относительно трех функций двух переменных, которая содержит два спектральных параметра. Сформулирована слабая постановка задачи, для клинообразных структур с малым углом раскрыва реализованы приближенные подходы в рамках моделей пластин переменной жесткости. Представлены 2 подхода в рамках моделей типа Кирхгофа и Тимошенко. На основе метода Ритца разработан полуаналитический метод построения дисперсионных соотношений и найдены фазовые скорости в зависимости от частоты и угла раскрыва для ряда ортотропных материалов. Показано, что для сечения в виде бесконечного клина дисперсия отсутствует. Проведено сравнение с изотропным случаем, для которого имеются оценки скоростей в рамках геометро-акустического подхода и выполнен ряд КЭ-расчетов.

Проведены исследования волновых процессов в ограниченных по высоте трапециевидных и прямоугольных топографических волноводах, защемленных на нижней грани. Построены дисперсионные зависимости, осуществлен расчет точек запираания в зависимости от упругих модулей и типа сечения. Осуществлен анализ результатов в зависимости от числа координатных функций. В рамках модели типа Олдройда изучены волновые процессы в вязкоупругих топографических волноводах с трапециевидным, прямоугольным и треугольным поперечным сечением. Построены комплексные ветви дисперсионных соотношений, изучено влияние параметров задач на их структуру. Проведено сравнение с упругим случаем при стремлении времени релаксации к нулю.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90079.

Автор благодарит Ватульяна А. О. за внимание к работе.

Биомеханическое моделирование запястного канала и кисти человека

Пешин С. Е.¹, Няшин Ю. И.¹, Каракулова Ю. В.²¹*Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь*²*Пермский государственный медицинский университет
им. акад. Е.А. Вагнера, Пермь*

Запястный канал человека является самым узким местом, где проходит срединный нерв. Карпальный туннельный синдром (синдром запястного канала) — это компрессия (пережатие) срединного нерва окружающими тканями в области запястного канала. Срединный нерв проводит как чувствительные сигналы, так и двигательные. Тогда нарушение его проводимости вследствие компрессии приводит к потере двигательных и чувствительных функций кисти. Эти функции являются основополагающими для жизнедеятельности. Распространённость синдрома запястного канала среди людей составляет 150–276 человек на 100 тысяч населения. Около 4–5% трудоспособного населения в возрасте от 40 до 60 лет страдают синдромом запястного канала. Особенность таких заболеваний заключается в том, что они имеют прогрессирующий характер течения, резистентность к лечению и склонность к рецидивированию. Все вышперечисленное приводит к нарушению бытовой и трудовой адаптации, что представляет собой серьёзную социальную проблему на стыке биомеханики и неврологии.

В работе рассматривается процесс создания биомеханической модели запястного канала и кисти человека. В модель входит костная ткань, соединительная ткань, поперечная связка, кольцевые связки, сухожилия и срединный нерв. Все ткани рассматриваются как упругие на основании обзора литературы. Срединный нерв проходит через соединительную ткань параллельно сухожилиям глубоких и поверхностных сгибателей пальцев кисти. Сухожилия прикреплены к дистальным и средним фалангам кисти соответственно с помощью кольцевидных связок. Благодаря сокращению мышц сухожилия позволяют сгибаться пальцам кисти. Первый палец имеет одно сухожилие, остальные пальцы имеют по два сухожилия. С вентральной стороны запястный канал окружён карпальными костями, с дорсальной стороны — поперечной связкой. Таким образом, через запястный канал проходит девять сухожилий и срединный нерв, а соединительная ткань внутри запястного канала передаёт нагрузки, вызванные движением пальцев, на срединный нерв. В норме давление в запястном канале не превышает 5 мм рт. ст. Созданная в работе модель позволяет рассчитать напряжённо-деформированное состояние срединного нерва и запястного канала при различных движениях пальцев кисти. В таком случае получена количественная оценка компрессии срединного нерва, в отличие от используемых методов в медицине, таких как магнитно-резонансная томография, ультразвуковое излучение и компьютерная томография, которые дают лишь качественное представление о пережатии срединного нерва.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-21-20067, <https://rscf.ru/project/22-21-20067/>).

Оптимизация расстановки временных имплантатов при концевом дефекте зубного ряда

Полякова Т. В.¹, Гаврюшин С. С.¹, Арутюнов С. Д.²

¹*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва*

²*Московский государственный медико-стоматологический университет им. А. И. Евдокимова, Москва*

Для устранения дефектов зубочелюстной системы широко используется протезирование с опорой на дентальные имплантаты. В рамках данной работы моделировалась методика двухэтапной имплантации, при которой после установки постоянных имплантатов, в период между первым и вторым этапами (от 3 до 6 месяцев) пациенту необходимо изготовление съемного протеза или временного протеза с опорой на временные имплантаты для восстановления на время лечения эстетической, речеобразовательной и частично жевательной функции. Временный мостовидный протез из полимерного материала опирается на «десневую маску» — специального вида покрывной протез, изготовленный под определенный тип расстановки имплантатов.

Компьютерное моделирование проводилось в системах Mimics, SolidWorks, ANSYS. Считалось, что если временный имплантат нельзя позиционировать в один ряд с двухэтапным, то возможно расположение по диагонали между ними. Для возможности оптимизации конструкции рассматривается упрощенная параметрическая модель с использованием мультиагентного подхода. В качестве агента выступает отдельный имплантат. Для части конструкции — временного имплантата, зафиксированного в челюсти, была написана программа на языке Python, позволяющая оценить НДС конструкции, основные нагрузки на имплантат, а также задать точное позиционирование имплантата в челюсти. В качестве основных характеристик имплантата можно выделить длину его внутрикостной части и верхнюю часть, фиксируемую в протезе. Имплантат характеризуется материалом с модулем Юнга, коэффициентом Пуассона и пределом упругости при сжатии. Кортикальная и губчатая кость также задаются своими параметрами материала. Кортикальная кость имеет определенную толщину. Имплантат имеет три поступательных и три вращательных степени свободы. Таким образом, максимальная нагрузка на имплантат определяется состоянием костной ткани (шириной кортикальной кости и плотностью кортикальной и губчатой кости), положением имплантата в челюсти, его длиной. На этой модели определяли максимальную нагрузку на имплантат, используя критерий Мизеса. Также по ней определяются жесткостные характеристики временного имплантата. Далее имплантаты можно объединить в супраструктуру. Протез можно моделировать балочным элементом. Оптимальное расположение имплантатов определяется на основании минимизации напряжений в конструкции. Шесть величин жесткости определяются из параметрической задачи, описанной для одиночного имплантата. Рассматриваем наиболее неблагоприятный способ нагружения — при воздействии на протез точечной нагрузки. По более подробной модели, восстанавливаемой непосредственно по томограмме, оценивается окончательное НДС конструкции и ее прочность по критерию Хубера — Мизеса.

Математическое и компьютерное моделирование процесса высыхания упругого твердого тела

Пустовалова О. Г.¹, Егорова А. А.^{1,2}

¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

²*Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону*

Рассматривается задача высыхания линейно упругого пористого тела. В соответствии с двумя экспериментальными фактами: первый — уменьшение размеров тела при уменьшении влажности, строится феноменологическая теория зависимости механических напряжений от относительной влажности; второй — при уменьшении влажности модуль Юнга возрастает, предполагается функциональная зависимость этого модуля от относительной влажности.

Строится несвязанная модель высыхания упругого тела, в которой задача высыхания решается на основе нестационарного уравнения диффузии для относительной влажности φ :

$$\Delta\varphi = \frac{c\rho}{k} \frac{\partial\varphi}{\partial t},$$

здесь c — коэффициент удельной теплоемкости тела, ρ — плотность, k — коэффициент диффузии, в данной постановке задачи эти параметры постоянные; и задачи теории упругости, в которой, в предположении медленного процесса высыхания, пренебрегается инерционными слагаемыми:

$$\nabla \underline{\underline{\sigma}} = 0,$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\underline{u}} + \nabla \underline{\underline{u}}^T),$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda(\varphi) \underline{\underline{I}} \operatorname{tr} \underline{\underline{\varepsilon}} + 2\mu(\varphi) \underline{\underline{\varepsilon}} + \varkappa(1 - \varphi) \underline{\underline{I}}.$$

Задается гладкая функциональная зависимость модуля Юнга от относительной влажности:

$$E = E_0 \left(\beta \frac{e^{-\alpha(\varphi - \varphi_*)}}{1 + e^{-\alpha(\varphi - \varphi_*)}} + 1 - \beta \right),$$

здесь E_0 — модуль Юнга, соответствующий состоянию максимальной влажности, β , α — параметры модели. Численные эксперименты проводились в пакете FlexPDE для прямоугольной области и модельного материала по определению напряженно-деформированного состояния и относительной влажности для двух расчетных схем для следующих видов граничных и начальных условий:

$$\underline{\underline{u}}|_{L_1} = 0, \quad \underline{\underline{n}} \cdot \underline{\underline{\sigma}}|_{L_2} = 0, \quad \varphi|_{L_3} = \varphi_0, \quad \left. \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right|_{L_4} = -h(\varphi - \varphi_1), \quad \varphi|_{t=0} = \varphi_2.$$

Полученные результаты расчетов качественно совпадают с возможными натурными экспериментами, что свидетельствует об адекватности модели.

Работа выполнена при поддержке Правительства Российской Федерации (договор № 14.Z50.31.0046).

О нахождении области неустойчивости Тьюринга в системах реакции—диффузии

Ревина С. В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается система уравнений реакции — диффузии общего вида

$$u_t = \Delta u + f(u, v), \quad v_t = d\Delta v + g(u, v)$$

в m -мерной ограниченной области $\Omega \subset R^m$ при $t > 0$. Здесь $d > 0$ — коэффициент диффузии, $f(u, v)$, $g(u, v)$ — слагаемые реакции. На границе области Ω предполагаются выполненными однородные краевые условия Неймана

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = \left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0.$$

Здесь n — внешняя нормаль к границе.

Предполагается, что система имеет пространственно-однородное стационарное решение (u_0, v_0) . Будем интересоваться условиями, при которых имеет место диффузионная неустойчивость (неустойчивость по Тьюрингу) этого равновесия.

Стационарное состояние системы называется неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при наличии диффузии в системе. Если имеет место диффузионная неустойчивость, то происходит бифуркация Тьюринга, в результате которой рождаются пространственно-неоднородные структуры. При этом роль бифуркационного параметра играет коэффициент диффузии d .

Критическим называется такое значение коэффициента диффузии, при котором все собственные значения соответствующей линеаризованной системы лежат в открытой левой полуплоскости комплексной плоскости, за исключением одного собственного значения, которое равно нулю.

Необходимые условия диффузионной неустойчивости для системы двух уравнений реакции — диффузии хорошо известны. Достаточные условия, как правило, находятся численно. Целью настоящей работы является аналитическое описание области необходимых и достаточных условий неустойчивости Тьюринга в конечномерном пространстве параметров системы.

В работе предложен подход, состоящий в переходе к новым переменным, который позволяет упростить описание области неустойчивости Тьюринга, а также указать диапазон волновых чисел, при котором имеет место неустойчивость Тьюринга.

Описание области неустойчивости Тьюринга дано в терминах собственных значений задачи Неймана для оператора Лапласа в рассматриваемой области. В частности, рассматривается одномерный случай. В этом случае можно проследить зависимость границ области неустойчивости от длины отрезка, которому принадлежит пространственная переменная.

В качестве примера указанный подход применяется для системы Гирера — Мейнхардта, системы двух взаимодействующих популяций, а также к системе Шнакенберга и модели «брюсселятор».

Исследование пространственно-распределенной модели двух взаимодействующих популяций

Романовский М. М.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В работе рассматривается классическая система уравнений реакции — диффузии — система Беддингтона — ДеАнгелиса. Один из возможных упрощенных вариантов данной системы имеет следующий вид:

$$\begin{cases} u_t = \Delta u + u(1 - u) - \frac{Auv}{u+h} \\ v_t = d\Delta v + \left(1 - \frac{v}{u+h}\right) v \end{cases},$$

где $d > 1$ — коэффициент диффузии, A — максимальное значение, которого может достичь скорость сокращения добычи на одного представителя популяции, h измеряет степень, в которой окружающая среда обеспечивает защиту жертвы. Неизвестными функциями являются $u = u(x, t)$ — функция плотности жертв и $v = v(x, t)$ — функция плотности хищников.

Предполагается, что пространственная переменная x меняется на отрезке $[0, \ell]$, $t > 0$ — время. На концах отрезка заданы однородные краевые условия Неймана

$$u_x(0, t) = 0, \quad u_x(\ell, t) = 0.$$

Будем интересоваться условиями, при которых имеет место диффузионная неустойчивость (неустойчивость по Тьюрингу) стационарного равновесия этой системы $u_0 = 1 - A$, $v_0 = 1 - A + h$.

Стационарное состояние системы называется неустойчивым по Тьюрингу, если оно устойчиво в бездиффузионном приближении, но теряет устойчивость при наличии диффузии в системе.

Если имеет место диффузионная неустойчивость, то, как правило, происходит бифуркация Тьюринга, в результате которой рождаются пространственно-неоднородные структуры. При этом роль бифуркационного параметра играет коэффициент диффузии d .

Критическим называется такое значение коэффициента диффузии, при котором все собственные значения соответствующей линеаризованной системы лежат в открытой левой полуплоскости комплексной плоскости, за исключением одного собственного значения, которое равно нулю.

Необходимые условия диффузионной неустойчивости для упрощенной системы Беддингтона — ДеАнгелиса имеют вид

$$\begin{cases} f_u < 1; \quad \det \mathbf{J} > 0 \\ df_u \geq 1 + 2\sqrt{d \det \mathbf{J}} \end{cases}$$

Настоящая работа посвящена нахождению достаточных условий диффузионной неустойчивости. Как правило, достаточные условия неустойчивости Тьюринга находятся численно. В данной работе они найдены аналитически.

Исследована зависимость критического коэффициента диффузии от длины интервала ℓ .

Автор благодарит за помощь в работе С. В. Ревину.

Моделирование самосборки и строения вирусных оболочек

Рошаль Д. С.¹, Федоренко К. К.¹, Коневцова О. В.¹, Рошаль С. Б.¹,
Подгорник Р.²

¹*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону*

²*Люблянский университет, Любляна*

Оболочка (капсид) многих вирусов обладает икосаэдрической симметрией и состоит из кратного 60 числа белков. Капсид защищает геном вируса от окружающей среды и способствует транспортировке генома к заражаемой клетке. Изучение физико-химических явлений, происходящих во время созревания вирусов, чрезвычайно важно и может выявить новые методы влияния на процесс самосборки вирусов и препятствовать дальнейшему заражению.

Цель работы — моделирование биомеханических и электростатических процессов, происходящих в вирусных оболочках во время их созревания и жизнедеятельности. В данном исследовании рассматриваются две причины упорядочения белков в вирусных оболочках: «механические» и «электрические».

В рамках механического подхода проведен подробный анализ симметрии и построены физические модели процессов, происходящих во время созревания бактериофага Ф6, а также других бактериофагов из семейства Цистовирусов. Минимизировалась сумма упругих взаимодействий между отдельными белками и энергии, связанной с кривизной образуемой ими оболочки. Рассмотрены необратимые и обратимые морфологические изменения, которые происходят с додекаэдрическим прокапсидом Ф6 во время последовательной упаковки 3 сегментов РНК, образующих вирусный геном.

Поскольку вирусные белки обладают электрическим зарядом, моделировать упорядочение белков в капсиде можно с помощью минимизации кулоновской энергии по координатам центров белков при условии, что белки остаются на поверхности сферы. В рамках данного подхода было объяснено расположение белков в капсиде bovine papillomavirus. Рассматривая структурные единицы капсида (димеры, тримеры и пентамеры) не как точечные заряженные частицы, а как системы связанных между собой зарядов, было рассмотрено упорядочение белков во многих оболочках больших вирусов.

Также рассмотрена модель, сочетающая в себе теорию упругости тонких икосаэдрических оболочек с зависимостью распределения капсидного заряда от рН. Минимизация суммы упругих и электростатических свободных энергий приводит к равновесным формам вирусных оболочек, которые зависят от одного параметра упругости и детальной конфигурации встроенных белковых зарядов. В рамках данного подхода были объяснены обратимые и необратимые изменения, происходящие в капсиде вируса НК-95 при его созревании.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ № 22-12-00105.

Математическое моделирование элементов, образующих окклюзионную поверхность зуба

Садырин Е. В.¹, Зеленцов В. Б.¹, Свэйн М. В.²

¹Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

²Сиднейский университет, Сидней

Ежедневно зубы подвергаются различным нагрузкам. Во-первых, они напрямую контактируют с пищей и/или зубами-антагонистами окклюзионными (жевательными) поверхностями; во-вторых, сталкиваются с нормальным и скользящим контактом, что приводит к износу, и в-третьих, в отличие от кости, повреждение эмали не подлежит восстановлению. Силовое воздействие пищи на окклюзионную поверхность зуба вызывает напряженно-деформированное состояние эмали, характеризующееся, в том числе, естественными концентраторами напряжений — фиссурами.

В настоящей работе, с теоретической точки зрения, для определения степени концентрации напряжений в вершине фиссуры рассматривается задача теории упругости о напряженно-деформированном состоянии эмали с V-образной выемкой в виде клина. Решение задачи позволяет построить границы областей виртуального разрушения эмали в вершине клина. С практической точки зрения с помощью микротомографии строится карта плотности минерализации в вершине реальной фиссуры, содержащая область пониженной плотности. Затем область виртуального разрушения эмали и карта плотности сопоставляются, что даёт возможность установить их приближенную конгруэнтность. Таким образом, исследователь получает инструментарий для воссоздания теоретическими средствами характера и величины силовой нагрузки на боковую поверхность фиссуры, приводящей к образованию областей деминерализации. При этом решение задачи позволяет определить ряд параметров, важных в практической стоматологии, в первую очередь при лечении и профилактике синдрома треснувшего зуба: критические значения силы прикуса и силы воздействия пищи на боковые поверхности фиссур, критические углы раствора фиссуры при заданной силе прикуса, влияние расположения пищи по глубине фиссуры, а также критические значения адгезии пищи на боковой поверхности фиссуры.

Для микротомографирования использованы следующие параметры на установке Zeiss Xradia Versa 520: напряжение рентгеновской трубки 110 кВ, мощность 9.5 В, размер пикселя 19.1 мкм, вращение образца на 360°, время экспозиции 0.9 с, фильтр на рентгеновской трубке НЕ6. В процессе сканирования получена 1601 проекция образца с калибровочным фантомом. Зуб был удалён у пациента по ортодонтическим показаниям в стоматологической поликлинике Ростовского государственного медицинского университета (г. Ростов-на-Дону, Россия). Локальный независимый этический комитет Ростовского государственного медицинского университета одобрил протокол проведения исследования (выписка № 13/20, от 10.09.2020 г.), от пациента получено информированное согласие.

Исследование выполнено при поддержке Правительства Российской Федерации (грант № 14.Z50.31.0046). Микротомографирование проведено в РЦКП НОЦ «Материалы» ДГТУ (<https://nano.donstu.ru>).

Моделирование механических свойств металломатричного композита с комбинированным армированием

Семенов Б. Н., Земцова Е. Г., Морозов Н. Ф., Смирнов В. М.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

Благодаря своим высоким эксплуатационным свойствам металломатричные композиты (ММК) широко применяются в различных отраслях, в частности, в машиностроении, авиа- и автомобилестроении. В качестве армирующих элементов в этих материалах используются как микро-, так и наноразмерные карбидные частицы, углеродные структуры (углеродные нанотрубки, графены, фуллерены и наноалмазы). Существенное влияние на свойства ММК помимо концентрации, распределения частиц по объему, размера и формы армирующих частиц оказывают равномерность распределения их частиц по матрице и интерфейсное взаимодействие матрицы и частиц. Кроме того, повышение прочности и предела текучести сопровождается уменьшением пластической деформации ММК по сравнению с пластической деформацией материала матрицы.

Для решения некоторых из этих проблем применяются различные способы. В частности, карбидные частицы покрываются металлическим нанослоем, что исключает слипание армирующих частиц, обеспечивает равномерное распределение частиц по матрице, улучшает адгезию между матрицей и армирующими частицами, а также плотность микродефектов вблизи интерфейса. Также используется армирование углеродными структурами и карбидными наночастицами.

В рамках работы проведен анализ микромеханических и компьютерных методов для моделирования деформирования ММК, армированных карбидными частицами с металлическим покрытием, углеродными нанотрубками и их комбинацией. Выявлены механизмы упрочнения, вносящие существенный вклад в итоговое упрочнение металлокомпозита.

Для ММК с армирующими частицами TiC/Ni методом конечных элементов построены кривые деформирования, с учетом фактического упрочнения матрицы, полученные на основе микромеханического подхода. Кривые деформирования, построенные по разработанным компьютерным моделям, хорошо согласуются с экспериментальными кривыми деформирования.

По результатам конечно-элементного моделирования выявлены зоны инициации разрушения, и исследовано влияние тонкого слоя никеля на поверхности армирующей частицы на эффективные механические параметры металлокомпозита.

Проведена оценка упрочнения металлической матрицы за счет комбинированного армирования углеродными нанотрубками и наночастицами карбида титана.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20083).

Численное моделирование проведения испытаний керамического кирпича

Серебряная И. А.¹, Серебряная Д. С.², Нижник Д. А.¹

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

²Южно-Российский институт управления – филиал Российской академии народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации, Ростов-на-Дону

При проведении натуральных лабораторных испытаний керамического кирпича предполагается, что исследуемый образец должен находиться в условиях одноосного напряженно-деформированного состояния.

В то же время при проведении натурального лабораторного испытания фактически реализуется трехосное сжатие. Такое состояние обусловлено целым рядом причин. К таким причинам можно отнести, в первую очередь, наличие контактных сил трения между исследуемым образцом и плитой испытательного пресса. Кроме того, опорная грань керамического кирпича всегда имеет некоторые отклонения от плоскостности, обусловленные структурой поверхности. Это, в свою очередь, не обеспечивает равномерное распределение нагрузки на всю опорную поверхность.

В связи с этим при подготовке образцов к испытаниям предварительно производят выравнивание поверхностей. В качестве метода выравнивания, согласно стандарту, применяется шлифование.

Такое шлифование является достаточно трудоемким методом и в условиях производства не позволяет оперативно получить прочностные характеристики выпускаемого кирпича. Помимо этого, способ выравнивания поверхности кирпича оказывает существенное влияние на саму величину коэффициента силы трения, возникающей между контактными поверхностями испытываемого кирпича и металлическими плитами пресса. Кроме того, шлифование приводит к появлению систематической погрешности при проведении испытаний.

В данной работе построена конечно-элементная модель испытываемого керамического кирпича, заданы соответствующие граничные условия на его поверхностях. Численный эксперимент был выполнен в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS. При этом были использованы восьмиузловые трехмерные конечные элементы.

Кроме численных экспериментов в работе была проведена целая серия натуральных лабораторных испытаний. По результатам выполненных численных экспериментов и лабораторных испытаний установлено, что способ предварительного выравнивания существенно влияет на величину коэффициента трения. Это, в свою очередь, сказывается на величине силы трения, возникающей между опорной поверхностью кирпича и плитой пресса. В конечном счёте это приводит к возникновению сложного трехмерного напряженно-деформированного состояния внутри исследуемого образца и существенно влияет на его условия деформирования.

Для снижения указанного влияния и уменьшения систематического искажения результатов испытаний предложено скорректировать стандартный метод испытания.

Расчетно-экспериментальное исследование пространственно-временной структуры течения в трехмерной модели бифуркации брюшной аорты

Синицына Д. Э.

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург*

Исследование влияния периферических сопротивлений ветвей на структуру течения производилось на жесткой модели среднестатистической конфигурации бифуркации брюшной аорты и последующих бифуркаций подвздошных артерий, которая построена по клиническим данным 800 пациентов. В модели учтена характерная пространственная извитость сосудистого русла, в общей подвздошной артерии правой ветви расположен гемодинамически значимый стеноз. Для ультразвуковых измерений вихревой структуры потока собрана экспериментальная установка, моделирующая среднестатистические кривые расхода во всех ветвях модели. Смоделированы два варианта пульсирующего течения: в первом случае в правую стенозированную ветвь поступает 40% входного среднего расхода, а в левую — 60%, во втором случае 20% и 80%, соответственно. Эти режимы соответствуют физиологическим при наличии гемодинамически значимого стеноза. При численном расчете среднестатистической конфигурации в качестве входных и выходных условий использованы среднестатистические кривые расхода, полученные на экспериментальном стенде в ветвях модели. Расчет проводился с использованием модели ламинарного течения.

В результате проведенного комплексного (численного и экспериментального) сравнительного исследования пространственной вихревой структуры течения выявлено, что в области после бифуркации брюшной аорты преобладают две характерные структуры поперечного течения — двухвихревое и одновихревое. Указанные вихревые структуры присутствуют по всей длине наружных подвздошных артерий в разные моменты цикла пульсаций для рассматриваемых вариантов периферического сопротивления; в здоровой ветви на выходе из наружной подвздошной артерии зафиксировано двухвихревое течение, которое сохраняется большую часть цикла, в отличие от стенозированной ветви, в которой отсутствует вихревая структура; в обеих внутренних подвздошных артериях зарегистрировано одновихревое течение практически по всей длине артерии.

Согласно клиническим данным, области, для которых характерны малые значения усредненных по циклу сдвиговых напряжений и высокие значения индекса колебаний сдвиговых напряжений, подвержены развитию стеноокклюзирующих поражений. В рассматриваемых случаях соотношений средних расходов в правой и левой ветви вся расчетная область находится в зоне риска развития атеросклеротических поражений. Распределение расходов на выходах модели приводит к тому, что в наружной подвздошной артерии стенозированной ветви создаются условия для быстрого развития патологий. С увеличением периферического сопротивления в правой ветви возрастает вероятность развития поражений и в правой внутренней подвздошной артерии. Все полученные результаты заслуживают высокого доверия, так как численное и экспериментальное исследование течения в модели среднестатистической конфигурации показали хорошее качественное и количественное совпадение параметров вихревых структур.

Акустический волновод с источником и приемником колебаний при наличии импедансного затухания

Скалиух А. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Исследования волновых процессов с учетом механизмов затухания представляют собой актуальную задачу, включающую в себя разнородные физические процессы. Существует несколько механизмов затухания, среди которых выделим четыре, наиболее существенных. Во-первых, это явление гистерезиса в пьезокерамическом излучателе и приемнике; во-вторых, это наличие крепежных элементов того же излучателя и приемника, через которые отводится энергия механических колебаний; в-третьих, это вязкость заполняющей акустический волновод жидкости; и, в-четвертых, это утечка энергии через ограничивающую волновод упругую поверхность. В настоящей работе рассматривается последний механизм, вызывающий затухание распространяющихся волн в акустической жидкости вследствие отвода энергии колебаний через упругие стенки волновода.

Гармонический режим колебаний в волноводе наводится посредством генерации колебаний в источнике, представляющим собой тонкий пьезокерамический преобразователь, на электроды которого подается разность потенциалов по гармоническому закону. После прохождения волн по акустической части волновода колебания снимаются пьезокерамическим приемником. Источник и приемник работают на толщинных модах колебаний. Таким образом, система уравнений для всей цепочки, входящих в систему сред, включает в себя уравнения электроупругости и акустической среды. Для упрощения задачи как излучатель, так и приемник моделируются одномерными уравнениями теории электроупругости. Однако, в акустическом волноводе, чтобы учесть импедансное затухание на боковой поверхности, приходится рассматривать осесимметричную задачу для акустической жидкости. Условия сопряжения решений на границах раздела акустической жидкости и керамических тел удовлетворяются в интегральном смысле. А использование импедансных граничных условий на боковой поверхности волновода порождает спектральную задачу, в которой приходится находить комплексные корни.

Для численного моделирования принималась во внимание только поршневая мода, для чего находился только один комплексный корень. Граничные условия для приемника дополняются уравнением протекания тока через внешнюю цепь, включающую в себя индуктивность, омическое сопротивление и конденсатор. С этой целью рассматривалась комплексная проводимость внешней цепи. Проведенные численные эксперименты для волновода с учетом импедансного затухания сравнивались с решением соответствующей задачи при отсутствии затухания. Установлена функциональная связь между упругостью ограничительной стенки волновода и степенью затухания входящих сигналов.

Результаты работы могут быть использованы в медицинских целях для исследования кровотока в сосудах с жесткими стенками. Они также представляют интерес при моделировании нестационарного решения задачи.

Моделирование конструкции кератопротеза с функционально-градиентным слоем в пакете FlexPDE

Соловьев А. Н., Глушко Н. И., Алексеева А. Д.

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону

Человеческий глаз имеет достаточно сложное строение. Довольно часто в результате осложнений после офтальмологических заболеваний или механических повреждений возможно помутнение роговицы, что способствует значительному снижению зрения. Наиболее распространенным методом лечения повреждённых слоев роговицы является хирургическое вмешательство — кератопротезирование. В настоящее время предпринимаются попытки по разработке и усовершенствованию кератопротезов, которые необходимы при замене роговицы или ее части искусственными тканями, состоящими из биосовместимых материалов.

Выявлено, что ткани роговицы имеют многослойное строение, что обуславливает анизотропию в меридиональном, окружном и в перпендикулярном направлении к ее поверхности. Также на ее механические свойства влияет строма, образованная из множества параллельно расположенных пластинок (ламелл), которые сплетаются из коллагеновых волокон. Толщина стромы составляет почти 90% от всей толщины роговицы. Поэтому при моделировании контактного взаимодействия кератопротеза с естественными тканями глаза роговицу нужно рассматривать как многослойную оболочку, так как ее геометрические параметры ($h/R \ll 0, 1$) дают возможность представлять слои роговицы в виде оболочки. При создании модели необходимо учесть, что роговица неравномерна по толщине, а внешняя ее поверхность не сферична.

Сквозное кератопротезирование — вживление конструкции кератопротеза в слои роговицы пациента — требует предварительного исследования напряженно-деформированного состояния контакта роговицы с конструкцией имплантата под действием внутриглазного давления. Для этого необходимо создать оболочечную модель, базирующуюся на нескольких базовых поверхностях. В основе такой модели должна быть кинематическая гипотеза, в соответствии с которой пространственные деформации оболочки будут определяться деформациями нескольких базовых поверхностей. Такая модель позволит исследовать деформации оболочки с учетом сдвига, а также изменения толщины многослойной оболочки в зависимости от условий взаимодействия между слоями роговицы и кератопротезом.

В работе проводится расчет кератопротеза в пакете FlexPDE. Основание кератопротеза фиксируется в слоях ткани роговицы или под ней. Рассматриваемый кератопротез представляет собой «заглушку» с цилиндрическим основанием, которое представляет из себя полый тонкостенный цилиндр, сужающийся кверху. Выявлено, что кератопротез должен обладать некоторым функционально-градиентным слоем, для которого необходимо определить функцию, по которой должен меняться его модуль упругости. При этом модуль упругости кератопротеза значительно больше, чем модуль упругости натуральной роговицы. Исследование направлено на решение проблемы некроза — травмирования живых тканей глазного яблока после вживления кератопротеза в естественную роговицу и последующей его эксплуатации.

Исследования адекватности прикладной теории изгибных колебаний пьезомагнитоэлектрических биморфов на основе анализа её напряженно-деформированного состояния

Соловьев А. Н.^{1,2}, Чебаненко В. А.³, До Т. Б.¹, Паринов И. А.²

¹Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

³Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

В данной работе рассматривается адекватность разработанной ранее прикладной теории колебаний пьезомагнитоэлектрических биморфов (кантилеверная двухслойная балка, состоящая из пьезомагнитоэлектрических слоёв, описанных эффективными константами), в основе которой лежат гипотезы Кирхгофа и единой нормали. Основным методом исследования был сравнительный анализ результатов численного моделирования и результатов конечно-элементного (КЭ) моделирования её напряженно-деформированного состояния.

Сравнение результатов расчета биморфа по предложенной теории с конечно-элементной моделью (в пакете COMSOL Multiphysics) в рамках плоско-напряженного состояния при условии разомкнутой электрической цепи на частоте в окрестности первого резонанса показало, что погрешность в нахождении характеристик механического и магнитного полей составляет менее 1%. В свою очередь, при определении электрического поля в случае нулевых значений электрического потенциала на электродах разница составила порядка 5% в области заделки и 25% в области свободного конца.

Проведённое исследование размера области этого расхождения в зависимости от относительной толщины биморфа показало, что её размер составляет порядка толщины биморфа. При этом значение выходного потенциала, рассчитанного по предложенной теории и КЭ, отличается на 1.7%. Было установлено, что данное расхождение связано с тем, что в прикладной теории, за счёт введения гипотез Кирхгофа, исчезают касательные напряжения σ_{13} , в то время как в КЭ модели они присутствуют. Диаграмма распределения σ_{13} свидетельствует о том, что касательные напряжения пренебрежимо малы всюду за исключением концов кантилевера, где наблюдаются их экстремумы. Таким образом, предложенная прикладная теория позволяет с достаточной степенью точности определять выходные характеристики рассмотренного биморфа.

Расчёт собственных частот показал, что первые три моды изгибных колебаний определяются с приемлемой точностью.

На основе проведённых численных экспериментов было показано, что разработанная прикладная теория колебаний пьезомагнитоэлектрических биморфов с высокой степенью точности описывается на основе введенных гипотез.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Российской Федерации № 075-15-2019-1928 (первый автор) и Российской Академии Наук, проект № А16-116012610052-3 (второй автор).

Нестационарный волновой процесс наносекундной длительности в твердых телах вблизи поверхности удара

Судьенков Ю. В.

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург

Информация о сильнонеравновесных процессах во фронте ударной волны, а также нестационарных процессах вблизи поверхности ударного нагружения, определяющих эволюцию начальных профилей возмущения к характерным для установившегося процесса, крайне незначительна.

Практически все существующие модели описания процесса распространения ударных возмущений в твердых тела основаны на анализе установившегося ударно-волнового процесса, что обусловлено как ограничениями традиционных методов экспериментальных исследований, так и сложностью теоретического описания нестационарных сильнонеравновесных процессов. В этой связи, значительный интерес представляют исследования процесса распространения ударных возмущений вблизи поверхности высокоскоростного нагружения твёрдых тел.

В работах^{1,2,3,4} приводились результаты таких исследований, выявившие ряд особенностей протекания нестационарных процессов, и отмечалась корреляция результатов с результатами ряда экспериментальных и теоретических работ.

Нестационарный характер волнового процесса вблизи поверхности удара является следствием сильнонеравновесного возмущения квазипродольных и квазипоперечных мод колебательного спектра при высокоскоростном ударном нагружении. Характер переходных процессов обусловлен ангармонизмом сил межатомного взаимодействия.

Длительность переходного процесса определяется скоростью перераспределения энергии по всем колебательным модам и, по-видимому, зависит от коллективных процессов на нано- и мезомасштабах структуры материала.

¹ Судьенков Ю. В. Релаксация упругих постоянных алюминия вблизи поверхности ударного нагружения // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9, № 23. С. 1418–1422.

² Судьенков Ю. В. Измерение поперечных напряжений в условиях одноосной деформации при субмикросекундном нагружении // ЖТФ. 1984. Т. 54, № 10. С. 2035–2037.

³ Байзаков О. Д. Судьенков Ю. В. Релаксационные явления в материалах вблизи поверхности упругого субмикросекундного нагружения // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11, № 23. С. 1433–1437.

⁴ Судьенков Ю. В., Павлович А. И. Аномально высокие скорости распространения наносекундных импульсов давления в металлических фольгах // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, № 12. С. 14–20.

Моделирование отраженного волнового поля в двухслойном анизотропном образце

Татаркин А. А., Ермоленко О. А., Глушкова Н. В., Глушков Е. В.

Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет, Краснодар

Работа посвящена моделированию распространения ультразвуковых волн в двухслойных образцах с кубической анизотропией, моделирующих упругие свойства высокоэффективных сплавов (суперсплавов), которые часто отливаются в виде монокристаллов. Благодаря высокой механической прочности, устойчивости к термической деформации и устойчивости к коррозии и окислению монокристаллы металлов и их сплавов активно применяются при изготовлении аэрокосмических и судовых турбинных двигателей. Одним из методов неразрушающего контроля изделий из таких сплавов является ультразвуковое зондирование. Однако, анизотропия упругих свойств сильно усложняет волновую картину, и, чтобы обеспечить надежный контроль качества изделий, необходимо понимание закономерностей распространения бегущих и объемных волн в таких образцах. В настоящей работе исследование закономерностей распространения, отражения и преломления упругих волн, генерируемых поверхностным источником в составных образцах с разнонаправленной ориентацией осей кубической симметрии, проводится как с помощью конечно-элементного моделирования (МКЭ пакет COMSOL Multiphysics 5.6), так и в рамках разрабатываемых методов полуаналитического интегрального подхода, позволяющих получить явные интегральные и асимптотические представления волновых полей через матрицу Грина рассматриваемой волноводной структуры.

Для построения Фурье-символа матрицы Грина используются разработанные быстрые численно-устойчивые алгоритмы. Асимптотические представления для возбуждаемых источником бегущих волн получаются как вклад вычетов в полюсах Фурье-символа матрицы Грина, а объемных волн — методом перевала и стационарной фазы. С помощью полученных интегральных и асимптотических представлений анализируется и обсуждается влияние взаимной ориентации главных осей составных образцов из сплавов с кубической анизотропией на резонансный отклик при отражении зондирующего сигнала от границы раздела материалов. Приводятся графики частотных зависимостей амплитудных характеристик бегущих и объемных волн в зависимости от ориентации главных осей. Проводится сопоставление полученных асимптотических представлений с результатами численного интегрирования и конечно-элементного моделирования.

Работа выполнена в рамках проекта № FZEN-2020-0017 государственного задания Минобрнауки России.

Применение метода конечных элементов при решении обратных задач

Углич П. С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Рассмотрены задачи о продольных и изгибных колебаниях неоднородного стержня. Для решения прямой задачи использован метод конечных элементов. В матрице жёсткости элемента учитывается неоднородность материала стержня. Произведено сравнение результатов, полученных методом конечного элемента с результатами, полученными методом пристрелки а также, в случае однородного стержня, с аналитическими результатами. Приведены результаты расчётов при различном числе конечных элементов и различных частотах колебаний. Также построены амплитудно-частотные характеристики. Продемонстрирована хорошая точность полученных результатов и даны рекомендации касательно оптимального выбора числа элементов.

Далее рассмотрена коэффициентная обратная задача о восстановлении неоднородного закона распределения механических параметров по информации об амплитудно-частотной характеристике стержня. Как в задаче о продольных колебаниях, так и в задаче о поперечных колебаниях стержень считается закреплённым с левого конца, сосредоточенная нагрузка приложена с правого конца и исходной информацией является амплитуда смещения на правом конце стержня в зависимости от частоты. Построены интегральные уравнения Фредгольма первого рода для решения обратных задач. Восстанавливаемыми параметрами в задаче о продольных колебаниях являются жесткость на растяжение и плотность стержня, в задаче об изгибных колебаниях восстанавливаемыми параметрами являются жёсткость стержня на изгиб и его плотность. Для дискретизации интегральных уравнений и построения матриц использовано конечно-элементное решение.

Построены системы интегральных уравнений, в которых восстанавливаемыми параметрами являются модуль Юнга и плотность материала стержня. При этом для решения системы интегральных уравнений предложена модификация метода Воеводина с двумя параметрами регуляризации, которые подбираются исходя из критерия обобщённой невязки.

Решение обратных задач в обоих случаях сводится к последовательному решению интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Для их решения используются два метода: метод Воеводина, а также метод Пейджа — Саундерса. Приведены результаты численных экспериментов по восстановлению механических параметров, произведённых с использованием обоих методов для различных восстанавливаемых законов, а также для различных частотных диапазонов, на которых производились расчёты амплитудно-частотной характеристики. Произведено сравнение эффективности двух методов решения обратной задачи по затрачиваемому времени и по точности восстановления.

Моделирование и анализ волновых явлений в слоистых упругих композитах и фоновых кристаллах с трещинами и электродами

Фоменко С. И., Голуб М. В., Дорошенко О. В.

*Институт математики, механики и информатики, Кубанский
государственный университет, Краснодар*

Одним из направлений развития современного материаловедения является исследование и разработка новых композитных материалов. Материалы с искусственно созданной внутренней периодической структурой, называемые «фононные кристаллы» (ФнК), как упругих композитов с периодической организацией, представляют большой практический интерес для исследователей. Ключевой чертой фононных кристаллов является возможность управления волновой энергией, а использование связанных электромеханических полей имеет огромный потенциал в практической реализации новых акустоэлектрических устройств.

В данном исследовании обсуждаются вопросы как математического моделирования ФнК, так и практические вопросы реализации и изготовления их в лабораторных условиях. Для математического моделирования волновых полей в упругих анизотропных и пьезоэлектрических ФнК с большим, но конечным набором ячеек (период материальных свойств) предлагается использовать метод граничных интегральных уравнений с ядрами, составленными на основе Фурье-символов матрицы Грина для рассматриваемых слоистых структур. Для построения матрицы Грина используется итерационный численно-устойчивый метод, предполагающий в начале построение специальных матриц-функций для многослойной ячейки ФнК, а затем использование этой матрицы для построения матрицы Грина для всего кристалла по универсальной схеме. Граничные интегральные уравнения, возникающие на трещинах и электродах, решаются с помощью метода Галеркина с базисными функциями, учитывающими особенности поведения решения у краев неоднородности. Разработанный подход верифицирован с помощью независимого моделирования методом конечного элемента в пакете COMSOL Multiphysics. Указываются как недостатки, так и преимущества разработанного метода. Исследуются спектральные свойства, энергетические коэффициенты прохождения и коэффициенты интенсивности напряжений у краев дефектов в рассматриваемых периодических структурах.

Кроме того, будут представлены и обсуждены некоторые результаты по лабораторному изготовлению фононных кристаллов и анализу волновых явлений в них.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 22-11-00261).

Мультистабильность в математической модели динамики хищников и жертв на неоднородном ареале

Ха Т. Д.^{1,2}

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

²Вьетнамско-Венгерский индустриальный университет, Ханой

Рассматривается система уравнений реакции — диффузии — адвекции, описывающая эволюцию пространственных распределений двух популяций хищников и двух родственных популяций жертв с учетом направленной миграции, функционального отклика Холлинга второго рода и гиперболической функции роста жертв. Распределения видов в момент времени t на одномерном ареале $x \in [0, 1]$ дается функциями плотностей $u_j(x, t)$ для жертв и $v_j(x, t)$ для хищников ($j = 1, 2$) и находятся из уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{u}_j &= (k_j u_j' - u_j \varphi_j')' + u_j \left[\mu_j f(u_1 + u_2) - \frac{l_{j,3} v_1 + l_{j,4} v_2}{p(x) + c u_1 + c u_2} \right], \quad (\dot{}) = \frac{\partial}{\partial t}(), \\ \dot{v}_j &= (k_{j+2} v_j' - v_j \varphi_{j+2}')' + v_j \left[-l_j + \frac{\mu_{j,1} u_1 + \mu_{j,2} u_2}{p(x) + c u_1 + c u_2} \right], \quad (\dot{})' = \frac{\partial}{\partial x}(), \\ \varphi_j &= \alpha_j p(x) + (\beta_{j,3} v_1 + \beta_{j,4} v_2), \quad \varphi_{j+2} = (\beta_{j+2,1} u_1 + \beta_{j+2,2} u_2). \end{aligned}$$

где k_j — коэффициенты диффузии, $p(x)$ — функция ресурса, $f(u_1 + u_2)$ определяет гиперболический закон роста жертв. Локальное взаимодействие регулируется положительными коэффициентами μ_j (рост жертвы), l_{ij} (убыль жертвы из-за хищника), l_j (смертность хищника), μ_{ij} (прирост хищника за счет жертв), а также c . Направленная миграция (таксис) для жертв и хищников определяется выражениями φ_j с миграционными коэффициентами $\alpha_j, \beta_{j,i}$. Рассматривается кольцевой ареал, система дополняется условиями периодичности и начальными распределениями плотностей популяций.

Мультистабильность (формирование одно- и двухпараметрических семейств стационарных решений) и мультикосимметрия реализуются при следующих условиях на параметры ($i = 1, 2, j = 3, 4$):

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\beta_{2j}}{\beta_{1j}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{l_{2j}}{l_{1j}} = \gamma_1 > 0, \quad \frac{k_4}{k_3} = \frac{\beta_{4i}}{\beta_{3i}} = \frac{\mu_{2i}}{\mu_{1i}} = \frac{l_2}{l_1} = \gamma_2 > 0.$$

В бездиффузионном приближении получены явные формулы для равновесий

$$\begin{aligned} W(\alpha, \beta) : \quad u_1 &= \frac{p(l_1 - \alpha)}{\mu_{11} - c l_1}, \quad u_2 = \frac{p\alpha}{\mu_{12} - c l_1}, \quad v_1 = \frac{\beta_* - \beta}{l_{13}} p, \quad v_2 = \frac{p\beta}{l_{14}}, \\ \beta_* &= \mu_1 f(u_1 + u_2) (p + c_1 u_1 + c_2 u_2), \quad (\alpha, \beta) \in [0, l_1] \times [0, \beta_*]. \end{aligned}$$

Стационарные распределения видов вычислены при помощи метода прямых и схемы смещенных сеток. Их спектр устойчивости содержит два практически нулевых значения. Это соответствует нейтральным направлениям для семейства стационарных распределений. Собственные числа матрицы линеаризации различны для решений, что подтверждает косимметричный характер рассчитанного семейства. Частный случай при $c = 0$ и $p(x) = \text{const}$ дан в статье [Ха, Цибулин, КИМ, 2020].

Гибридный подход на основе полуаналитического метода конечных элементов и метода спектральных элементов для решения антиплоских задач для составных структур

Ханазарян А. Д.

*Институт математики, механики и информатики, Кубанский
государственный университет, Краснодар*

Для моделирования распространения волн в протяженных слоистых структурах удобно использовать полуаналитические методы, которые позволяют быстро рассчитывать волновые поля. Для моделирования составных неоднородных структур, дефектов сложной формы и пьезоэлектрических элементов зачастую используют сеточные методы, которые обеспечивают высокую точность, но при этом требуют больших вычислительных ресурсов. Поэтому для решения волновых задач активно развиваются гибридные подходы, в которых области со сложной геометрией описываются прямыми численными методами, а распространение волн в протяженных структурах — с помощью аналитических и полуаналитических подходов. Как правило, конечно-элементные пакеты (например, COMSOL Multiphysics), основанные на методе конечных элементов, позволяют строить решение для протяженных волноводов с неоднородностями сложных форм, но не позволяют проводить модальный анализ решений. Основной мотивацией данной работы является развитие подходов на основе метода спектральных элементов (МСЭ) для решения динамических задач теории упругости в случае слоистых волноводов с неоднородностями. При этом МСЭ используется не только для описания поведения областей сложной формы, но и для моделирования распространения волн в протяженных волноводах.

В работе рассматривается антиплоская задача для составной области $\Omega_1 \cup \Omega_2 \subset R^2$. Для первой области Ω_1 решение уравнения Гельмгольца отыскивается численно с использованием МСЭ в виде разложения по базисным функциям, а именно, используя интерполяционные полиномы на узлах Гаусса — Лежандра — Лобатто. Для второй протяженной области Ω_2 решение представляется в виде суммы различных мод, характеристики которых определяются с помощью МСЭ. На общей для двух областей границе задаются условия на непрерывность перемещений и напряжений, и вводится неизвестная функция перемещений, которая отыскивается в виде разложения по тем же полиномам Гаусса — Лежандра — Лобатто. Для нахождения неизвестных коэффициентов разложения этой функции используются метод Галеркина и метод коллокаций. Проводится сравнительный анализ двух методов, а результаты моделирования сравниваются с расчетами в конечно-элементном пакете COMSOL Multiphysics.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 21-51-53014).

Количественная оценка предела текучести тонких композиционных покрытий на основе теоретико-экспериментального исследования

Чебаков М. И., Данильченко С. А.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Современная инженерия поверхности включает в себя процессы модифицирования поверхности изделий путем нанесения на них различных покрытий. Среди материалов, применяемых для создания покрытий, широкое распространение получили полимерные композиционные материалы. Эти композиты имеют матрицу на основе полимерного материала с наполнителем. В качестве наполнителя используется множество различных веществ (углеродные, стеклянные, органические синтетические волокна, мелкодисперсные порошковые наполнители). Как правило, данные поверхностные структуры обладают малыми или сверхмалыми толщинами. В связи с этим возникает проблема определения их физико-механических свойств, поскольку классические методы в данном случае малоэффективны. Так, например, для определения прочностных характеристик покрытий согласно классическим методам, таким как испытания на растяжение/сжатие, необходимо предварительно отделить покрытие от основания. Даже для металлических покрытий относительно большой толщины данная задача является простой, а для тонких полимерных покрытий практически невыполнима. В связи с этим активно внедряются новые методики. Одним из методов, широко применяемых при исследовании тонких покрытий и пленок, является метод индентирования. Он заключается в одновременном измерении силы вдавливания и перемещения индентора специальной формы для построения кривой «нагрузка-разгрузка». Анализ такой кривой позволяет определять твердость, модуль упругости, ползучесть и другие характеристики материала. Однако, экспериментальное определение некоторых характеристик, таких как предел текучести, для данных структур является достаточно трудоемким, а порой и невозможным. Предел текучести является важным параметром, с помощью которого рассчитываются допустимые напряжения для пластичных материалов. В настоящей работе сделана попытка количественно оценить предел текучести тонких покрытий из полимерных композиционных материалов с матрицей на основе фенилона С-2 и различными мелкодисперсными наполнителями с помощью сравнения конечно-элементной модели индентирования и экспериментальных данных. Моделирование выполнялось с помощью программного комплекса ANSYS. Для каждого покрытия был проведен эксперимент на комплексе NanoTest 600 (Micro Materials Limited, UK). Полученные упругие характеристики композитов использовались в качестве входных параметров при расчетах. Начальное значение предела текучести бралось равным $1/3$ величины твердости. На основании сравнения кривых «нагрузка-разгрузка» проводилась оптимизация значения предела текучести с целью получения максимального совпадения кривых. Исследования показали, что, корректируя значение предела текучести, удается добиться хорошего согласования между результатами моделирования и эксперимента.

Работа выполнена при финансовой поддержке Южного федерального университета, внутренний грант № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

Устойчивость нелинейно-упругой микрополярной трубы с преднапряженными покрытиями

Шейдаков Д. Н., Михайлова И. Б.

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

Проблема устойчивости равновесия деформируемых тел представляет значительный интерес как с теоретической, так и с прикладной точки зрения. Она достаточно подробно исследована в случае простых материалов и конструкций. Однако, в связи с развитием современных технологий и появлением новых материалов, в последнее время актуальным становится вопрос анализа устойчивости составных нелинейно-упругих тел со сложной микроструктурой и внутренними напряжениями. Преднапряженные включения могут образовываться в процессе сборки составного тела вследствие пластических деформаций, нагрева, фазовых переходов и т. д. или создаются искусственно. В настоящей работе в рамках общей теории устойчивости изучено влияние предварительных напряжений в крайних слоях (покрытиях) на бифуркацию равновесия трехслойных цилиндрических труб при комбинированном нагружении — осевом сжатии в условиях внутреннего или внешнего гидростатического давления. Особенностью многослойных тел с внутренними напряжениями является отсутствие единой ненапряженной отсчетной конфигурации для тела в целом. В связи с этим при выводе определяющих уравнений для различных слоев используется запись определяющих соотношений относительно разных отсчетных конфигураций.

Поведение материалов со сложной микроструктурой часто не может быть адекватно описано в рамках классической теории упругости из-за размерных эффектов. Для введения внутренних размерных параметров приходится прибегать к обобщенным континуальным моделям, таким как нелокальные теории, модели типа Коссера, модели градиентного типа и т. д. В настоящей работе для учета влияния микроструктуры материала на устойчивость трехслойных цилиндрических труб с внутренними напряжениями использовалась модель микрополярной сплошной среды, т. е. среды с моментными напряжениями и вращательными степенями свободы. Данная модель успешно применяется для описания поведения гранулированных и порошкообразных материалов, металлических и полимерных пен, поликристаллических и композиционных материалов. Помимо вышеперечисленного, континуум Коссера также используется при моделировании нанотрубок. Он позволяет, в частности, описать размерные эффекты, наблюдаемые экспериментально. Нанотрубки широко применяются в различных электронных устройствах и наноматериалах благодаря их превосходным механическим, оптическим, тепловым и электрическим свойствам. Кроме модели микрополярного континуума, для описания поведения нанотрубок также часто используются дискретные подходы (например, модели *ab initio*, метод молекулярной динамики) и явно нелокальные теории.

Работа выполнена в рамках реализации госзадания Южного научного центра РАН (№ госрегистрации 122020100343-4) и частично при финансовой поддержке РФФИ (грант № 19-48-230042).

Идеи биотрибологии в компьютерном дизайне демпфирующих устройств

Шилько С. В., Сазанков А. П., Столяров А. И.

*Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого
НАН Беларуси, Гомель*

Как известно, биологические «конструкции», обладающие выдающимися физико-механическими показателями (прочностными, энергетическими, ресурсными и т. д.), являются источником идей и великолепных технических решений в машиностроении. В части биотрибологии с акцентом на демпфирующую способность несомненна эффективность элементов опорно-двигательного аппарата и зубочелюстной системы, а также кожных покровов, воспринимающих динамические, в том числе контактные, напряжения сжатия и сдвига. К таким элементам относятся межпозвоночные диски, хрящ сустава, периодонтальная связка. С учетом особенностей их структуры и свойств могут быть созданы эффективные демпфирующие устройства, в которых рабочей средой или материалом деталей являются вязкоупругие и вязкопластичные эластопласты, обладающие выгодным сочетанием механических свойств. В докладе описаны методики и результаты измерения диссипативных характеристик полиуретанов, резин и силиконовых эластомеров с привлечением весьма информативных методов динамического механического анализа (прибор DMA 800) и динамического контактного индентирования (приборы «Импульс-1Р» и «ИПМ» (ИПФ НАН Беларуси)). Экспериментальные значения динамического модуля упругости, тангенса угла механических потерь и энергии вязкого деформирования служили исходными данными при численном моделировании вязкого трения в эластомерных амортизаторах и автомобильных шинах с построением геометрически точных объемных КЭ моделей. Для механико-математического описания процесса течения рабочей среды в виде вязкопластичного силоксанового эластомера была взята реологическая модель Кросса. Распределения динамической вязкости, давлений и линий тока эластомера, найденные на этапе гидродинамического моделирования в различные моменты времени при ударном нагружении, далее использовались в качестве исходных данных в расчете напряженно-деформированного состояния и при оценке прочности деталей амортизатора. Соответственно, параметры вязкоупругого материала (резины) деталей пневматической автомобильной шины были использованы для расчетного прогнозирования диссипативных потерь, определяющих демпфирование вертикальных колебаний при движении автомобиля, а также коэффициента сопротивления качению, как важнейшей триботехнической характеристики шины. Проведенные расчетные и экспериментальные исследования позволили сформулировать предложения по оптимизации конструкции рассмотренных демпфирующих устройств.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (БРФФИ), проект № T21ЭТ-016 «Структурная оптимизация гибридных волоконно-армированных композиционных материалов для безопасного и надёжного электротранспорта».

Математическое моделирование процесса теплопередачи и термонапряженного состояния в металло-алмазных композитах

Шилько С. В., Черноус Д. А.

*Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого
НАН Беларуси, Гомель*

Одной из проблем создания мощных и надежных квантовых генераторов, микропроцессоров и узлов трения является перегрев элементов, выделяющих значительное количество тепла. Длительная безотказная работа в этих условиях может быть реализована при использовании материалов с повышенной теплопроводностью и термостойкостью. Наиболее перспективными с этой точки зрения являются различные формы углерода, включая графит и алмаз. В настоящее время разработана технология изготовления металл — алмазных композитов (МАК), где в качестве матричного материала выступает алюминий или медь, а наполнителем являются частицы алмаза размером 50–200 мкм. Для анализа стабильности работы изделий из МАК в условиях термоциклирования предложен метод прогнозирования термомеханических характеристик указанных дисперсно-наполненных материалов, основанный на структурной модели Такаянаги, гипотезах составного включения и эквивалентной матрицы. Коэффициент теплопроводности определяется с учетом термического сопротивления границы раздела компонентов. Сопоставление расчета с экспериментом и альтернативными теориями (уравнение Хассельмана — Джонсона и модель дифференциальной эффективной среды) показало правомерность предложенного метода. Так, увеличение пористости металлической матрицы с повышением объемного содержания алмазных частиц оказывает существенное влияние на теплопроводность, прочность и упругие свойства композита. Учет этого фактора посредством разработанного метода выявил объемное содержание алмазных частиц (55–60%), превышение которого приводит к снижению коэффициента теплопроводности, модуля Юнга и предела прочности МАК. Получены зависимости термомеханических параметров композита «алмаз/алюминий» от толщины покрытия из вольфрама, наносимого на частицы алмаза для снижения граничного термического сопротивления. С увеличением толщины покрытия прогнозируется уменьшение теплопроводности, скорость которой значительно выше в сравнении с изменением модулем Юнга, предела прочности и коэффициента термического расширения. В этой связи следует использовать весьма тонкие покрытия (в рассмотренном случае — менее 3 мкм). Обсуждаются возможности численного моделирования теплопередачи и термонапряженного состояния МАК с использованием микротомограмм композитов «алмаз/алюминий» с последующей конечно-элементной дискретизацией, а также решения обратной задачи определения коэффициента теплопроводности границы раздела, исходя из экспериментальных данных о структуре и свойствах композита и его основных компонентов.

Исследование выполнено при поддержке БРФФИ (проект № Т22КИ-032 «Эволюция микроструктуры и стабильность термических свойств композитов алмаз/алюминий при термоциклировании»).

Моделирование локальной гемодинамики в аорте для анализа установки модифицированного шунта Блэлок—Тауссиг

Шмурак М. И.¹, Хайрулин А. Р.¹, Камалтдинов М. Р.²,
Кучумов А. Г.¹, Породилов А. А.³

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь

²ФНЦ медико-профилактических технологий управления рисками здоровью
населения, Пермь

³Федеральный центр сердечно-сосудистой хирургии им. С. Г. Суханова, Пермь

В последнее время в мире стремительно растет детская смертность от врожденных пороков сердца. Одним из хирургических методов лечения врожденных пороков сердца является установка модифицированного шунта Блэлок — Тауссиг. Для повышения эффективности принятия решений в хирургической практике необходима разработка индивидуальной модели пациента, позволяющей прогнозировать исходы медицинских вмешательств. Была предложена концептуальная схема системы кровообращения путем сочетания 0D-модели (системный кровоток) и 3D-модели (аорта и легочная артерия). Результаты моделирования позволяют определять параметры давления и кровотока время от времени в любом участке предложенной схемы артериального кровообращения, а также кровотока, проходящий через шунт, в зависимости от его сопротивления. Кроме того, было проведено моделирование кровотока в аорте и легочной артерии с помощью алгоритма взаимодействия жидкости и твердого тела. Предварительно проведены экспериментальные исследования механических свойств сосудистых трансплантатов, используемых при шунтировании. Определены параметры двух изотропных гиперупругих моделей для описания механического поведения шунта. Измерены профили скорости на входе в аорту у пациентов, чьи МСКТ-изображения использовались при последующих расчетах. Исследовано 30 детей в возрасте от 1 до 12 месяцев. Сформирована цифровая база данных пациентов, хранящая геометрии их аорт вместе с информацией о течении крови и механических свойствах стенок сосудов. Проведено обследование 30 детей в возрасте от 1 до 12 месяцев. База данных геометрий пациентов, механических свойств аорты и граничных условий размещена на сайте <http://bmengineering59.ru>.

Далее проведено моделирование локального кровотока в системе «аорта — модифицированный шунт Блэлок — Тауссиг — легочная артерия» для трех различных мест установки шунта: центральный, правый и левый шунт. Получены распределения основных динамических характеристик: скорость, давление, пристеночные касательные напряжения, перемещения. Проведена оценка влияния моделей анизотропии/изотропии свойств аорты и упругости/гиперупругости шунта на основные параметры локального кровотока. Анизотропная модель материала аорты показала более высокие значения напряжения в пиковый момент систолы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ р_НОЦ_Пермский край (проект № 20-41-596005).

Исследование условий реконструкции предварительных напряжений в неоднородном цилиндре

Юров В. О.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Как и в случае с материальной неоднородностью, в литературе наблюдается дефицит исследований, посвященных теоретическому моделированию и идентификации сложного неоднородного предварительного напряженно-деформированного состояния в цилиндрических телах.

Для конечного цилиндра, неоднородного в радиальном и осевом направлении, сформулирована слабая постановка, учитывающая наличие полей предварительных напряжений (ПН) неоднородной структуры. Тензор ПН задается четырьмя ненулевыми компонентами, являющимися функциями координат. Предлагается два способа задания полей ПН для цилиндра, защемленного одним торцом. Первый способ основан на построении поля ПН как конечно-элементного решения соответствующей начальной задачи статики о деформировании цилиндра под действием некоторой предварительной нагрузки; при этом рассмотрены случаи начального раздувания внутренним давлением, предварительное скручивание и предварительное растяжение. Второй способ основан на построении аналитических решений для кольца в случае раздувания и скручивания моментами, прикладываемыми к внутренней и внешней границам, а также для задачи о растяжении бесконечного цилиндра. Существенное различие аналитических и конечно-элементных решений наблюдается в достаточно малой окрестности защемленного торца цилиндра. Проведено исследование влияния трех рассмотренных типов ПН на поле малых наложенных перемещений; анализ чувствительности проведен для трех типов нагружения: растяжение нагрузкой, прикладываемой к свободному торцу; раздувание внутренним давлением; кручение касательными нагрузками, прикладываемыми к внутренней и внешней поверхностям. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что наибольшая чувствительность наблюдается в основном в окрестности свободного края.

Изучена обратная задача по нахождению интенсивностей трех рассмотренных типов ПН, когда известна дополнительная информация о поле перемещений задачи во всей области. Система линейных уравнений для нахождения амплитуд ПН построена на основе уравнений слабой постановки. При отсутствии зашумления входной информации наблюдается достаточно высокая точность решения обратной задачи. Для расширения возможностей реконструкции рассмотрены задачи с динамическим нагружением и проанализировано влияние частотного параметра.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-71-10045, <https://rscf.ru/project/18-71-10045/>), в Южном федеральном университете.

Об особенностях исследования плоской задачи для полосы с отслоением в рамках градиентной теории упругости

Явруян О. В.

Южный математический институт — филиал ВНИИ РАН, Владикавказ

Конструктивные элементы, изготовленные из слоистых композитов, имеют широкое применение во многих областях современной промышленности. При этом основной причиной, способной существенно снизить эксплуатационные способности элементов конструкции, является наличие отслоений, поэтому построение уточненных решений в области дефекта представляет собой актуальную задачу.

Динамические задачи теории трещин с позиции линейной теории упругости исследованы достаточно подробно. Полученные при этом решения, характеризующие поля перемещений и напряжений, имеют сингулярный характер. Вместе с тем, ввиду очевидного желания уточнить характер полей напряжений у вершин, а также полей перемещений и деформации на берегах трещины, при исследовании соответствующих задач могут быть использованы модели различных неклассических теорий упругости, предложенные в работах Миндлина Р. Д., Алтана Б. С., Айфантиса Е. С., Васильева В. В., Лурье С. А., в которых в определяющих соотношениях учитываются градиенты деформации первого/второго порядков, которые входят с множителями — градиентными параметрами, соотносимыми с размерными параметрами исследуемой области. Данный подход позволяет учитывать масштабные эффекты и уточнять поведение в окрестности интересующих подобластей, а также формулировать новые критерии прочности и расчетные формулы для КИН без привязки к характеру сингулярности.

Проведено исследование плоской задачи об установившихся колебаниях изотропной упругой полосы с отслоением. Исследование направлено на анализ НДС в окрестности вершин трещины и построение функции раскрытия трещины — основные механические показатели при исследовании задач теории трещин. Задача решена с позиции классической линейной теории упругости и в рамках неклассической градиентной теории упругости (модели Айфантиса, теории Рундана — Айфантиса). Построены граничные интегральные уравнения (ГИУ) относительно функции раскрытия трещины, выделены особенности ядер, ГИУ решены на основе метода граничных элементов. Для получения градиентного решения плоской задачи применен упрощенный подход Рундана — Айфантиса, в результате которого получены полуаналитические выражения функции раскрытия трещины и полей напряжений в окрестности концентраторов напряжений.

Проведен также асимптотический анализ задачи в случае отслоения малого относительного размера, получены аналитические выражения для функции раскрытия трещины.

Проведены численные расчеты, осуществлен сравнительный анализ результатов, полученных в рамках линейной и градиентной теорий упругости в зависимости от значений градиентного параметра и длины отслоения.

Объединенный подход на основе методов нелинейной динамики
и сверточных нейронных сетей для диагностики фибрилляции
предсердий по данным ЭКГ покоя

Яковлева Т. В.¹, Дьячков С. М.², Ярославская Е. И.², Крысько А. В.¹

¹*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина,
Саратов*

²*Тюменский кардиологический научный центр, Тюмень*

Исследованию динамических процессов самой различной природы (механических, биомедицинских, социальных) методами нелинейной динамики и машинного обучения уделяется большое внимание. Человеческий организм можно рассматривать как сложную нелинейную биологическую оболочку. Поэтому при его изучении следует применять всё многообразие математических и вероятностных методов, в том числе для исследования сердечно-сосудистой системы. Анализ сигналов ЭКГ покоя методами нелинейной динамики в совокупности с нейронными сетями и ансамблем слабых классификаторов XGBoost дает возможность диагностики фибрилляции предсердий для оценки состояния здоровых людей с целью выявления групп риска на ранней стадии. В работе были взяты 12-канальные ЭКГ покоя из открытой базы данных CPSC2018, записанные с частотой дискретизации 500 Гц продолжительностью от 6 до 60 секунд. В анализ включены два класса ЭКГ: норма ($N = 918$) и фибрилляция предсердий ($N = 1098$). Разбиение на обучающую и контрольную выборку сигналов было выполнено в соотношении 70:30. Исследования проводились на основании двух подходов. В первом подходе на этапе предобработки сигнала были подготовлены объединенные спектрограммы для 12 каналов фрагментов ЭКГ, содержащих 3 подряд идущих R-R сегмента. Спектрограммы для выбранных сегментов рассчитывались методом оконного преобразования Фурье в диапазоне от 0 до 50 Гц для каждого канала, которые объединялись по вертикали в одну матрицу и сжимались до размера 120×120 . Полученные спектрограммы подавались на вход сверточной нейронной сети с количеством фильтров в блоках свертки 128-64-32-16 соответственно и одним полносвязным слоем. Обучение было выполнено алгоритмом стохастического градиентного спуска. Для реализации второго подхода на базе предопределенных признаков и ансамбля слабых классификаторов XGBoost предобработка сигналов ЭКГ не производилась. Для всех сигналов была вычислена мгновенная частота через преобразование Гильберта для каждого канала по отдельности. По значениям мгновенной частоты были рассчитаны такие характеристики как абсолютная энергия, модуль суммы разниц отсчетов, количество значений меньше средней мгновенной частоты, асимметрия, эксцесс, среднее, медианное, минимальное и максимальное значения, стандартное отклонение, дисперсия и т. д. Рассчитанные значения использовались для обучения ансамбля слабых классификаторов (решающих деревьев) типа XGBoost. Анализ двух подходов и их объединение привели к тому, что новая модель сверточной нейронной сети, которая является более сложной, оказалась точнее ансамбля слабых классификаторов на базе XGBoost по мгновенной частоте. Прирост составляет 0.09 на тестовой выборке, но уступает комбинированной модели на 0.03.

Хаотическая динамика пористых замкнутых цилиндрических наноболочек

Яковлева Т. В., Ерофеев Н. П.

*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина,
Саратов*

В работе построена математическая модель замкнутой цилиндрической наноболочки Кирхгофа — Лява с учетом пористости материала. При создании математической модели учитывались нелинейные зависимости между деформациями и перемещениями в форме Т. фон Кармана, а размерная зависимость — согласно модифицированной моментной теории упругости. Материал оболочки является неоднородным, учитывается зависимость модуля упругости и коэффициента Пуассона от пространственных координат x, y, z , рассматриваются три модели пористости в виде многочленов. Уравнения движения, граничные и начальные условия получены из энергетического принципа Гамильтона — Остроградского. Сформулирована и доказана теорема о существовании решения. Замкнутая цилиндрическая оболочка находится в поле действия поперечной знакопеременной нагрузки произвольного типа. Рассматриваемые структуры есть системы с бесконечным числом степеней свободы. Очень часто за хаотические колебания принимают ошибки, которые накапливаются при решении задач численными методами, поэтому вопрос о достоверности получаемых результатов является первостепенной задачей. На это было обращено внимание в работе профессора Лози. Полученные нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных методом Бубнова — Галеркина в высших приближениях сводятся к задаче Коши, которая решается несколькими методами: методами типа Рунге — Кутты (2-го, 4-го порядков) и Ньюмарка. Исследована сходимость решения вышеупомянутых алгоритмов, которая достигается при совпадении не только основных функций, но и их производных до второго порядка включительно по пространственным координатам на всём рассматриваемом временном интервале. Это позволяет говорить о достоверности получаемых решений.

Исследуется хаотическая динамика согласно идее Гулика. В работе проведен анализ пространственно-временного хаоса цилиндрических наноболочек. Для этого применяются методы нелинейной динамики, анализируются сечения Пуанкаре, 2D и 3D вейвлет-спектры на базе различных материнских вейвлетов (Морле, Гаусса 16-32, мексиканской шляпы), фазовые портреты, спектры мощности Фурье, вычисляются значения спектра показателей Ляпунова и старшего показателя Ляпунова различными методами (Канца, Вольфа, Розенштейна, Сано — Савады). Сравнение результатов, получаемых различными методами на каждом этапе моделирования, позволяет сделать вывод об истинности получаемых хаотических решений. Предложенные алгоритмы позволяют строить карты режимов колебаний замкнутых цилиндрических наноболочек при произвольных поперечных нагрузках в зависимости от частоты, амплитуды вынужденных колебаний, а также нанопараметра. Это необходимо для управления характером колебаний замкнутых цилиндрических наноболочек.

Исследование выполнено за счет гранта РНФ № 22-11-00160.

Содержание

Агаян К. Л., Мартиросян А. В. Балка на упругом основании с подкрепляющими опорами	4
Айзикович С. М., Лапина П. А. Анализ сходимости асимптотических методов решения контактных задач для функционально-градиентного полупространства	5
Акопян В. Н., Григорян А. А., Амирджанян А. А. Осесимметричная контактная задача для составного пространства с дискообразной трещиной	6
Анпилов А. В. Применение генетических алгоритмов для восстановления характеристик поперечно-неоднородного упругого слоя	7
Арсенов М. А., Дорошенко О. В. Вычислительные алгоритмы на экспериментальных выборках без обучения для определения характеристик волновода по бегущим модам	8
Атоян Л. А., Саакян С. Л. Упруго спиновые сдвиговые волны Флоке в периодической структуре	9
Бардакова Р. А., Васильев А. С., Каменцев А. С. Быстродействующий фотодетектор на основе наностержневой ZnO	10
Батищев В. А. Несимметричные вращательные режимы течений жидкости при степенном охлаждении свободной границы	11
Бауэр С. М., Венатовская Л. А., Терентьева А. Е. Модель коррекции миопии с использованием кольца MyoRing	12
Богачев И. В., Недин Р. Д. Об исследовании динамических характеристик сплошных и имеющих отверстия и включения предварительно напряженных неоднородных пластин	13
Боев Н. В. Реконструкция формы невыпуклых препятствий в двумерной акустической среде методами дифференциальной геометрии с применением кругового сканирования короткими волнами	14
Васильев А. С., Волков С. С. Приближенное аналитическое решение задачи о разогретом электроде на поверхности упругого полупространства с ФГМ покрытием	15
Ватульян А. О. О задачах эластографии мягких тканей	16
Ватульян А. О., Варченко А. А. О колебаниях балки из функционально-градиентного материала с учетом затухания	17
Волков С. С., Кудиш И. И., Кароткян Р. В. Контакт двух тел с учетом смазки, моделируемой неньютоновской жидкостью с реологией Гезекуса	18
Волокитин Г. И. Термоупругие эффекты в эластомерах	19
Воронкова Е. Б., Бауэр С. М., Семенов Б. Н. О несимметричных формах равновесия круглых пластин	20

Гергей А. М., Никифорок А. И., Сотин А. В., Усынина Ю. А., Шитова Е. С. Исследование параметров ходьбы человека при помощи системы комплексной оценки двигательных функций «Биомеханика Биокиннект»	21
Говорухин В. Н. Алгоритм описания структуры вихревой конфигурации по информации о поле скорости течения	22
Голуб М. В. Гибридный метод для моделирования распространения волн в ламинатах с ударными повреждениями	23
Голушко И. Ю., Чалин Д. В. Исследование неоднородных механических напряжений в аорте Данио-рерио и их роли в производстве гемопоэтических стволовых клеток	24
Дашевский И. Н. Основы инженерной методики расчетной оценки функционально-механических характеристик эндоваскулярных стентов . .	25
Дмитрюк А. Ю., Маслов Л. Б. Конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния эндопротеза тазобедренного сустава при ходьбе	26
Доль А. В., Иванов Д. В. Оценка кровотока на экспериментальном стенде .	27
Дударев В. В., Мнухин Р. М. К исследованию одной обратной коэффициентной задачи для неоднородной пластины	28
Дышко Б. А. Дыхательный тренажер со срочной регуляцией интенсивности выполнения упражнения	29
Егорова С. А., Карякин М. И. Об определении параметров функции энергии высокоэластичных материалов с использованием эволюционных алгоритмов	30
Ермоленко О. А., Глушков Е. В., Глушкова Н. В. Компьютерное и математическое моделирование распространения бегущих волн в костных тканях	31
Жигалов М. В., Максеев А. Е., Калуцкий Л. А. Методы топологической оптимизации идентификации произвольного числа трещин, отверстий, включений, их расположения и геометрии в трехмерной теории упругости	32
Зверев Н. А., Земсков А. В. Анализ нестационарных механодиффузионных процессов в ортотропном полом цилиндре с учётом релаксации диффузионных потоков	33
Зеленчук П. А., Цибулин В. Г. Система хищник—жертва с трофической функцией Холлинга второго рода: идеальное свободное распределение на неоднородном ареале	34
Земсков А. В., Ле В. Нестационарная механика и термодиффузия изгибаемых балок	35
Зимин Б. А., Судьенков Ю. В., Ялыч Е. С. Эффект неравновесности электрон-фононных взаимодействий при нагреве проводников ультракоротким лазерным импульсом	36
Иванов Д. В. Биомеханика как основа систем поддержки принятия врачебных решений в хирургии	37

Иванова Я. Ф., Юхнев А. Д., Тихомолова Л. Г., Смирнов Е. М., Вр- бий А. А., Супрунович А. А., Морозов А. Н., Хубулава Г. Г., Ва- вилев В. Н. Оценка влияния роста неоинтимы на гемодинамику в области анастомоза: пациент-ориентированные расчёты	38
Ильичев В. Г. Внутренние цены и управление в моделях экологии	39
Казаков Е. А. Особенности эксперимента на аэродинамической трубе с горизонтальным и боковым расположением блоков тензодатчиков	40
Калинина Т. И. О влиянии поверхностных напряжений на дисперсион- ные кривые плоских и антиплоских задач об установившихся коле- баниях упругой нанотонкой полосы	41
Калуцкий Л. А., Крысько В. А. Математическое моделирование нелиней- ных функционально-градиентных пористых наноболочек и методы их анализа	42
Кароткян Р. В. Исследование тканей глаза методом сканирующей зон- довой микроскопии	43
Келеметова К. А. Область диффузионной неустойчивости для модели «брюсселятор»	44
Кириллова Е. В. Возбуждение волн в композитных материалах по вы- бранным направлениям	45
Киселев О. Н. Определение эффективных параметров упругого волно- вода по характеристикам бегущих волн	46
Кислухин В. В. Влияние дыхания, при кровопотере, на ряд физиологи- ческих параметров. Эксперимент и математическая модель	47
Колесников А. М., Анесян В. М. Конечные деформации диэлектрической армированной трубки	48
Колесников А. М., Тер-Оганесян В. И. Стягивание тонкостенной высо- коэластичной трубки с жёсткого конуса	49
Колесникова А. С. Выбор физического потенциала для расчета полной энергии молекулярной структуры	50
Корниевский А. С. Конечно-элементное моделирование высокопористых наноразмерных материалов, основанных на ячейке Гибсона—Эшби, с учетом поверхностных напряжений	51
Корников В. В. О возможности прогнозирования исхода операций на печени с учетом метастазов колоректального рака	52
Кириллова И. В., Коссович Л. Ю. Концепция систем поддержки приня- тия врачебных решений в хирургии позвоночно-тазового комплекса	53
Кренев Л. И., Айзикович С. М., Николаев А. Л. Анализ результатов наноиндентирования в информационной системе «Градиентные по- крытия»	54
Кручинина А. П. О моделировании поворота головы человека в различ- ных условиях	55
Крылова Е. Ю. Математическое моделирование поведения микрополяр- ной сетчатой пластины Кирхгофа в условиях электростатических воздействий	56

Лапина П. А., Зеленцов В. Б. Имитация биомедицинских тканей жидко-насыщенной пороупругой средой Био	57
Леднов А. С. Математическое моделирование индентирования роговицы глаза плоским штампом с учётом порового давления	58
Леднов А. С., Харчевников И. О. Испытание нового метода заточки вольфрамовых зондов для атомно-силового микроскопа NanoEducator	59
Летунова Д. А. Конечные деформации двухслойной армированной преднапряжённой диэлектрической трубки	60
Любкевич А. А. О диффузионном анализе стабилметрических данных	61
Мальцева О. Н., Аксёнов А. Ю., Егоров Р. А. Моделирование и изготовление индивидуального протеза стопы для биомеханической оценки походки с помощью видеоанализа	62
Матросов А. А., Нижник Д. А., Мальцева Т. А. Влияние пьезоактуатора на репродуктивные клетки рыб	63
Матросов А. А., Семенчатенко И. В. Топологическая оптимизация кронштейна для уличного ландшафтного светильника	64
Милчев Н. М., Аксенов А. Ю. Моделирование позвоночника с помощью пассивных маркеров для расчёта сагиттального баланса	65
Надолин К. А., Амбарян К. В. Численное моделирование гидродинамики безнапорного потока	66
Надолин К. А., Карякин М. И. Новые перспективы англоязычной магистерской программы мехмата ЮФУ в области математического моделирования и информационных технологий	67
Назаренко Д. В., Босяков С. М., Рубникович С. П. Влияние толщины слизистой оболочки на распределение напряжений в нижней челюсти с полным протезом при нормальном прикусе: конечно-элементное моделирование	68
Наседкин А. В. Сравнительный конечно-элементный анализ цилиндрических пьезоизлучателей в акустической среде	69
Наседкина А. А. Численный анализ эффективных свойств пьезокерамического материала с металлическими включениями различных размеров с учетом неоднородной поляризации	70
Наседкина А. А., Дачева М., Янков Р. Анализ эффективных свойств пороупругих композитов с поверхностными эффектами в зависимости от граничных условий в задачах гомогенизации	71
Нассар М. Э., Наседкин А. В. Численное исследование пьезокомпозита с металло-вакуумными сферическими включениями различного диаметра с использованием нового случайного представительного объема связности 3-0-0	72
Недин Р. Д. К анализу чувствительности и реконструкции двумерных распределений начальных напряжений в тонких пластинках	73
Неклюдова Г. А., Евтух Е. С. Определение параметров подрельсового основания в компьютерной модели системы «железнодорожный путь — экипаж»	74

Нестеров С. А. Нестационарная задача термоэлектроупругости для функционально-градиентного цилиндра	75
Николаев А. Л., Бардакова Р. А., Садырин Е. В., Харчевников И. О. Механические, химические и микрогеометрические свойства тонкой пленки TiN	76
Острер К. С., Ожгибесова И. А., Шабрыкина Н. С. Биомеханическое моделирование прыжков в фигурном катании	77
Папкина И. В., Крысько А. В., Крысько В. А. Математическое моделирование функционально-градиентных пористых гибких наноблоков Эйлера—Бернулли с учетом упруго-пластических деформаций в условиях температурного поля и нейтронного облучения	78
Паринова Л. И. Особенности моделирования волновых процессов в ортотропных топографических волноводах	79
Пешин С. Е., Няшин Ю. И., Каракулова Ю. В. Биомеханическое моделирование запястного канала и кисти человека	80
Полякова Т. В., Гаврюшин С. С., Арутюнов С. Д. Оптимизация расстановки временных имплантатов при конечном дефекте зубного ряда	81
Пустовалова О. Г., Егорова А. А. Математическое и компьютерное моделирование процесса высыхания упругого твердого тела	82
Ревина С. В. О нахождении области неустойчивости Тьюринга в системах реакции—диффузии	83
Романовский М. М. Исследование пространственно-распределенной модели двух взаимодействующих популяций	84
Рошаль Д. С., Федоренко К. К., Коневцова О. В., Рошаль С. Б., Подгорник Р. Моделирование самосборки и строения вирусных оболочек	85
Садырин Е. В., Зеленцов В. Б., Свэйн М. В. Математическое моделирование элементов, образующих окклюзионную поверхность зуба	86
Семенов Б. Н., Земцова Е. Г., Морозов Н. Ф., Смирнов В. М. Моделирование механических свойств металломатричного композита с комбинированным армированием	87
Серебряная И. А., Серебряная Д. С., Нижник Д. А. Численное моделирование проведения испытаний керамического кирпича	88
Синицына Д. Э. Расчетно-экспериментальное исследование пространственно-временной структуры течения в трехмерной модели бифуркации брюшной аорты	89
Скалиух А. С. Акустический волновод с источником и приемником колебаний при наличии импедансного затухания	90
Соловьев А. Н., Глушко Н. И., Алексеева А. Д. Моделирование конструкции кератопротеза с функционально-градиентным слоем в пакете FlexPDE	91
Соловьев А. Н., Чебаненко В. А., До Т. Б., Паринов И. А. Исследования адекватности прикладной теории изгибных колебаний пьезомагнитоэлектрических биморфов на основе анализа её напряженно-деформированного состояния	92

Судьенков Ю. В. Нестационарный волновой процесс наносекундной длительности в твердых телах вблизи поверхности удара	93
Татаркин А. А., Ермоленко О. А., Глушкова Н. В., Глушков Е. В. Моделирование отраженного волнового поля в двухслойном анизотропном образце	94
Углич П. С. Применение метода конечных элементов при решении обратных задач	95
Фоменко С. И., Голуб М. В., Дорошенко О. В. Моделирование и анализ волновых явлений в слоистых упругих композитах и фоновых кристаллах с трещинами и электродами	96
Ха Т. Д. Мультистабильность в математической модели динамики хищников и жертв на неоднородном ареале	97
Ханазарян А. Д. Гибридный подход на основе полуаналитического метода конечных элементов и метода спектральных элементов для решения антиплоских задач для составных структур	98
Чебаков М. И., Данильченко С. А. Количественная оценка предела текучести тонких композиционных покрытий на основе теоретико-экспериментального исследования	99
Шейдаков Д. Н., Михайлова И. Б. Устойчивость нелинейно-упругой микрополярной трубы с преднапряженными покрытиями	100
Шилько С. В., Сазанков А. П., Столяров А. И. Идеи биотрибологии в компьютерном дизайне демпфирующих устройств	101
Шилько С. В., Черноус Д. А. Математическое моделирование процесса теплопередачи и термонапряженного состояния в металлоалмазных композитах	102
Шмурак М. И., Хайрулин А. Р., Камалтдинов М. Р., Кучумов А. Г., Породииков А. А. Моделирование локальной гемодинамики в аорте для анализа установки модифицированного шунта Блэлок—Тауссиг	103
Юров В. О. Исследование условий реконструкции предварительных напряжений в неоднородном цилиндре	104
Явруян О. В. Об особенностях исследования плоской задачи для полосы с отслоением в рамках градиентной теории упругости	105
Яковлева Т. В., Дьячков С. М., Ярославская Е. И., Крысько А. В. Объединенный подход на основе методов нелинейной динамики и сверточных нейронных сетей для диагностики фибрилляции предсердий по данным ЭКГ покоя	106
Яковлева Т. В., Ерофеев Н. П. Хаотическая динамика пористых замкнутых цилиндрических наноболочек	107