

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И
БИОМЕХАНИКА В СОВРЕМЕННОМ
УНИВЕРСИТЕТЕ**

**ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ VII ВСЕРОССИЙСКОЙ
ШКОЛЫ-СЕМИНАРА**

28 мая — 1 июня 2012 года

Ростов-на-Дону
Издательство Южного федерального университета
2012

ББК В2.Я 431

Редакторы: А. О. Ватульян, М. И. Карякин

Математическое моделирование и биомеханика в современном университете. Тезисы докладов VII Всероссийской школы-семинара, пос. Дивноморское, 28 мая — 1 июня 2012 г., Ростов-на-Дону, Издательство Южного федерального университета, 2012 г., 120 с.

Сборник содержит тезисы докладов, представленные на VII Всероссийскую школу-семинар «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете».

Основной целью школы-семинара является обсуждение современных направлений и тенденций научных исследований в области математического моделирования деформирования новых материалов и его применений к актуальным задачам механики и биомеханики. Обсуждаются результаты моделирования тел из физически и геометрически нелинейных материалов, проблемы вычислительной механики (методы конечных и граничных элементов), идентификации параметров для материалов со сложными физико-механическими свойствами (пористость, нелинейность, неоднородность, микроструктура, пьезоэффект), задачи моделирования, функционирования и роста различных биологических тканей и систем (костная и мышечная ткани, ткань кровеносных сосудов), задачи гидродинамики кровообращения, моделирование и оптимизация имплантантов.

Важными аспектами работы школы являются изучение вопросов интеграции этих направлений с процессом современного классического естественнонаучного и инженерного образования, анализ влияния междисциплинарных исследований на формирование современного ученого, обсуждение современных методов и технологий преподавания технических и естественнонаучных дисциплин, формирование новых учебных курсов и специализаций в рамках обсуждаемых на школе-семинаре научных направлений, приобщение молодых исследователей к изучению новых объектов.

VII Всероссийская конференция «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете» (пос. Дивноморское, 28 мая — 1 июня 2012 г.) поддержана Российским фондом фундаментальных исследований

Организаторы:

Южный федеральный университет

Донской государственной технической университет

Южный научный центр РАН

Программный комитет школы-семинара:

Белоконь А. В., президент Южного федерального университета, зав. кафедрой математического моделирования Южного федерального университета, Ростов-на-Дону — председатель Программного комитета

Бауэр С. М., профессор С.-Петербургского университета, Санкт-Петербург

Ватульян А. О., зав. кафедрой теории упругости Южного федерального университета, Ростов-на-Дону — заместитель председателя Программного комитета

Гузев М. А., член-корреспондент РАН, директор института прикладной математики Дальневосточного отделения РАН, Владивосток

Еремеев В. А., зав. лабораторией механики активных материалов Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону

Индейцев Д. А., член-корреспондент РАН, директор ИПМаш РАН, Санкт-Петербург

Коссович Л. Ю., ректор Саратовского госуниверситета, Саратов

Любимов Г. А., зав. отделом Института механики МГУ, председатель совета РАН по биомеханике

Месхи Б. Ч., ректор Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону

Морозов Н. Ф., академик РАН, зав. кафедрой теории упругости СПбГУ, Санкт-Петербург

Наседкин А. В., профессор Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

Няшин Ю. И., зав. кафедрой теоретической механики ПГТУ, главный редактор Российского журнала биомеханики, Пермь

Соловьев А. Н., зав. кафедрой сопротивления материалов Донского государственного технического университета, Ростов-на-Дону

Тарасевич Ю. Ю., зав. кафедрой прикладной математики и информатики АГУ, Астрахань

Устинов Ю. А., профессор кафедры теории упругости Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

Цатурян А. К., ведущий научный сотрудник Института механики МГУ (Москва), член Международного совета по биомеханике

Шевцов С. Н., зав. лаб. машиностроения и высоких технологий Южного научного центра РАН, Ростов-на-Дону

Штейн А. А., ведущий научный сотрудник Института механики МГУ, Москва

Организационный комитет школы-семинара:

Карякин М. И., декан факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета — председатель Оргкомитета

Ерусалимский Я. М., профессор факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Курбатова Н. В., доцент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Надолин К. А., заместитель декана факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Попов А. В., инженер факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Сафроненко В. Г., зам. директора НИИ механики и прикладной математики им. Воронича И. И. Южного федерального университета

Сухов Д. Ю., ассистент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Цывенкова О. А., заместитель декана факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Шубчинская Н. Ю., ассистент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета

Обратные коэффициентные задачи для поперечно-неоднородного слоя

Абрамович М. В.* , Углич П. С.**

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Владикавказ, Южный математический институт*

puglich@inbox.ru

Рассмотрены прямая и обратная задача о колебаниях поперечно-неоднородного слоя. Упругие характеристики слоя, а также его плотность считаются функциями поперечной координаты. Рассмотрены случаи плоских и антиплоских колебаний.

Для решения прямой задачи используется интегральное преобразование Фурье. Исходная задача при этом сводится к краевой задаче для канонической системы линейных дифференциальных уравнений относительно трансформант перемещений и напряжений. Для решения краевых задач используется метод пристрелки, и решение прямой задачи получается в виде интегралов Фурье, подынтегральные функции в которых известны лишь приближенно. Рассматривая эти же краевые задачи при однородных краевых условиях, можно найти скорости бегущих волн в неоднородном слое и построить для него дисперсионные множества.

Для обращения преобразования Фурье используются два метода: один из них основан на численном отыскании интегралов Фурье с учетом условий излучения, второй использует теорию вычетов, причем для отыскания полюсов подынтегральной функции используется метод Ньютона для функции комплексной переменной.

Далее рассматривается обратная коэффициентная задача об отыскании закона изменения функций - механических характеристик слоя по известному полю перемещений на части верхней границы. Для решения обратной задачи построен итерационный процесс, основанный на решении интегрального уравнения Фредгольма первого рода с гладким ядром. Для решения интегрального уравнения Фредгольма с гладким ядром используется метод регуляризации Тихонова.

Приведены результаты решения прямой и обратной задач в случае плоских и антиплоских колебаний. Построены дисперсионные множества и волновые поля для различных случаев распределения механических параметров и при различных частотах колебаний. Произведена оценка погрешности и сравнение с известными аналитическими результатами в случае однородного слоя. Приведены результаты восстановления закона изменения плотности слоя, а также результаты восстановления модуля сдвига в случае антиплоских колебаний.

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596), РФФИ (грант №10-01-00194-а).

Контактная задача о кручении упругого цилиндрически анизотропного полупространства с неоднородным покрытием

Айзикович С. М., Васильев А. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
andre.vasiliev@gmail.com

Настоящая работа посвящена контактной задаче о кручении круговым штампом с плоской подошвой полупространства с неоднородным покрытием с учетом цилиндрической анизотропии. Считается, что ось анизотропии проходит через центр штампа и совпадает с осью z выбранной полярной системы координат.

Сформулирована математическая постановка задачи. Используя технику интегральных преобразований Ханкеля, решение задачи сведено к решению интегрального уравнения. Предложена схема численного построения трансформанты ядра интегрального уравнения. Для некоторых частных случаев изменения модуля сдвига в покрытии приведены явные выражения для трансформант ядер.

Построены аппроксимации трансформанты ядра аналитическими выражениями специального вида. Для этих аппроксимаций построены замкнутые аналитические решения задачи. Доказано, что построенные решения являются двухсторонне-асимптотически точными относительно безразмерного геометрического параметра задач. Предложен новый алгоритм, позволяющий с малой погрешностью строить аппроксимации трансформант ядер интегральных уравнений. Произведен анализ предложенного и известных ранее алгоритмов.

Показано, что класс трансформант ядер интегральных уравнений для случая цилиндрически анизотропного полупространства не имеет принципиальных отличий от случая изотропного полупространства.

Доказано, что в случае, когда модули сдвига цилиндрически анизотропного полупространства подчиняются определенному соотношению, контактные напряжения под штампом совпадают с контактными напряжениями для однородного изотропного полупространства.

Построено распределение контактных напряжений на поверхности и в глубине полупространства, а также поля смещений и деформаций для ряда характерных законов изменения модулей сдвига.

Проанализирован случай однородного покрытия и случай непрерывно-неоднородного, экспоненциального изменения модуля сдвига в покрытии. Показано, что в случае непрерывно-неоднородного изменения упругих свойств в покрытии происходит существенное перераспределение контактных напряжений как на поверхности, так и в глубине материала. Использование покрытий, в которых упругие свойства изменяются непрерывно, позволяет снизить концентрацию напряжений в зоне покрытие-подложка и тем самым избежать эффекта расслаивания на границе стыка покрытия и подложки.

Работа выполнена при поддержке
РФФИ (11-08-91168-ГФЕН_a, 12-07-00639_a),
ГК № 11.519.11.3015, 11.519.11.3028, P1107.

Осесимметричная контактная задача о внедрении штампа заданной формы в мягкий функционально градиентный слой

Айзикович С. М., Волков С. С., Шанько З. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
fenix_rsu@mail.ru

Изучение механических свойств биологических тканей — одно из важнейших направлений современной биомеханики, необходимое для составления полной картины строения организмов живой природы. В основном упругие свойства биологических тканей определяются широко распространенными методами динамической атомно-силовой микроскопии, основывающимися на том, что штампы различных форм внедряются в ткань и на основании входных и выходных данных (сила вдавливания, глубина внедрения штампа и др.) строится заключение о свойствах ткани. Таким образом, возникает задача построения математической модели процесса контактного взаимодействия штампа с основанием, которое представляет собой мягкий упругий слой, лежащий на жесткой деформируемой подложке. Причем для описания механических свойств реальных биологических объектов (или мягких полимеров) с высокой точностью построенная математическая модель должна учитывать возможную неоднородность этих объектов. В настоящей работе предлагается эффективный подход построения численно-аналитического решения описанной выше задачи. Получены формулы простого вида для определения контактных напряжений под штампом, а также связи между вдавливающей силой и осадкой штампа.

Рассматривается осесимметричная контактная задача о взаимодействии штампа с плоской подошвой сферической или конической формы с упругим слоем, лежащем на упругом основании, причем упругие свойства слоя на границе слой-основание могут отличаться более чем в 100 раз от свойств основания. Упругие свойства слоя могут меняться непрерывно с глубиной. Для построения решения задачи был применен двусторонне-асимптотический метод, основанный на построении аппроксимации, трансформанты ядра интегрального уравнения, специального вида. После чего решение интегрального уравнения задачи строится аналитическими методами. В случае внедрения штампа в однородный слой, лежащий на существенно жестком основании (на границе слой-подложка скачок модуля Юнга в 100 раз), были произведены сравнения точности полученных результатов с ранее известными результатами для случая внедрения штампа в слой, лежащий на жестком основании, и показана их высокая точность на всем диапазоне значений характерного геометрического параметра задачи (отношение толщины слоя к радиусу штампа). Рассмотрены различные законы изменения модуля Юнга слоя с глубиной, для которых нет аналитического представления трансформанты ядра интегрального уравнения задачи.

Работа выполнена при поддержке
РФФИ (11-08-91168-ГФЕН_a),
ГК № 11.519.11.3015, 11.519.11.3028, P1107.

Применение вейвлет-анализа к исследованию кардиосигнала

Акименко М. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

akimenko-85@mail.ru

В последние десятилетия для решения задач обработки и кодирования сигналов активно применяется вейвлет-преобразование. Вейвлеты — это обобщенное название семейств математических функций определенной формы, локальных во времени и по частоте, в которых все функции получаются из одной базовой посредством ее сдвигов и растяжений по оси времени. Основная область применения вейвлет-преобразований — анализ и обработка нестационарных сигналов и функций, когда результаты анализа должны содержать не только частотную характеристику сигнала, но и сведения о локальных координатах, на которых проявляют себя те или иные группы частотных составляющих или на которых происходят быстрые изменения частотных составляющих сигнала. Первое упоминание о подобных функциях появилось в работах Фурье и Хаара еще в начале прошлого века. Весомый вклад в теорию вейвлетов внесли Гуппилауд, Гроссман и Морле, сформулировавшие основы непрерывного вейвлет-преобразования, Ингрид Добеши, разработавшая ортогональные вейвлеты, Натали Делпрат, создавшая время-частотную интерпретацию непрерывного вейвлет-преобразования, и многие другие.

В настоящее время вейвлет-преобразования активно используются во многих областях, включая молекулярную динамику, квантовую механику, астрофизику, геофизику, оптику, компьютерную графику и обработку изображений, анализ ДНК, исследования белков, исследования климата, общую обработку сигналов и распознавание речи.

В данной работе вейвлет-анализ применялся к исследованию кардиосигналов здорового человека и больного с аритмией. Для исследования использовались вейвлеты Добеши четвертого порядка, позволившие получить детализирующие коэффициенты сигнала до третьего уровня разложения. На основе детализирующих коэффициентов были восстановлены соответствующие компоненты сигнала по различным частотам. Был проведен статистический анализ детализирующих коэффициентов и соответствующих им компонент сигнала, показавший различие в 1,5 раза между кардиосигналами здорового человека и больного с аритмией. Также были построены и проанализированы энергетические спектры исследуемых кардиосигналов. Для первого и второго уровней разложения сигнала энергетические спектры различаются в 2 раза.

Проведенные расчеты показали эффективность использования вейвлет-анализа для исследования кардиосигнала.

Адаптационные изменения механических свойств губчатой костной ткани после остеосинтеза перелома шейки бедра как механический фактор посттравматического артроза тазобедренного сустава.

Акулич Ю. В., Мерзляков М. В.

*Пермь, Пермский нац. исследовательский политехнический университет
(ПНИПУ)*

mihail_merzlyakov@live.ru

Артроз синовиальных суставов является одним из самых опасных заболеваний опорно-двигательного аппарата человека. Развитие этого заболевания приводит к медленному разрушению сустава и потери его функциональных свойств. Консервативное (лекарственное) лечение артрозов сводится лишь к замедлению процесса разрушения и устранению болевых ощущений, но не устраняется причина болезни. Поэтому важна профилактика заболевания и, следовательно, необходимо знать факторы, влияющие на его возникновение.

В работе исследуется возможный механический фактор возникновения посттравматического артроза тазобедренного сустава.

При переломе шейки бедра и последующей операции остеосинтеза резьбовыми фиксаторами с целью восстановления сустава пациент в течение периода сращения отломков (5,5–6 месяцев) передвигается на костылях, не опираясь на больную конечность. Отсутствие функциональных нагрузок на сустав приводит к адаптационным изменениям костной ткани. Затем следует полугодовой период амбулаторной реабилитации, в течение которого пациенту при движении на костылях предписывается режим возрастающих нагрузок на сустав. В ряде случаев у пациента через 1–2 года после реабилитации развивается артроз восстановленного сустава.

В работе предполагается, что наряду с известными причинами посттравматического артроза (травма суставной сумки, чрезмерные нагрузки на сустав, стрессы и др.) решающее влияние может оказать механический фактор — патологическая неоднородность упругости субхондральной зоны головки бедра, возникающая в результате адаптационных изменений структуры и упругих свойств костной ткани головки бедра в течение периода сращения перелома. Последующий контакт головки, имеющей патологические упругие свойства, с суставным хрящом приводит к патологическим деформациям хряща и нарушению его питания и смазки.

Для проверки гипотезы необходимо количественно оценить неоднородность упругости костной ткани, сформировавшуюся к началу реабилитационных нагрузок, и ее влияние на деформацию суставного хряща. С этой целью решается задача адаптационной линейной пороупругости в системе кость–фиксаторы проксимального отдела бедра. При этом используется алгоритм, расширяющий возможности пакета вычислительных программ ANSYS для пространственного конечно-элементного моделирования адаптации губчатой костной ткани.

Полученное решение позволяет оценить критический уровень локальной деформации суставного хряща под действием реабилитационных и функциональных нагрузок.

Определение напряженно-деформированного состояния у микрополярных ортотропных упругих тонких балок

Алваджян Ш. И., Саркисян С. О.

Гюмри, Гюмрийский гос. педагогический институт им. М. Налбандяна
slusin@yahoo.com

Прогресс в микро- и нанотехнологии ставит перед механикой деформируемых тел новые проблемы, которые способствуют развитию исследований по структурной механике деформируемых тел, где микрополярная (несимметричная, моментная) теория упругости трактуется как феноменологическая модель.

В настоящее время в качестве математической модели нано-, микро-, мезоразмерных тонкостенных объектов рассматриваются тонкие балки, пластинки и оболочки на основе микрополярной теории упругости, в которой во внутреннем межатомном взаимодействии фактически учитываются и силовые и моментные вклады.

Основная проблема общей теории микрополярных изотропных и анизотропных упругих тонких балок, пластин и оболочек заключается в приближенном, но адекватном сведении двумерной или трехмерной краевой задачи микрополярной теории упругости к некоторой одномерной или двумерной задаче. Для достижения этой цели уместно использование асимптотического метода интегрирования краевой задачи микрополярной теории упругости в соответствующих областях.

В данной работе на основе качественных результатов асимптотического метода интегрирования краевой задачи плоской микрополярной теории упругости в тонком прямоугольнике сформулированы адекватные достаточно общие гипотезы и построена модель микрополярной анизотропной упругой тонкой балки с независимыми полями перемещений и вращений.

Для построенной прикладной одномерной теории микрополярных анизотропных упругих тонких балок с независимыми полями перемещений и вращений доказываются энергетические теоремы, построен общий вариационный принцип.

На основе модели микрополярных ортотропных упругих тонких балок с независимыми полями перемещений и вращений, в которой полностью учитываются поперечные сдвиговые и родственные им деформации, получены точные решения двух разных прикладных задач: 1) изгиб шарнирно-опертой балки с равномерно распределенной нагрузкой и 2) изгиб балки, защемленной одним концом и нагруженной на другом конце сосредоточенной силой. На основе метода Ритца рассмотрены также некоторые другие случаи загрузки микрополярной балки, имеющие другие граничные условия. Решения всех рассмотренных задач доведены до получения окончательных численных результатов. На основе численного анализа показываются эффективные свойства (с точки зрения прочностных и жесткостных характеристик) микрополярного материала по сравнению с классическими материалами.

О магистерской программе «IT in Industry», разрабатываемой в ВГУ по проекту ICARUS программы Tempus-IV

Алгазинов Э. К., Сычев А. В.

Воронеж, Воронежский государственный университет
sav@cs.vsu.ru

Факультет компьютерных наук (ФКН) Воронежского государственного университета (ВГУ) с конца 2011 года является одним из партнеров консорциума, сформированного в рамках проекта TEMPUS. В данный консорциум входят 4 российских и 4 европейских вуза: Южный федеральный университет, Воронежский госуниверситет, Южно-Российский государственный технический университет, Кубанский госуниверситет, Университет Линчепинга, Университет Твенте, Лапшеенрантский Технологический университет, Университет прикладных наук Лейпцига.

По плану этого проекта российским вузам-партнерам предстоит разработать совместимые магистерские программы по информационным технологиям с инженерными приложениями, которые в перспективе смогут стать основой для выдачи выпускникам магистратуры вузов-партнеров консорциума двойных дипломов, в том числе и с участием европейских партнеров. ФКН ВГУ предполагает реализацию магистерской программы «IT in Industry» в рамках направления подготовки магистров 230400.68 «Информационные системы и технологии». Одной из проблем в проекте является согласование курсов общего блока в программах партнеров. В процессе обсуждения с российскими партнерами по проекту было решено консолидировать содержательное наполнение части курсов, которые указаны в ФГОС как обязательные, а часть общих курсов реализовывать за счет вариативных блоков. Согласно ФГОС по направлению 230400.68, к таким обязательным курсам относятся следующие:

- логика и методология науки;
- специальные главы математики;
- методы исследования и моделирования информационных процессов и технологий;
- системная инженерия.

За счет вариативной части предполагается добавить следующие курсы:

- Information Security (Special chapters);
- Parallel and Distributed Programming (Special chapters);
- English.

Следующим этапом по проекту после согласования общего перечня дисциплин является формирование единого перечня компетенций и наполнения этих дисциплин. Совместно с партнерами было принято решение о том, что содержательное наполнение курсов будет состоять из двух частей. Первая часть должна быть общей для всех партнерских магистерских программ и определять самые основные компетенции по данным дисциплинам. Во второй части должны быть отражены специфические требования конкретной магистерской программы и вуза, в котором она реализуется.

Расчет в рамках решеточной модели с помощью алгоритма Франка-Лобба электропроводности пленочных нанокompозитов при наличии упорядочивающих факторов

Аманбаева А. К., Качалова В. С., Куликова А. А.
Астрахань, Астраханский государственный университет
kulikovaAlex@yahoo.com

Теория перколяции нашла широкое применение для описания электрофизических и упругих свойств неоднородных систем и композитов. В последнее время интенсивно изучается влияние степени упорядочения наночастиц на физические свойства различных систем. Одной из задач, для решения которой применяется теория перколяции, является исследование электронной проводимости неупорядоченной системы. Для описания их электрических свойств были рассмотрены композиции, представляющие собой квадратные решетки и линейные объекты, занимающие k последовательных узлов, с различной степенью анизотропии: $s = -1$, $s = 0$, $s = 0.5$, $s = 1$, где $s = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}$, N_+ и N_- — количество объектов, расположенных в горизонтальном и вертикальном направлении соответственно. Для нахождения электропроводности использовался алгоритм Франка-Лобба. Этот алгоритм заключается в применении стандартных преобразований электропроводимостей связей решетки, в результате которых вся сетка может быть заменена всего одним резистором, проводимость которого полностью эквивалентна проводимости всей сетки. Таким образом, формально в этом методе проводимость рассчитывается без каких-либо приближений, и точность метода определяется только ошибками округлений в вычислениях преобразований. В алгоритме Франка-Лобба используется набор элементарных преобразований, основанных на трансформациях последовательных и параллельных соединений, а так же преобразованиях звезда-треугольник. В результате работы выявлено, что в точке перколяционного перехода электропроводность таких композитов скачкообразно меняется на несколько порядков от σ_- до σ_+ в очень узком интервале значений концентрации, и величина s возростала при переходе от равновероятной ($s = 0$) к строго направленной ориентации димеров ($s = +1; -1$).

Разработанная нами модель позволяет описывать концентрационно-ориентационные фазовые переходы протяженных объектов на плоскости, в частности, она применима для описания фазового перехода в электропроводящее состояние при осаждении на подложку объектов анизотропной формы при наличии упорядочивающих факторов. Предложенная модель может быть модифицирована для изучения перколяции и джамминга при наличии определенных связей между объектами.

Работа выполнена в рамках проекта 1.588.2011 «Математическое моделирование процессов самоорганизации в системах микро- и наночастиц», выполняемого по заданию Министерства образования и науки РФ.

Идентификация неоднородных свойств пьезоэлектрических материалов

Баранов И. В.*, **Оганесян П. А.***, **Скалиух А. С.****

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

solovievarc@gmail.com

Ряд пьезоэлектрических преобразователей сложной геометрии или сложной топологии электродного покрытия имеют неоднородную поляризацию. Такого типа неоднородности могут возникать как в процессе изготовления (например, неоднородной поляризации), так и в результате эксплуатации при воздействии сильных механических, электрических и температурных полей. В первом случае высокотехнологичное проектирование подобного рода устройств предполагает определение неоднородных свойств и выбор их оптимальной структуры, во втором случае — и мониторинг эффективности устройств в связи с появлением этих свойств. С этой целью в конечно-элементном комплексе ACELAN разработаны специальные модули для решения прямых задач расчета пьезоэлектрических устройств, элементы которых имеют неоднородные, как механические, так и электрические свойства. В разработанном модуле неоднородные свойства могут быть заданы двумя способами: в виде аналитической зависимости в различных классах функций — полиномиальных, экспоненциальных и др., или на основе дискретной информации об их значениях в некотором наборе точек, например, в узлах определенной конечно элементной сетки (например, при решении задачи поляризации пьезокерамики с помощью ранее разработанного модуля ACELAN), что предполагает их интерполяцию на используемое разбиение. Рассмотрены различные способы этой интерполяции, как в двумерном, так и в трехмерном случаях.

Для идентификации неоднородных свойств применяется ранее разработанный генетический алгоритм и оригинальный метод уточнения решения задачи оптимизации, для программной реализации которого в работе осуществлен интерфейс с разработанными модулями в ACELAN. В работе приводятся примеры решения прямых и обратных задач для функционально неоднородных упругих и электроупругих тел, нагруженных на акустические среды. Эти примеры показывают достаточную эффективность разработанного в работе метода и его программной реализации.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Определение упругих свойств анизотропных композитов на основе сочетания аналитических, конечно-элементных решений и генетического алгоритма

Баранов И. В., Шевцов М. Ю.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

В данной работе предложен метод определения полного набора упругих постоянных анизотропного композита в том случае, когда изготовление образцов для проведения стандартных испытаний невозможно (например, при испытании полимеркомпозитных лонжеронов несущего винта вертолета, изготавливаемых способом намотки стекловолокна в эпоксидной связующей, с дальнейшим термическим отверждением). Предлагаемая методика основана на приготовлении специальных образцов, представляющих собой пластины, которые получены распилом элемента конструкции в плоскостях, перпендикулярных осям ортотропии.

Первый шаг методики — это проведение трех известных в литературе испытаний по изгибу пластин, в результате которых определяются модули сдвига в их плоскости.

Второй шаг — это проведение экспериментов по определению первых трех частот колебаний шарнирно опертых пластин, причем для такого способа закрепления следующие частоты не являются информативными.

Третий шаг заключается в использовании аналитических решений для этих задач и собственно определения искомых упругих постоянных на основе решения некоторой системы уравнений, возможно, переопределенной.

В том случае, когда эксперимент для шарнирно опертых пластин провести невозможно, предлагается проведение эксперимента для консольно защемленных пластин. В этом случае третий шаг опирается на конечно-элементное решение соответствующих краевых задач и использование генетического алгоритма для определения упругих постоянных. Наконец, когда и часть последних экспериментов в силу технических причин невозможна, предполагается определение собственных частот трехмерного образца и использование конечно-элементного решения для него. Одновременно с упругими постоянными могут быть и определены параметры, описывающие диссипацию энергии в исследуемом теле.

В работе осуществлена программная реализация предложенного подхода на основе оригинального генетического алгоритма и свободно распространяемых алгоритмов и программ. Разработан интерфейс созданного программного обеспечения с конечно-элементным пакетом ANSYS. Проведенные в работе численные эксперименты по определению полного набора упругих констант показали высокую эффективность предложенной методики.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Влияние наночастиц на перенос тепла в слоях Марангони

Батищев В. А., Заикин В. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

batish@math.rsu.ru

Идея переноса тепла в жидкости наночастицами металлов предложена Stephen U. S. Choi и J. A. Eastman в 1995 г., так как теплопроводность некоторых металлов в сотни раз превосходит теплопроводность воды. Эту модель рассматривал Максвелл в конце девятнадцатого века, предлагая поместить в жидкость частицы металлов микронных и миллиметровых размеров. За последнее десятилетие решен ряд задач о переносе тепла наночастицами. В качестве математических моделей использовались однофазные и двухфазные системы.

В докладе рассмотрена задача о переносе тепла в пограничном слое Марангони вблизи свободной границы. Используются известные допущения модели. Жидкость считается несжимаемой, ньютоновой, течение ламинарное. Базовая жидкость (вода, этиленгликоль и др.) считается находящейся в термодинамическом равновесии с наночастицами металлов. Теплофизические параметры смеси (плотность жидкости, динамический коэффициент вязкости, коэффициент теплового расширения и др.) считаются постоянными. Наночастицы — это металлические сферические частицы одного размера. Проскальзывание между наночастицами и жидкостью отсутствует. Используется однофазная модель. Отметим, что различие в значениях теплового потока оказалось незначительным при сравнении экспериментальных данных с результатами численных расчетов по однофазной модели в ряде примеров. Уравнения движения — это уравнения Навье-Стокса, в которых теплофизические параметры заменены на их эффективные значения. Эффективная вязкость наножидкости вычисляется по формуле Бринкмана (1952). Формулы для других теплофизических параметров предложены разными авторами в последнем десятилетии.

Течение жидкости в слое Марангони предполагается осесимметричным и стационарным. Свободная граница считается недеформируемой, на которой задан продольный градиент температуры по степенному закону. Коэффициент поверхностного натяжения линейно убывает с ростом температуры. В цилиндрических координатах получено автомодельное решение краевой задачи. Температура жидкости убывает при удалении от свободной границы внутрь пограничного слоя (охлаждение жидкости). Краевая задача решена методом пристрелки с применением метода Рунге-Кутты. В качестве базовых жидкостей использовались вода, фреон и этиленгликоль. Рассматривались наночастицы из меди, титана и серебра, процентное содержание которых в жидкости составило значения от нуля до двух процентов. Рассчитывались профили скоростей, температуры и теплового потока. Показано, что с ростом процентного содержания наночастиц величина теплового потока при охлаждении уменьшается на величину порядка до пятидесяти процентов.

Моделирование спиральных волн в аорте с равномерным потоком на входе

Батищев В. А., Ломакин Н. Д., Петровская Д. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

batish@math.rsu.ru

В конце прошлого века появились сообщения об обнаружении закрученных потоков крови в артериях человека и животных. Среди причин возникновения спиральных течений крови можно назвать закрученную структуру стенок в левом желудочке сердца, наличие вихревого движения жидкости на входе в аорту и др. Возможна неустойчивость потока крови в левом желудочке сердца во время систолы и последующая бифуркация вращения.

В докладе приведены асимптотические разложения решений системы Навье-Стокса, описывающие длинные и короткие спиральные волны, а также квазистационарные режимы течений жидкости в цилиндре, ограниченном тонкой упругой оболочкой. Эти решения моделируют спиральные нестационарные течения крови в аорте. На входе в цилиндр задан равномерный поток с постоянной по сечению осевой компонентой скорости, что соответствует данным экспериментов. Главные члены асимптотики описывают стационарный поток и длинные продольные волны в сосуде.

Стационарное течение, которое моделируется равномерным потоком, индуцирует стационарный пограничный слой на стенках аорты. Главное приближение этого тонкого вязкого слоя описывается известным пограничным слоем Блазиуса, который оказался устойчивым по всей длине аорты.

Асимптотические разложения спиральных волн построены как малые возмущения к длинным продольным волнам. Задача содержит несколько малых параметров, которые связаны с малой вязкостью, с большим значением модуля Юнга и с малой толщиной стенки аорты. В работе используется метод пограничного слоя, так как пограничные слои в аорте наблюдаются экспериментально. Отметим, что спиральные волны изменяют направление вращения либо со временем в течение сердечного цикла, либо по сечению, тогда как первая мода квазистационарного режима не изменяет направления вращения и, по-видимому, является доминирующей. В отличие от случая, когда стационарный поток моделируется течением Пуазейля, в данном случае амплитуды спиральных волн выражаются через функции Бесселя. Декременты затухания и волновые числа спиральных волн строятся асимптотически, причем главные члены асимптотик находятся явно и выражаются через нули функций Бесселя, скорость потока и другие параметры задачи. Показано, что механизмом переноса коротких спиральных волн является стационарный поток. Декременты затухания спиральных волн убывают с ростом скорости этого потока. Короткие спиральные волны слабо зависят от упругих свойств оболочки и заполняют все поперечное сечение цилиндра. Построена асимптотика длинных спиральных волн. Показано, что эти волны локализованы в пограничном слое вблизи поверхности цилиндра, а свойства этих волн полностью определяются упругими свойствами оболочки и вязкостью жидкости.

Модели многослойных оболочек в биомеханике глаза

Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Карамшина Л. А., Корников В. В.

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

s_bauer@mail.ru

При построении математических моделей в офтальмологии в некоторых случаях важно учесть сложную структуру глаза, многие элементы которой являются многослойными оболочками.

Для оценки изменения уровня внутриглазного давления (ВГД) при введении инъекций (дополнительного объема) необходимо построить зависимость, характеризующую связь ВГД и объема оболочки. В данной работе получено аналитическое решение задачи о деформации двухслойных трансверсально-изотропных сферических слоев. Решение проведено по трехмерной теории упругости. Проведено сравнение с результатами, которые получаются по теории анизотропных оболочек Паляя-Спиро и итерационной теории анизотропных оболочек Родионовой-Титаева-Черныха. Сравнение решения, полученного в рамках трехмерной теории упругости, с решениями на основе теорий анизотропных оболочек позволяют оценить, насколько точно теории анизотропных оболочек могут описывать решение задачи, и применимы ли они, например, для оболочек эллипсоидальной формы.

Построена также модель аппланационных методов измерения внутриглазного давления с учетом многослойности роговицы. Аппланационные тонометры оказывают на роговицу воздействие, создающее «уплощение» центральной части роговицы. При этом ВГД оценивается или по размерам зоны деформации (при заданном воздействии), или по силе воздействия при заданном размере зоны «уплощения».

Проведен анализ учета влияния многослойности роговицы на показания измерений ВГД, проводимых тонометрами Гольдмана и Маклакова до и после операций по коррекции зрения. Учитывается, что в некоторых случаях после операции (ЛАЗИК) возникает дополнительный слой роговицы.

Сравнение результатов, полученных при моделировании тонометра Маклакова для многослойной роговицы, с результатами, полученными тем же методом для однородной роговицы, но с осредненными значениями упругих параметров составляющих ее слоев, показало, что зона контакта в первом случае больше, а следовательно, величина тонометрического (измеренного) внутриглазного давления меньше. Метод Гольдмана дает аналогичные результаты. В этом случае зоны контакта имеют фиксированное значение 3.06 мм, но величина силы, идущей на деформацию многослойной роговицы с неоднородными упругими свойствами, меньше, чем величина силы, идущей на деформацию однородной роговицы с «осредненными» упругими свойствами, и, следовательно, величина тонометрического внутриглазного давления получается меньше.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 10-01-00244а.

Исследование температурных характеристик тела человека с целью диагностики опухолевых заболеваний

Баяндин Ю. В., Герасимова Е. И., Наймарк О. Б.

Пермь, Институт механики сплошных сред УрО РАН

egerasimova@icmm.ru

Температура тела человека является одной из важных физиологических констант, и метод ее измерения используется в физиологических исследованиях терморегуляции и занимает большое место в клинике для оценки состояния организма. Современным методом измерения и записи поверхностной температуры тела человека является инфракрасная термография (ИКТ), способная регистрировать местные изменения температуры с точностью до 0,01 градуса Цельсия, что позволяет выявлять физиологические изменения, сопровождающие рост опухоли (процесс ангиогенеза). На современном этапе развития мировая медицина накопила определенный опыт использования ИКТ в онкологии, прежде всего при раке молочной железы, однако всесторонняя интерпретация инфракрасных образов тканей вплоть до настоящего времени составляет нерешенную проблему современной медицинской физики. Целью проводимого исследования является поиск способов объективизации результатов ИКТ с использованием средств математического анализа динамики нелинейных систем для обработки поверхностных температурных сигналов тела человека. В плане клинической адаптации методологии инфракрасного сканирования объектов проведено инфракрасное сканирование 46 пациентов с признаками онкопатологии молочных желез. Проведен спектральный анализ флуктуаций температуры 1 из 46 пациенток с признаками РМЖ. Сравнительный анализ спектральных зависимостей, соответствующих флуктуациям температуры пораженной и видимо неизменной молочной железы, показал различие в определяемых наклонах спектров, что было подтверждено также качественными различиями их фазовых портретов. На этапах проведения оперативного вмешательства по поводу опухоли молочной железы в лабораторных условиях был проведен анализ температурных характеристик различных участков иссеченной ткани железы и в аналогичном топографическом аспекте изучены корреляционные свойства температурных сигналов. Исследованы температурные сигналы в точках собственно опухоли, прилежащей к опухоли и неизменной (здоровой) ткани. Установлено, что в здоровой и прилежащих к опухоли тканях молочной железы температурные сигналы являются преимущественно антикоррелированными, а в опухоли наблюдается тенденция к коррелируемости температурного шума.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 10-01-96051-р_урал_а, УрО РАН № 11-1-ИП-484.

Применение метода граничных элементов в механике кровеносных сосудов

Бобылев Д. Е., Масько Л. В.

Кривой Рог, Криворожский национальный университет

`bob_d@i.ua`

Биомеханика кровообращения — наука, занимающаяся исследованием процессов, происходящих в сердечно-сосудистой системе человека, в его артериях, венах, сердце и т. п. с точки зрения механики. Моделирование течения крови в артериях сегодня является одной из важнейших задач биомеханики кровообращения. Решение этой задачи позволит описать напряженно-деформированное состояние стенок сосудов, характер движения крови и другие характеристики. Численное моделирование поведения сосудов человека помогает понять процессы, происходящие в системе кровообращения человека, выявить ее особенности, объяснить патогенез многих заболеваний.

Известно, что атеросклероз — очаговое хроническое заболевание сосудов, выражающееся в появлении отложений на стенках, сужении просвета (стенозе) и, как следствие, приводящее к недостаточному кровоснабжению органов и систем. Часто атеросклероз приводит к инфарктам и ишемическим инсультам. Сегодня существует много теорий атерогенеза. Одной из самых распространенных и признанных является теория, в соответствии с которой атеросклеротические отложения имеют механический генез. Это означает, что повреждение сосудистой стенки и появление на ней атеросклеротических отложений происходит вследствие влияния на стенку сосуда механических факторов. Эти факторы — низкие касательные напряжения на стенке, высокие эффективные напряжения в стенке и высокие циклические деформации, впервые были описаны J. Malek. На сегодняшний день эта теория активно используется и подтверждается клиническими данными.

Очевидно, что задачи биомеханики кровообращения обычно являются трехмерными и сложными. В таком случае очень удобным является метод численного моделирования, позволяющий просчитать процесс деформирования и нагружения стенки артерии под действием движения крови и выявить наличие описанных выше механических факторов. Для того, чтобы описать поведение артерии с упругими стенками, нужно решить связанную упруго-гидродинамическую задачу. Задачи данного вида сложны не только в постановке, но и в решении. Предложена компьютерная реализация метода граничных элементов для моделирования процессов деформирования и нагружения стенки артерии под действием движения крови. Метод граничных элементов (МГЭ) в определенных случаях оказывается более эффективным, чем метод конечных элементов (МКЭ). В МГЭ рассматривают систему уравнений, включающую только значения переменных на границах области. Схема дискретизации требует разбиения лишь поверхности, а не всей области, так что область становится одним сложным большим «элементом» (в смысле МКЭ).

Модели кожи и методы идентификации ее свойств

Богачев И. В., Ватульян А. О.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

bogachev89@yandex.ru

Одним из важнейших методов современной диагностики состояния здоровья пациента является анализ состояния его кожного покрова, который, в отличие от внутренних органов, доступен для непосредственного контакта. Изменение вязкоупругих свойств в ряде случаев может быть связано с патологией внутренних органов человека, например, на определенной стадии заболевания почек появляется отек кожи, а его степень и динамика развития свидетельствуют о тяжести патологии. В таких случаях необходимо иметь объективные значения параметров, характеризующих вязкоупругие свойства, которые врач в силу своих субъективных ощущений дать не может.

Наличие в структуре кожи нескольких слоев (эпидермиса, дермы и подкожного жира), обладающих своими собственными характеристиками, определяет гетерогенность ее механических свойств. Анизотропия некоторых механических характеристик обуславливает различное поглощение механической энергии в каждом из слоев, что проявляется в особенностях распространения механических волн на границе раздела этих слоев, обладающих разными вязкоупругими свойствами.

Отметим несколько методов исследования кожного покрова: исследование деформаций кожи при одноосном и двуосном растяжении, кручении; методы вдавливания и всасывания, для которых изготовлены приборы, широко использующиеся на практике, однако, работающие в определенных диапазонах характеристик, не всегда подходящих для кожи; различные акустические методы, основанные на изучении сдвиговых поверхностных волн. Из рассмотрения методов исследования механических свойств кожи можно сделать вывод о том, что для адекватной диагностики свойств кожи необходимо применять совокупность различных методов.

В качестве примера использования акустического метода рассмотрен ряд обратных задач об идентификации вязкоупругих свойств кожи в рамках линейных моделей неоднородной вязкоупругости; в частности, исследована задача идентификации свойств при воздействии на нее пьезоупругим стержнем-индентором. Сформулированы модифицированные граничные условия для системы слой-индентор, построены поправки для резонансных частот, изучены амплитудно-частотные зависимости, на основании которых и производится процедура идентификации.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596) и частичной поддержке Южного математического института, г. Владикавказ.

Коротковолновая дифракция акустических волн на системе трехмерных твердых отражателей канонической формы

Боев Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
bojev@math.rsu.ru

В рамках геометрической теории дифракции (ГТД) исследуется рассеяние высокочастотных волн с учетом многократных переотражений на твердых препятствиях, находящихся в акустической среде, ограниченной кусочно-гладкой твердой поверхностью.

Граничные поверхности акустической среды и поверхности отражателей отнесены к некоторой глобальной декартовой системе координат. В каждой точке граничных поверхностей введена локальная декартова система координат, определяемая нормалью и касательными к главным линиям кривизны. Предполагается, что известны координаты ее базисных векторов в глобальной системе координат. При этом становятся известными матрицы перехода от одной системы координат к другой, элементы которой определяются скалярными произведениями базисных векторов. Исследование задачи включает в себя два этапа. На первом этапе методами аналитической геометрии рассчитывается траектория высокочастотной акустической волны, которая представляет собой пространственную ломаную линию. На втором этапе на основе модификации физической теории дифракции Кирхгофа выписывается многомерный ($2N$ -кратный, N — число точек зеркального отражения) дифракционный интеграл. Асимптотической оценкой дифракционного интеграла методом многомерной ($2N$ -мерной) стационарной фазы получен главный член асимптотики давления в отраженной волне, который соответствует ГТД. Его аналитическое выражение включает в себя определитель матрицы Гессе, элементы которой выражаются через все геометрические параметры задачи.

Полученное явное выражение устанавливает зависимость давления в многократно переотраженной акустической волне от локальных и глобальных геометрических параметров задачи и волнового числа. Главный член асимптотики давления в отраженной волне определяется гауссовыми и средними кривизнами, кривизнами нормальных сечений поверхностей препятствий плоскостями падающих лучей в точках зеркального отражения, расстояниями между точками зеркального отражения, их удалением от источника волн и точки приема отраженной волны, направлениями падающих волн, а также углами между плоскостями последовательного падения лучей в точках зеркального отражения. Численная реализация разработанного метода осуществлена для акустической среды конечных размеров цилиндрической формы, а также среды в форме параллелепипеда с одной неплоской гранью. В обоих случаях внутри среды находятся одно или два твердых шаровых препятствия.

Исследуемая задача показывает, что для распространяющихся высокочастотных волн в ограниченных акустических средах возможно эффективное применение аналитических выражений геометрической теории дифракции, полученных для бесконечной акустической среды, содержащей препятствия.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ № 10-01-00557а.

Аналитическое и конечно-элементное моделирование тонких покрытий и их влияния на концентрацию напряжений

**Борисова Е. В., Васильев П. В., Краснощеков А. А., Соболев Б. В.,
Соловьев А. Н.**

*Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com*

Детали и элементы конструкций с гибкими покрытиями и накладками получили широкое распространение практически во всех отраслях современной промышленности. Для проведения диагностики таких объектов предлагается использовать системный подход. В первую очередь необходимо установить наличие и конфигурацию дефекта, а затем оценить его критическое состояние.

Идентификация дефектов проводится с использованием аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС). Затем, после установления конфигурации дефекта, критическое состояние оценивается на основе модели упругой среды.

В данной работе рассмотрено применение описанного подхода к исследованию серии задач о равновесии упругих сред, ослабленных поперечными трещинами:

- Слой, усиленный тонкой накладкой. Накладка моделируется как граничное условие при $y = 0$:

$$\begin{cases} 4G_1 h_1 u'' = (1 - \nu_1) \tau_{xy} + 2\nu_1 h_1 \sigma'_y; \\ \sigma_y = 0; \end{cases} \quad (1)$$

- Слой, усиленный толстой накладкой. Накладка моделируется как отдельная среда, принимаются во внимание уравнения совместности деформаций на границе слоев.
- Поперечное сечение трубы, внутренняя поверхность ($r = R$) которой усилена тонкой кольцевой накладкой. Накладка описывается следующей системой уравнений в полярных координатах:

$$\begin{cases} Eh/(1 - \nu^2) 1/R^2 (\partial^2 v / \partial \phi^2 - u) + q + \sigma_r = 0; \\ Eh/(1 - \nu^2) 1/R^2 (\partial v / \partial \phi - u) - \tau_{r\phi} = 0; \end{cases} \quad (2)$$

h — толщина накладки, все упругие константы относятся к материалу накладки.

В каждом случае было проведено исследование границ применимости модели накладки, построена математическая модель объекта и произведены вычислительные эксперименты по идентификации трещины.

Проведенное исследование показало, что предложенный подход может успешно применяться для диагностики трещиноподобных дефектов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (10-08-00839а, 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Оптимизация нормативов допустимых сбросов загрязняющих веществ в Цимлянское водохранилище

Бузало Н. С., Жменя Е. С., Никифоров А. Н.

Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)

buzalo.n.s@mail.ru

Цимлянское водохранилище — основной регулирующий водоем в бассейне р. Дон. На его базе функционирует многоотраслевой водохозяйственный комплекс, включающий водоснабжение населения, промышленность, сельхозводоснабжение, водный транспорт. Качество воды водохранилища, в основном, соответствует 3 классу — «загрязненная». Процесс эксплуатации Цимлянского водохранилища связан с необходимостью разрешения следующих проблем:

- сброс огромного количества сточных вод, содержащих биогенные элементы, способствующие размножению синезеленых водорослей и эвтрофикации;
- размещение в водоохранной зоне источников загрязнения, (рыбзаводов, транспортных путей и стоянок маломерного флота и т.д.);
- существенные убытки предприятий-водопотребителей хозяйственного комплекса из-за использования загрязненной воды.

В настоящее время в РФ для нормирования сбросов загрязняющих веществ (ЗВ) в водные объекты действует методика, основанная на следующем принципе: максимальная концентрация ЗВ в сумме с его фоновой концентрацией не должны превышать ПДК. Тогда эксплуатация объекта разрешается, а сброс рассматривается как предельно допустимый. Недостатками методики является, во-первых, то, что затраты на очистку питьевой, технической воды и сброс ЗВ меньше у тех предприятий, что расположены в верхней части бассейна. Во-вторых, при наличии мощных стационарных источников и как следствие высокой фоновой концентрации, возникают препятствия на пути создания новых предприятий, пусть и с малым сбросом. Методика благоволит предприятиям, производящим основную массу ЗВ, закрепляя за ними их привилегированное положение.

Авторами разработана математическая модель регулирования сбросов ЗВ в водный бассейн с учетом гармонизации экономических интересов предприятий. Экономические критерии следующие: выполняются ограничения по ущербу для водопотребителей от забора загрязненной воды, а также по затратам для улучшения технологий очистки «загрязнителями»; плата за сброс ЗВ предприятиями минимизируется.

Формулировка модели получена с применением метода сопряженных уравнений, предложенного Г. И. Марчуком, для краевой задачи для уравнения конвекции-диффузии.

На основе предложенной модели выполнены расчеты допустимых сбросов нитратов и фосфатов в «ростовскую» часть Цимлянского водохранилища, с учетом экономических показателей основных предприятий-загрязнителей и предприятий-водопотребителей.

Конечно-элементное моделирование процессов активной вентиляции помещений с источниками вредных примесей

Булыгин Ю. И., Корончик Д. А., Месхи Б. Ч.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Определение параметров состояния производственной среды в вентилируемых помещениях является актуальной технической задачей. Построение математических моделей распространения примесей в воздушной среде и их численных реализаций позволяет рационально использовать устройства вентиляции и очистки.

В работе исследуется процесс переноса вредных примесей в вентилируемых производственных помещениях на основе совместного решения уравнений движения воздуха в рамках модели «вектор завихренности – функция тока» и уравнения конвекции-диффузии для распределения примесей. Численное решение задачи осуществляется в конечно-элементном пакете FlexPDE.

Объект исследования представляет собой воздушную камеру с входными и выходными воротами и расположенным по центру источником выброса оксида углерода. Скорость газа, поступающего в камеру, является постоянной в течение всего процесса.

Вихревая модель массопереноса вредных веществ в безразмерной форме имеет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial(\bar{U}\tilde{\Omega})}{\partial\tilde{X}} + \frac{\partial(\bar{V}\tilde{\Omega})}{\partial\tilde{Y}} = \frac{1}{\sqrt{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2\tilde{\Omega}}{\partial\tilde{X}^2} + \frac{\partial^2\tilde{\Omega}}{\partial\tilde{Y}^2} \right), \\ \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial\tilde{X}^2} + \frac{\partial^2\bar{\Psi}}{\partial\tilde{Y}^2} = -\sqrt{Re} \cdot \tilde{\Omega}, \\ \frac{\partial(\bar{U}\tilde{C})}{\partial\tilde{X}} + \frac{\partial(\bar{V}\tilde{C})}{\partial\tilde{Y}} = \frac{1}{Sc \cdot \sqrt{Re}} \cdot \left(\frac{\partial^2\tilde{C}}{\partial\tilde{X}^2} + \frac{\partial^2\tilde{C}}{\partial\tilde{Y}^2} \right) + \sqrt{Re} \cdot \tilde{Q}, \\ \bar{U} = \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\tilde{X}}, \\ -\bar{V} = \frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\tilde{Y}}, \end{array} \right.$$

где $\bar{U} = \tilde{U} \cdot \sqrt{Re}$, $\bar{V} = \tilde{V} \cdot \sqrt{Re}$, $\bar{\Psi} = \tilde{\Psi} \cdot \sqrt{Re}$ – скорости и функция тока.

При проведении численных экспериментов менялась величина входной скорости. При достаточно малых скоростях были получены распределения примесей в исследуемом объеме. Однако для диапазона значений скорости от 0,1 м/с до 1 м/с, который соответствует санитарно-гигиеническим нормативам, сходимость решения не наблюдалась. Проведенные численные эксперименты показали, что решение исследуемых уравнений в диапазоне нормированных скоростей неустойчиво и необходим переход к более сложным моделям движения воздушной среды, в которых учитывается явление турбулентности.

Колебания проводов воздушных ЛЭП при плавке гололеда

Бурцева О. А.

Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)

kuzinaolga@yandex.ru

При параллельном следовании проводов воздушных линий (ВЛ) электропередачи необходимо учитываются такие факторы, как возможные несинхронные их раскачивания при ветре, диэлектрическая прочность воздушного промежутка между проводами, колебания проводов при пляске, отклонения и подскоки проводов при гололеде или его сбросе. Нормальная работа проводов в пролетах воздушных линий электропередачи предусматривает расстояния между проводами, которые исключают их сближение на недопустимые расстояния.

Перечисленные виды колебаний могут стать причиной повреждений проводов, линейной арматуры, систем подвески проводов, что представляет серьезную угрозу надежной работе линий и усложняет их эксплуатацию, требуя регулярного наблюдения за состоянием проводов и организации работ по их защите.

Работа посвящена моделированию процессов колебаний проводов ВЛ при ветровом воздействии. В отличие от общепринятой модели провода — цепной линии, работающей только на растяжение, принята модель провода, учитывающая его работу на изгиб и кручение. Таким образом, рассматривается геометрически нелинейная задача.

С целью оценки подскока провода в результате антигололедных мероприятий и исключения явлений схлестывания поставлены и решены следующие задачи: получены нелинейные дифференциальные уравнения колебаний, соответствующие движению провода ВЛ в ветровом потоке при плавке гололедной нагрузке; исследована устойчивость основного (нулевого) состояния и определены критические значения параметров воздушной линии; исследованы динамические колебательные процессы при различных параметрах гололедной нагрузки и ветра; разработана методика расчета динамической нагрузки на провод и гирлянду изоляторов при ударе после подскока; разработанная методика применена для моделирования колебательных процессов расщепленной фазы.

Разработанная модель колебаний провода позволяет получить координаты его положения в трех плоскостях при различных динамических нагрузках и в различных его сечениях. Результаты теоретических расчетов сравнивались с инженерной методикой расчета статического положения провода при исследуемых воздействиях, а также с результатами натурального эксперимента. Расчеты показывают хорошую сходимость результатов.

На основе полученных областей устойчивости основного состояния даны рекомендации по выбору конструктивных параметров воздушной линии.

Работа выполнена в рамках договора «Исследование явлений подскоков, схлестывания и пляски проводов ВЛ при плавке гололеда», а также г/б НИР «Математические модели и численные методы для решения комплексных проблем электродинамики, механики, теплофизики и экологии».

Расчет распределения Ge в SiGe пленке под действием дислокаций несоответствия

Бычков А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
az710@yandex.ru

Известно, что в режиме роста пленки Странского-Крастанова на так называемом смачивающем слое образуются наноразмерные изолированные островки, форма которых зависит от стадии и режима роста пленки. В частности, различают островки пирамидальной формы и островки в форме усеченной пирамиды. Другим характерным эффектом является образование волнистости на свободной поверхности пленки при гетероэпитаксии (нестабильность Азаро-Тиллера-Гринфелда). Релаксация накопленной в процессе роста пленки упругой энергии происходит за счет роста островков и образования волнистости на свободной поверхности пленки. Имеются также многочисленные экспериментальные подтверждения существования механизма релаксации свободной энергии полупроводниковой пленки, связанного с неравномерным распределением ее компонент в островках и пленке. Этот механизм релаксации учтен в расчетах, выполненных в рамках работы.

Рассматриваются трехмерные модели SiGe пирамидальных островков и островков в форме усеченной пирамиды на Si подложке, а также модель полупроводниковой пленки SiGe с волнистой свободной поверхностью, в присутствии дислокаций несоответствия на границе пленка-подложка. Расчет упругих деформаций выполнен с использованием метода конечных элементов (пакет FlexPDE). Для расчета распределения Ge использованы аппроксимирующие формулы и итерационный алгоритм. Во всех расчетах подложка предполагалась недеформируемой. Упругие перемещения заданной области малы по сравнению с амплитудами возмущений и не учитывались для определения формы свободной поверхности пленки.

Результаты выполненных расчетов показали:

1. Перераспределение атомов Ge и Si в полупроводниковой пленке связано с обогащением атомами Ge вершин островков и обеднением впадин между ними.
2. Из-за различия упругих модулей Ge и Si происходит дополнительная релаксация упругой энергии в пленке.
3. Учет влияния перераспределения компонент пленки приводит к ослаблению условий появления островков на поверхности (переход происходит при меньших размерах островков), этот эффект особенно заметен при малых концентрациях Ge.
4. Условия возникновения квантовых точек в виде пирамидальных островков в значительной степени определяются появлением неоднородного распределения компонент сплава SiGe.
5. Некогерентные островки и пленка с волнистой поверхностью, содержащие дислокации несоответствия, подвержены значительному влиянию неоднородности распределения компонент.

Сравнительный анализ методов оптимизации топологии (SIMP, BESO и Level Set) на примере реконструкции крыла стрекозы

Валов Г. В.^{*}, Шевцова В. С.^{**}, Шевцова М. С.^{*}

^{*}Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

^{**}Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
barbaragen4@mail.ru

Решение задачи оптимизации топологии механических конструкций с целью достижения наилучших эксплуатационных показателей включает следующие шаги: выбор подходящей референтной области, задание механических граничных условий, областей, недоступных для алгоритма оптимизации, а также параметров, полностью и однозначно характеризующих оптимизируемую конструкцию на каждом шаге итерационного процесса; построение конечно-элементной (КЭ) модели механической системы; узловых смещений, податливости или энергии деформации конструкции, из которых формируется оптимизируемый функционал; проверку заданных ограничений (например, по массе); построение новой модели и т. д.

В работе выполнен сравнительный анализ SIMP и Level Set методов оптимизации применительно к псевдодвумерным структурам крыльев насекомых, которые рассматривались как достаточно простые структуры, оптимизированные природой за миллионы лет эволюции и потому подходящие для проверки методов оптимизации. В экспериментальной части работы с помощью 3D лазерного сканирующего микроскопа (VK-9700 Gen II) исследовались форма свежих крыльев стрекоз и распределение в нем армирующих элементов (жилок). Эти данные впоследствии использовались для сопоставления с численными результатами оптимизации.

При построении КЭ модели крыла с различным распределением аэродинамических сил, действующих на разных фазах взмаха, использовались уравнения пластины Миндлина с распределенными по поверхности упругими характеристиками. Сравнивались 2 метода оптимизации топологии: SIMP-метод, решающий задачу параметризации с помощью так называемой псевдоплотности (1 — материал и 0 — области без материала), и Level Set метод, описывающий границы распределения материала в виде системы линий уровня функции, являющейся решением уравнения типа Гамильтона-Якоби и описывающей движение интерфейса «материал–пустоты».

При лучшей производительности и устойчивости Level Set метод обладает низкой чувствительностью к КЭ разбиению и свободен от проблемы «шахматной доски». Однако он эффективен только для относительно грубых структур, и формулирование исходного распределения Level Set функций может представлять значительные трудности.

Обладающий большей вычислительной трудоемкостью и зависимый от КЭ сетки SIMP метод позволил реконструировать топологию ажурных крыльев насекомых. Чтобы исключить образование «шахматной доски», полученная в результате оптимизации структура крыла использовалась как начальное условие для уравнения диффузии, которое обеспечивает заполнение небольших пустот в материале.

О задаче Коши для уравнения в частных производных 1-го порядка и ее приложениях в теории обратных задач

Ватульян А. О., Гукасян Л. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
luska-90@list.ru

Коэффициентные задачи в механике деформируемого твердого тела — интенсивно развивающийся раздел вычислительной и экспериментальной механики. При этом для этого класса задач наиболее трудными для исследования являются те, для которых требуется идентифицировать неоднородные свойства и определить переменные коэффициенты дифференциальных операторов на основе данных об измеренных полях смещений или ускорений на границе тела в установившемся режиме колебаний. Такие задачи существенно нелинейны и некорректны. К настоящему времени достаточно подробно изучены задачи такого типа для обыкновенных дифференциальных операторов второго и четвертого порядка, приводящие к построению некоторых итерационных процессов. Отметим, что подобные задачи для операторов в частных производных практически не исследованы, интегральные уравнения в итерационных процессах оказываются малоприменимыми для нахождения существенно двумерных функций по информации о граничных полях.

Для понимания структур отображений в обратных задачах весьма полезной является постановка, в которой известным является поле смещений в некотором наборе точек внутри области, а определению подлежат одна или несколько функций, характеризующих неоднородные свойства. Такая задача оказывается линейной и сводится к решению задачи Коши для оператора в частных производных первого порядка.

В настоящей работе исследована коэффициентная обратная задача для оператора второго порядка в односвязной области S с кусочно-гладкой границей $l = l_1 \cup l_2$, возникающая в теории колебаний

$$(\mu u_{,k})_{,k} + \rho \omega^2 u = 0,$$

где μ — переменный модуль сдвига, ρ — плотность.

Краевые условия имеют вид:

$$u|_{l_1} = 0, \quad \mu \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{l_2} = p.$$

Относительно функции μ задача представляет собой задачу Коши, решение ее может быть построено в некоторой вспомогательной системе координат путем продолжения вдоль нормального направления к l_2 .

В работе разработан метод решения прямой задачи для различных законов изменения модуля сдвига на основе разностной аппроксимации исходного оператора. Предложен метод решения обратной задачи на основе обращения разностной схемы. Для прямоугольной области проведена серия вычислительных экспериментов по восстановлению различных видов неоднородностей. Проведено сравнение с одномерными задачами, где реконструкция может быть осуществлена аналитически.

Распространение нестационарных волн Рэля и Стоунли в многослойных цилиндрических оболочках

Вильде М. В.

Саратов, Саратовский государственный университет

mv_wilde@mail.ru

Исследование распространения нестационарных волн Рэля и Стоунли имеет важное значение как для практических приложений (в таких областях, как сейсмология и неразрушающий контроль), так и с теоретической точки зрения — например, для построения асимптотической схемы расчленения нестационарного НДС многослойных оболочек в случае воздействия нормального типа. В 2004 году Каплуновым Ю. Д. и Коссовичем Л. Ю. впервые была предложена асимптотическая модель, направленная непосредственно на описание дальнего поля волны Рэля в упругом полупространстве. Эта модель включает в себя одномерное волновое уравнение, содержащее в явном виде скорость волны Рэля и описывающее распространение волны вдоль поверхности, и краевые задачи Неймана для потенциалов Ламе, описывающие затухание волнового поля вглубь полупространства. Применение этой модели существенно облегчает количественный и качественный анализ поля нестационарной волны Рэля.

Данная работа посвящена построению асимптотических моделей для описания дальнего поля волн Рэля и Стоунли в бесконечной многослойной цилиндрической оболочке при действии поверхностной нормальной осесимметричной нагрузки. При выводе уравнений используются общие асимптотические принципы и итерационная техника. В асимптотическом анализе используются два независимых малых параметра: отношение полутолщины оболочки к расстоянию, пройденному волной за достаточно большой промежуток времени, и отношение полутолщины оболочки к радиусу. В результате как для волны Рэля, так и для волны Стоунли получены асимптотические модели, включающие в себя систему одномерных уравнений, описывающих распространение волн вдоль лицевых поверхностей оболочки и поверхности контакта, и ряд краевых задач для уравнений эллиптического типа, описывающих затухающее волновое поле в каждом из слоев. В одномерных уравнениях в явном виде содержатся скорости волн Рэля и Стоунли.

Рассмотрены модельные задачи о действии ударно приложенной сосредоточенной нагрузки, равномерно распределенной вдоль направляющей. Для получения решения используются интегральные преобразования Лапласа и Фурье. Сравнение приближенного и точного решений в окрестности условных фронтов волн Рэля и Стоунли подтверждает высокую эффективность предложенных асимптотических моделей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 11-01-00545а).

Изгиб круглой пластинки, лежащей на мягком непрерывно неоднородном слое

Волков С. С.* , Митрин Б. И.* , Погоцкая И. В.**

**Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*

***Минск, Институт тепло-массообмена им. Лыкова НАН Белорусии
fenix_rsu@mail.ru*

Металлические пластины широко используются в челюстно-лицевой хирургии, а также при открытой репозиции и внутренней фиксации переломов. Датчики, используемые при изучении состояния человеческого организма, имеют форму круглой пластинки. Поэтому построение эффективной математической модели взаимодействия пластины с мягким неоднородным слоем, моделирующим биологические ткани, имеет важное прикладное значение.

Рассматривается осесимметричная контактная задача об изгибе круглой пластинки, лежащей на мягком непрерывно неоднородном слое (модуль Юнга слоя непрерывно меняется с глубиной). Слой жестко сцеплен с однородным основанием, представляющим собой упругое полупространство, модуль Юнга которого может отличаться более чем в 100 раз от модуля Юнга слоя.

Проблеме расчета круглых пластин посвящено большое число работ, для построения решения задачи в аналитическом виде использовались: метод ортогональных многочленов, регулярный и сингулярный асимптотический методы. В данной работе для построения решения задачи был использован двусторонне-асимптотический метод, который основан на построении аппроксимации трансформанты ядра интегрального уравнения задачи специального вида, при этом функция прогиба и нагрузка, действующая на пластину, представляется в виде ряда по формам собственных колебаний круглой пластины.

Использование аналитической аппроксимации трансформанты ядра интегрального уравнения задачи позволяет получить основные механические характеристики задачи (контактные напряжения, функцию прогиба пластины, радиальные и тангенциальные моменты) в аналитическом виде. Построенное решение является двусторонне-асимптотически точным, т. е. оно эффективно в широком диапазоне как больших, так и малых значений характерного геометрического параметра задачи (отношение толщины слоя к радиусу пластины) для гибких и жестких пластин. Численно показано, что при достаточно точной аппроксимации трансформанты ядра построенное приближенное решение позволяет охватить весь диапазон значений характерного геометрического параметра задачи. В работе рассмотрены численные примеры для различных законов неоднородности слоя по глубине, в том числе те, для которых нет аналитического представления трансформанты ядра интегрального уравнения задачи.

Работа выполнена при поддержке
РФФИ (11-08-91168-ГФЕН_a),
ГК № 11.519.11.3015, 11.519.11.3028, P1107.

О потере устойчивости нелинейно-упругого полого кругового цилиндра, нагруженного боковым давлением

Волокитин Г. И.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
ivolokitin@bk.ru

Рассматривается задача потери устойчивости толстостенных цилиндров при боковом гидростатическом давлении. Используется теория наложения малой деформации на конечную. Закон состояния определен моделью материала Блейтца и Ко. Это уравнение состояния предназначено для описания упругих свойств ряда сортов резины, требующих учета сжимаемости.

Начальная деформация — неоднородная. Она определяется в результате решения задачи Ламе для нелинейно-упругого цилиндра. Такое деформированное состояние возникает в полом круговом цилиндре при нагружении изнутри и снаружи гидростатическим давлением и сжатии с торцов жесткими идеально гладкими плитами. Краевая задача, определяющая докритическую деформацию, нелинейная. При ее решении использовались приближенные методы. Для цилиндрических оболочек с малой и средней относительной толщиной приемлема формула решения задачи Ламе линейной теории упругости.

Для исследования устойчивости применялись уравнения нейтрального равновесия, использующие оператор А. И. Лурье, конкретизированный с учетом материала Блейтца и Ко. В предположении, что боковая нагрузка приложена к цилиндру в виде равномерно распределенного следящего давления, записано соответствующее уравнение равновесия на боковой поверхности в варьированном напряженном состоянии. Условия для добавочной деформации на торцах обуславливают отсутствие трения и недопустимость добавочного перемещения в осевом направлении.

Смежные формы равновесия разыскивались в виде, допускающем несимметричные формы выпучивания. С помощью метода разделения переменных Фурье задача равновесия в объеме была сведена к решению линейной однородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений шестого порядка с переменными коэффициентами. Так же разделяются переменные и в краевых условиях. В результате исследование устойчивости сводится к задаче на собственные значения с нелинейным вхождением параметра. Бифуркационные значения параметров нагрузки, а также параметров волнообразования, входят в коэффициенты системы и краевых условий.

Для решения задачи на собственные значения использовались численные методы. Предложен алгоритм, который позволяет изучить случаи выпучивания круговых цилиндров при действии осевой нагрузки и бокового наружного и внутреннего давления. Получены результаты, показывающие влияние физической и геометрической нелинейности на величину верхнего критического давления при выпучивании цилиндрической оболочки. С учетом того, что нагружение в осевом направлении может осуществляться и, в частности, за счет бокового давления, рассмотрена задача потери устойчивости толстостенного цилиндра из материала Блейтца и Ко между неподвижными плитами при действии гидростатического давления, приложенного изнутри и снаружи.

Конечно-элементное моделирование бинарного подшипника с V-образными протекторными вставками

Газзаев Д. А., Колосова Е. М.

*Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикл. математики им. Воровича И. И.
gazzaev@ya.ru*

С помощью метода конечных элементов исследуется задача о взаимодействии упругого цилиндра с внутренней поверхностью цилиндрического слоя конечной длины, содержащего V-образные протекторные вставки, которые имеют материальные свойства, отличные от свойств слоя. Внешняя граница слоя жестко закреплена, в зоне контакта отсутствует трение. Поставленная задача может рассматриваться как компьютерная модель работы бинарного подшипника, широко используемого в машиностроении.

В качестве инструментария при конечно-элементном моделировании использовался пакет ANSYS. Была построена соответствующая постановке задачи трехмерная твердотельная модель, для разбиения которой на конечные элементы использовались упругие двадцатиузловые квадратичные конечные элементы SOLID95. Для моделирования взаимодействия цилиндрического слоя со вставками и упругого цилиндра использовались контактные пары элементов CONTA174 и TARGE170.

Для удобства проведения расчетов была разработана программа на макроязыке APDL, позволяющая моделировать задачу с введением параметрических входных данных. Таким образом, в рамках одной программы проводились расчеты задач о контактном взаимодействии упругого цилиндра и кусочно-неоднородного цилиндрического слоя с V-образными вставками при различных геометрических и механических входных параметрах. Было произведено несколько серий расчетов задачи, в которых варьировалось число протекторных вставок, их размеры, угол поворота цилиндрического слоя и угол закручивания вставок, кроме того, рассматривался случай выступающих над внутренней поверхностью цилиндрического слоя вставок, для которого также производилось варьирование аналогичных параметров. При проведении этих серий расчетов упругие константы цилиндрического слоя, вставок и упругого цилиндра полагались различными. Проводилось тестирование программы при задании упругих констант вставок равными упругим константам слоя. Результаты конечно-элементных расчетов контактных напряжений в случае однородности слоя и соизмеримости величины зоны контакта с толщиной слоя незначительно отличались от аналогичных результатов, полученных на основе формул теории Герца.

Было изучено влияние механических и геометрических параметров задачи на напряженно-деформируемое состояние цилиндрического слоя. На основании полученных результатов сделаны предварительные выводы о том, что наиболее оптимальным является использование подшипников с большим числом вставок небольшого размера, а при использовании V-образных вставок предпочтительно использовать небольшие углы закручивания вставок.

Проблемы и первые результаты создания студенческой ИТ-лаборатории

Германовский С. С., Демяненко Я. М., Чердынцева М. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

dem@math.sfedu.ru

Идея организации студенческой ИТ-лаборатории возникла с целью предоставления студентам возможности получения опыта работы по специальности, по возможности не отвлекая их от основных занятий.

Цели студенческой работы ИТ-лаборатории:

- дать возможность студентам получить опыт работы в команде;
- дать студентам возможность применить на практике знания, полученные в ходе обучения;
- организовать помощь преподавателям и сотрудникам в их деятельности;
- осуществить помощь факультету в решении ИТ-проблем;
- помочь студентам приобрести новые навыки в сфере информационных технологий.

На этапе создания ИТ-Лаборатории возникли проблемы, требующие решения. В первую очередь было необходимо сформулировать задачи, которыми должна заниматься лаборатория. Также следовало организовать студенческий коллектив таким образом, чтобы деятельность ИТ-Лаборатории не мешала учебной и научной деятельности студентов. Кроме того, необходимо было наладить рабочие связи между студентами и преподавателями. Одной из проблем является недостаток практических навыков у студентов.

В настоящее время сформирован студенческий коллектив ИТ-лаборатории. Кроме того, организовано взаимодействие с некоторыми преподавателями и сотрудниками университета. Деканат факультета математики, механики и компьютерных наук поддерживает коллектив ИТ-лаборатории в его деятельности. Идет работа над созданием сайтов подразделений факультета математики механики и компьютерных наук, а студенты получают навыки работы в коллективе.

Студенческая лаборатория — перспективное начинание, которое позволит студентам получить реальный опыт работы в коллективе и подготовить их к будущей профессиональной деятельности. При этом ИТ-лаборатория может принести пользу факультету, оказывая помощь преподавателям и сотрудникам кафедр. При дальнейшем развитии, ИТ-Лаборатория может привлечь студентов к будущей работе в университете.

Необходимо решить много проблем, связанных с деятельностью ИТ-лаборатории, главная из которых — привлечение новых студентов, взамен выпускников. Сотрудничество в стенах лаборатории предполагает обмен опытом между студентами, использование наставничества старшекурсников над студентами младших курсов. Кроме того, важно организовать взаимодействие ИТ-лаборатории с другими подразделениями университета, причем одной из проблем является увеличение количества направлений деятельности путем привлечения студентов, обладающих навыками в разных сферах ИТ.

Минимальные стандартные требования к структуре и содержанию сайтов образовательных учреждений и их подразделений

Германовский С. С., Криворотова Д. В., Семигук В. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
daria6890@yandex.ru

Необходимо ввести стандарты структуры сайтов образовательных учреждений и их подразделений с целью упрощения поиска информации о них, а также ввести стандарты содержания сайтов образовательных учреждений и их подразделений с целью улучшения качества контента и увеличения информативности сайта.

Целью работы является разработка набора минимальных требований к структуре и содержанию сайтов образовательных учреждений и их подразделений. Работа выполнена в рамках деятельности студенческой ИТ-Лаборатории.

Базовое положение, которое было принято для работы: сайт должен быть интуитивно понятен (структура сайта должна позволять быстро получить доступ к необходимой пользователю информации), и содержать достаточное количество информации для формирования достоверного представления о деятельности подразделения или образовательного учреждения.

Для того, чтобы составить набор требований к структуре и содержанию сайтов, необходим анализ уже существующих сайтов образовательных учреждений и их подразделений. Анализ содержимого позволяет установить, формирует ли контент сайта достоверное представление о деятельности подразделения или образовательного учреждения. Анализ структуры и навигации необходим, чтобы определить, позволяет ли сайт пользователю получить быстрый доступ к необходимой информации.

В процессе работы были определены следующие стандартные требования к структуре и содержанию сайтов образовательных учреждений и их подразделений:

- сайт должен удовлетворять правилу трех кликов (любая информация на сайте должна быть доступна не более чем за 3 клика мышью, в противном случае пользователь может покинуть сайт, так и не найдя нужную информацию);
- название элементов навигации сайта должно давать достаточное представление о том, что находится в разделах, на которые эти элементы ссылаются;
- при наличии большого количества материалов, размещенных на сайте, необходимо наличие функции поиска по сайту;
- в зависимости от типа подразделения образовательного учреждения, материалы на его сайте должны быть ориентированны на соответствующую целевую аудиторию;
- на сайте подразделения должен располагаться логотип образовательного учреждения, к которому оно относится.

В настоящий момент проводится приведение в соответствие с разработанными требованиями структуры сайтов факультета математики, механики и компьютерных наук и его кафедр.

Экспериментальное исследование свойств желчи при патологии

Гилев В. Г.^{*}, Кучумов А. Г.^{**}, Попов В. А.^{*}, Самарцев В. А.^{***}

^{*}Пермский гос. нац. исследовательский университет (ПГНИУ)

^{**}Пермский нац. исследовательский политехнический университет (ПНИПУ)

^{***}Пермская государственная медицинская академия

kuchymov@inbox.ru

Желчевыделительная система (билиарная система) предназначена для выведения в двенадцатиперстную кишку секрета печени — желчи, содержащей множество продуктов метаболизма. Билиарная система включает в себя желчный пузырь, желчный тракт (пузырный проток, печеночные протоки и общий желчный проток [холедох]), а также систему сфинктеров.

Патологии билиарной системы (в частности, желчнокаменная болезнь) занимают по распространенности третье место в России. Известно, что образование камней в билиарном тракте и пузыре связано с застоем желчи, являющимся следствием дисфункции пузыря и протоков, а также сфинктерного аппарата, что проявляется в изменении градиента давлений, отличающихся от нормы.

Для оценки гидродинамики желчи в билиарной системе в норме и при патологических состояниях необходимо решение ряда биомеханических задач. Также особый интерес представляет поведение системы после проведения холицистэктомии — операции удаления желчного пузыря. Однако для моделирования течения необходимо знать свойства желчи. В работе представлены результаты экспериментального изучения желчи при патологии: образцы были взяты из желчного пузыря (холедохеальная желчь) и желчных протоков (пузырная желчь).

Для определения реологических характеристик желчи применялся реометр Physica MCR 501. Испытания проводились при температуре $+37^{\circ}\text{C}$. Для нахождения реологических характеристик использовалась геометрия «конус-плита» (диаметр конуса $d = 49.976$ мм), поскольку она обеспечивает однородность скорости сдвига в измерительном зазоре прибора для слабвязких биологических жидкостей при ротационной вискозиметрии.

Приведены зависимости вязкости от скорости сдвига, изменения значений вязкости от времени, касательных напряжений от скорости сдвига, полученных для различных видов желчи, взятых у пациентов разного возраста и пола. В результате аппроксимации кривых получены параметры уравнений Кассона и Каро, которые необходимы для дальнейшего исследования течения желчи в билиарной системе. Показано, что патологическая желчь — неньютоновская тиксотропная жидкость, т. е. жидкость, способная уменьшать вязкость от механического воздействия и в дальнейшем при отсутствии механического воздействия увеличивать свою вязкость. Отмечено, что вязкость пузырной желчи выше, чем у холедохеальной, а также что при патологическом состоянии вязкость повышается. Экспериментально показано, что ньютоновское поведение патологической вязкой желчи при увеличении касательных напряжений связано с ориентацией ее структурных компонентов. Кроме того, в работе представлены результаты исследования гистерезисного поведения при прямом и обратном ходе.

На основании проведенного эксперимента решен ряд задач о течении желчи в норме и при патологии.

Расчет радиатора в составе стойки диаграммообразующих устройств

Глазунова Л. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

solovievarc@gmail.com

Развитие радиоэлектронной бортовой аппаратуры (РЭА) связано с постоянным ростом ее тепловых мощностей, требований по увеличению функциональности и улучшению показателей надежности при общей тенденции уменьшения ее массогабаритных характеристик. Следствием этого является непрерывное усложнение конструктивно-технологических решений и алгоритмов функционирования. При проектировании бортовой РЭА рассматривают 3 метода охлаждения: воздушный, жидкостный и кондуктивный. Воздушный метод является менее затратным, но предполагает большие габариты и высокий уровень шума. Кондуктивный метод эффективен в малогабаритной аппаратуре, эксплуатирующейся в различных климатических условиях, но не эффективен при выделении большого теплового потока.

В работе рассмотрены конструкторско-технологические приемы по улучшению гидравлических и, соответственно, тепловых характеристик радиатора жидкостного охлаждения стойки диаграммообразующих устройств. Принятые конструктивно-технологические решения соответствуют требованиям технического задания.

В работе для повышения безотказного функционирования РЭА осуществлена разработка радиатора стойки диаграммообразующего устройства, содержащего не типовые конструктивные решения, моделирование течения охлаждающей жидкости в канале, исследование ее гидродинамических характеристик и повышения турбулентности потока при заданных параметрах охлаждающей жидкости и окружающей среды, сопоставление результатов теоретического исследования и натурного эксперимента.

В программном расчетном модуле Solid Works Flow Simulation проведены расчеты гидродинамических процессов, протекающих в радиаторе, на основании которых применительно к конкретной конструкции разработан метод повышения турбулентности потока. Приведены результаты опытов, проведенных на готовом изделии. При этом полученные экспериментальные характеристики совпали с расчетными, что говорит об адекватности моделирования и эффективности принятых способов и схем охлаждения.

Автор выражает благодарность А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Поверхностные и псевдоповерхностные волны в анизотропных пьезоструктурах с алмазной подложкой

Глушков Е. В., Глушкова Н. В.

Краснодар, Кубанский государственный университет
evg@math.kubsu.ru

В настоящее время поликристаллиновые алмазные пленки рассматриваются как один из перспективных материалов акустоэлектроники. Высокая скорость распространения поверхностных акустических волн (ПАВ) в алмазной подложке позволяет создавать устройства, работающие в гигагерцовом диапазоне рабочих частот. Для возбуждения ПАВ управляющим электрическим сигналом в диэлектрическом материале подложки на нее наносится пьезоэлектрическое покрытие, например, нитрид алюминия AlN. Полученная композитная структура размещается на металлизированном или кремниевом основании (γ -TiAl, Si и др.). Наряду с ПАВ здесь возбуждаются и вытекающие или псевдоповерхностные волны (ППАВ), затухающие сильнее, чем ПАВ, из-за оттока волновой энергии в основание, но распространяющиеся с существенно более высокой скоростью. Поэтому для повышения диапазона рабочих частот заманчивой выглядит идея использования ППАВ вместо ПАВ на тех частотах, где прекращается отток энергии в основание и затухание становится минимальным (ППАВ практически вырождается в ПАВ).

В работах итало-российской группы (Е. Verona, В. И. Федосов и др.) 2005–2007 годов было теоретически установлено и экспериментально подтверждено наличие таких частот (точнее, соотношений λ/h длины волны λ к толщине пьезопленки h) у первой фундаментальной ППАВ-моды (волны Сезавы). В настоящей работе на основе точных интегральных представлений волновых полей, возбуждаемых управляющими электрическими сигналами в анизотропных пьезоструктурах AlN/алмаз и AlN/алмаз/ γ -TiAl, изучаются дисперсионные и амплитудно-частотные характеристики высших ППАВ мод. Установлено наличие аналогичных диапазонов их вырождения в ПАВ, анализируется влияние соотношения толщин пьезопленки и подложки h/H на выявленные эффекты, обсуждаются пути оптимизации параметров данных структур.

Работа выполняется в рамках проекта Минобрнауки 1.2737.2011 и гранта РФФИ 11-01-96509.

Влияние функционально-градиентных покрытий на характеристики поверхностных акустических волн

Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Фоменко С. И.

Краснодар, Кубанский государственный университет

evg@math.kubsu.ru

При моделировании волновых процессов в биологических тканях, например, при разработке методов волновой томографии или ультразвукового исследования, необходимо учитывать, что упругие свойства биоматериалов, как правило, непрерывно зависят от пространственных координат. Волновые задачи для функционально-градиентных материалов (ФГМ) возникают также в геофизике (градиентные модели земной коры), в микроэлектронике (ФГМ зоны, возникающие в микро- и нанопокровках за счет диффузии или технологических особенностей напыления и склейки защитных пленок) и других областях.

При проведении расчетов ФГМ, как правило, аппроксимируются средами с кусочно-постоянной зависимостью свойств. Такой подход наиболее распространен в вычислительной практике, однако имеются примеры, когда такая замена приводит к неверным результатам. Так, например, качественно различно поведение на бесконечности Фурье-символов матрицы Грина градиентного и многослойного полупространства, что приводит к неверному толкованию результатов индентирования образцов с ФГМ покрытием (В. М. Александров, С. М. Айзикович). С другой стороны, нет примеров того, чтобы при достаточном числе разбиений ступенчатая аппроксимация приводила бы к качественно неверным характеристикам волн, регистрируемых на поверхности ФГМ волновода. Исходя из этого, можно предположить, что для моделирования в ФГМ можно использовать менее затратную многослойную модель.

Одна из целей настоящей работы — проверить это предположение, опираясь на систематическое сопоставление результатов, полученных с помощью разработанных алгоритмов быстрого построения матрицы Грина для упругих волноводов с градиентными и кусочно-однородными зависимостями свойств от глубины. Сопоставление проводилось для четырех характерных типов ФГМ покрытия (мягкое, жесткое и покрытия с внутренней жесткой или мягкой градиентной прослойкой). Установлено, что при достаточно большом числе слоев многослойная модель дает точное представление о дисперсионных свойствах и амплитудно-частотных характеристиках поверхностных волн в ФГМ. Однако при сильной контрастности свойств многослойная модель может оказаться более затратной.

Самостоятельный интерес представляет анализ влияния вертикальной неоднородности среды на характеристики поверхностных волн: фазовые скорости и амплитудно-частотные характеристики, а также на распределение энергии каждой моды по глубине волновода. Кроме того, исследуются характерные особенности движения полюсов матрицы Грина в комплексной плоскости.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 11-01-96509) и совместного гранта Минобрнауки и Германский службы академических обменов DAAD (проект № 10.60.2011).

Логическое моделирование гибридных пневмосистем

Глушкова В. Н., Кожухова А. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

lar@aaanet.ru

Технические системы пневмоавтоматики относятся к классу систем реального времени, выполняющих операции в пределах строгих временных ограничений. Временные конечные автоматы — самая распространенная формальная модель, используемая для спецификации этих систем. На ее основе разработаны пакеты верификации (Uppaal, Kronos и др.) систем реального времени. Их использование предполагает знание сложных алгоритмов построения графа регионов, основанных на выделении классов эквивалентности состояний автомата. Кроме того, рассматриваемые системы являются гибридными, и для их полного моделирования нужно использовать непрерывные модели (дифференциальные уравнения). Использование в качестве языка спецификации исчисления предикатов 1-го порядка с явной переменной «время» делает более естественным совмещение дискретных и классических методов моделирования.

В курсе «Логическое моделирование технических систем», разработанном на кафедре «Математика» ДГТУ, рассматривается многоуровневый метод моделирования, состоящий из трех этапов:

1. Иерархизация пространства состояний и действий моделируемой системы.
2. Логическая спецификация поведения системы, используемая для построения модели.
3. Верификация модели, заключающаяся в проверке истинности формул.

Особенностью предлагаемого подхода является иерархизация системы, поддерживаемая конкретной контекстно-свободной (КС) грамматикой. КС-грамматика $G = (S, V, P)$, где S — главный нетерминальный символ; V — множество символов, правила из P имеют вид:

$$S \rightarrow \{Act\}^+; Act \rightarrow R_1 \mid \dots \mid R_k;$$

$$R_i \rightarrow St_{i_1} \dots St_{i_n}; St_{i_j} \in V, 1 \leq i \leq k, 1 \leq j \leq n.$$

Они иерархизируют пространство действий R_i и их состояний. Правила для состояний St определяются спецификой R_i , в них входит «время» t , которое может принимать дискретные значения из множества натуральных чисел или «интервальные» ($\langle \rangle$) с включением концов сегмента.

Например, движение штока (MR) описывается правилами:

$$MR \rightarrow St; St \rightarrow [t_1, t_2),$$

t_1, t_2 — времена начала и окончания движения штока. Иерархичность является одним из основных признаков сложной системы, использование ее особенностей позволяет за полиномиальное время верифицировать моделируемую систему.

Идентификация и классификация полосовых отслоений в многослойных упругих композитах посредством энергетического и вейвлет-анализа

Голуб М. В.

Краснодар, Кубанский государственный университет

m_golub@inbox.ru

Современные инженерные конструкции уже сложно представить без использования композитных и гетерогенных материалов, для которых характерны многослойность, анизотропия, функционально-градиентное изменение свойств и пр. Композиты по многим эксплуатационным параметрам существенно превосходят традиционные однородные материалы. Однако вследствие их сложной структуры растет и вероятность образования таких классов дефектов, как трещины и межфазные отслоения. Идентификация дефектов на практике осуществляется с помощью методов неразрушающего контроля и мониторинга структур (structural health monitoring). Одним из перспективных подходов, позволяющих осуществлять быстрый поиск и идентификацию дефектов, является использование методов, основанных на применении бегущих упругих волн. Последние распространяются на существенные расстояния от источника колебаний практически без затухания и взаимодействуют с неоднородностями любого вида, что позволяет судить о наличии и характере повреждений в исследуемой структуре. В случае однородных структур эти методы основываются на относительно простых математических и компьютерных моделях, которые заметно усложняются при учете слоистости и гетерогенности материалов даже в отсутствии дефектов.

В настоящей работе изучаются волновые процессы в многослойных композитах при наличии внутренних и интерфейсных полосовых дефектов. Для описания динамики рассматриваемых структур используется интегральный подход. В случае одиночных и множественных внутренних дефектов применяется метод граничных интегральных уравнений, а описание полностью поврежденных интерфейсов возможно с помощью пружинных граничных условий. Тем самым обеспечивается возможность численного расчета любых динамических характеристик. Проводится вейвлет-анализ сигналов, возбуждаемых в композитах с дефектом. Обсуждается выбор ядра для вейвлет-преобразования в плане его влияния на точность идентификации дефекта. Размер, положение дефекта, а также его характер (степень поврежденности и локализация) определяются с помощью решения задачи минимизации соответствующего функционала. Результаты численных расчетов, основывающиеся на разработанных математических и компьютерных моделях, сопоставляются с экспериментальными данными.

Автор благодарит проф. Е. В. Глушкова и Н. В. Глушкову, инициировавших работу в данном направлении, а также проф. В. Джиурджитцу (Университет Южная Каролина, США) за плодотворное обсуждение данной проблемы.

Работа выполнена в рамках совместного проекта РФФИ-ГФФИУ (№ 11-01-90400-Ф40.1/018) и проекта ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» Минобрнауки № 14.740.11.0578.

Конечно-элементное исследование динамических характеристик модельной системы чрескостного остеосинтеза с устройствами внешней фиксации

Голубев Г. Ш.* , Каргин М. А.** , Наседкин А. В.** , Родин М. Б.***

* *Ростов-на-Дону, Ростовский государственный медицинский университет*

** *Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

*** *Ростов-на-Дону, Центральная городская больница № 1 им. Н. А. Семашко*
misha_kargin@list.ru

При лечении переломов и деформаций сегментов костной системы организма человека широко применяется метод чрескостного остеосинтеза с использованием специальных спицевых, стержневых и кольцевых остеофиксаторов аппарата Илизарова. Проведение спиц через участки кости и закрепление их концов в жестких частях аппарата позволяет осуществлять управляемый остеосинтез — необходимую репозицию фрагментов, их жесткую фиксацию в заданном положении, требуемую компрессию или дистракцию. Такие воздействия на кость стимулируют начало остеогенеза и развитие репаративной костной регенерации. В результате при сохранении подвижности больного достигается ускоренное заживление в зоне перелома с возможностью исправления деформации кости в требуемом направлении. Отмеченные достоинства чрескостного остеосинтеза во многом обусловлены жесткостью фиксации фрагментов кости, характеризуемой величиной их деформаций, не превышающих допустимых пределов в условиях движений больного.

Понятно, что в процессе лечения для контроля состояния регенерирующих тканей важно знать характеристики прочности костной мозоли на различных этапах заживления. В работах Л. Б. Маслова ранее исследовались возможности определения упругих модулей регенерирующей ткани в зоне перелома, исходя из резонансных свойств кости с аппаратом Илизарова. Данный доклад также посвящен компьютерному анализу свойств костной мозоли при динамических испытаниях биомеханической модели, состоящей из модели большеберцовой кости с аппаратом Илизарова. Для проведения вычислительных экспериментов использовался конечно-элементный комплекс ANSYS. Построенная в ANSYS твердотельная модель кости позволяла задавать различные ортотропные упругие свойства для областей с компактной и спонгиозной костными тканями, а также неоднородные механические свойства в месте перелома. В конечно-элементной модели для участков кости использовались трехмерные структурные конечные элементы, а для аппарата Илизарова кольца моделировались оболочечными конечными элементами, а стержни и спицы — балочными элементами.

Для ряда наборов значений механических свойств костной мозоли в зависимости от периодов регенерации были определены первые резонансные частоты системы, построены амплитудно-частотные характеристики в различных точках кости и аппарата и проведен анализ переходных процессов при заданных динамических внешних воздействиях и условиях закрепления. Дан анализ возможностей использования полученных результатов динамических расчетов для качественной оценки прочности регенерирующей костной ткани.

Компьютерное моделирование влияния деформаций стержней аппарата Илизарова на напряженно-деформированное состояние поврежденной костной ткани

Голубев Г. Ш.* , Каргин М. А.** , Родин М. Б.**

**Ростов-на-Дону, Ростовский государственный медицинский университет*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

****Ростов-на-Дону, Центральная городская больница № 1 им. Н. А. Семашко*
misha_kargin@list.ru

Цель данной работы состояла в построении адекватной биомеханической модели конструкции, состоящей из имитатора кости и аппарата Илизарова, а также в проведении вычислительных экспериментов для построенной модели при варьировании входных данных и соответствующих граничных условий с определением напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне перелома кости. В работе использовалась техника метода конечных элементов, строились пространственные конечно-элементные модели в программном комплексе ANSYS и решались соответствующие статические краевые задачи теории упругости.

Твердотельная модель состояла из следующих основных элементов: имитатора кости с переломом; колец, которые являются основной опорой аппарата Илизарова; стержней, предназначенных для соединения колец; и спиц, служащих связующим звеном между костью и внешними опорами аппарата. Для достижения оптимального соотношения между точностью конечно-элементных расчетов и относительным минимумом вычислительных затрат указанные части конструкции моделировались в ANSYS соответствующими трехмерными структурными, оболочечными и балочными конечными элементами. Такой подход представляется вполне оправданным с учетом большей жесткости аппарата в сравнении с костной тканью и тем, что здесь анализ НДС в зонах контакта костной ткани с проходящими через нее спицами не являлся объектом исследования. Построенная модель позволяет задавать ортотропные упругие свойства материалов имитатора кости (областей компактной и спонгиозной тканей), вводить неоднородные жесткостные свойства регенерирующей ткани вблизи места перелома, изменять базовые геометрические и механические характеристики модели и задавать различные нагрузки на имитатор кости. Важным моментом исследования являлся учет посредством уравнений связей деформаций стержней с целью осуществления управляемого остеосинтеза с требуемой компрессией или дистракцией.

В итоге с использованием разработанных программ на командном языке APDL ANSYS были проведены различные прочностные расчеты НДС в зоне перелома при варьировании статических нагрузок на имитатор кости, величин деформаций стержней и жесткостных свойств соединительной ткани костной мозоли на различных периодах заживления (гелеобразной, хрящевой, спонгиозной и нормальной костными тканями).

Полученные таблицы результатов позволяют оценить допустимые величины внешних нагрузок на кость и деформаций стержней аппарата Илизарова в процессе регенерации кости, исходя из критериев допуска на максимальные характеристики напряжений в костной мозоли.

Конечно-элементное моделирование оперативных вмешательств по восстановлению геометрии левого желудочка сердца

Голядкина А. А.

Саратов, Саратовский государственный университет
aagramakova@mail.ru

В настоящее время в мире непрерывно растет число больных с осложненными формами ишемической болезни сердца (ИБС) и в том числе с постинфарктными аневризмами левого желудочка (ЛЖ) и низкой сократительной функцией ЛЖ. Современная медицина постоянно ищет пути помощи таким больным. Внедрение в клиническую практику методов компьютерного моделирования для прогнозирования возникновения и течения заболеваний позволит значительно улучшить прогноз у данной категории больных.

На сегодняшний день основным методом лечения ИБС и патологий ЛЖ является операционное вмешательство. Было проведено конечно-элементное моделирование оперативного вмешательства по восстановлению геометрии ЛЖ путем наложения заплаты на поврежденный участок стенки желудочка. При моделировании геометрии левого желудочка, учитывающей внутренний рельеф, использовался метод заливки желатином *in vitro*. Механические характеристики стенки желудочка были получены в ходе эксперимента по сжатию, а для заплат — одноосному растяжению на настольной одноколонной испытательной машине Instron 5944 с использованием пневматических захватов. Материалы заплат были исследованы синтетические (политетрафторэтилен) и биологические (ксеноперикард), наиболее часто применяемые на сегодняшний день при хирургическом ремоделировании миокарда ЛЖ сердца человека. Заметим, что синтетические заплаты продемонстрировали практически изотропные свойства с линейным характером поведения графика, а биологические — ярко выраженные нелинейные, изотропные.

Исследована модель желудочка, пластика которого была произведена различными типами заплат. В результате были получены графики распределения давления, напряжения, векторов скорости потока, деформаций и касательных напряжений. Анализ основных результатов позволил выявить оптимальный тип заплат для пациента с учетом возрастной группы, пола и вида аневризмы. Установлено, что биологические заплаты являются идеальными при проведении реконструктивных операциях ЛЖ, т. к. наиболее адекватно отвечают физиологическим свойствам миокарда сердца человека.

Результатирующие картины подтверждены клинически.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 09-01-00804-а).

Исследование нехарактерных внутренних волн в непрерывно стратифицированном океане с инверсиями плотности

Григоренко К. С.* , Матишов Д. Г.** , Морозов Е. Г.***,
Ольшанская Е. В.* , Соловьева А. А.* , Хартиев С. М.****

* Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

** Ростов-на-Дону, Институт аридных зон ЮНЦ РАН

*** Москва, Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН

**** Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

solovievarc@gmail.com

Исследуются свободные внутренние гравитационные волны (ВВ) малой амплитуды в непрерывно стратифицированном море постоянной глубины. Проблема сводится к следующей спектральной задаче:

$$L(W) + s\varphi(z)W = 0; \quad W(0) = 0, \quad W(-1) = 0,$$

где $L(W) = (\rho_0 W')'$, $\varphi(z) = \rho_0(z) \frac{N^2(z) - \sigma^2}{\sigma^2 - f^2}$, $N^2 = -\frac{\rho'_0}{\rho_0}$; s — спектральный параметр; N^2 — квадрат безразмерной частоты Вейселя-Брента.

Рассматривается условие существования ВВ при наличии инверсий плотности. По данным наблюдений, в интрузионных арктических водах довольно часто встречаются слои, содержащие элементы плотностных инверсий ($\rho'_0 > 0$, $N^2 < 0$), что приводит к изменениям по глубине знака функции $\varphi(z)$. В этом случае, согласно принятой в литературе классификации, ВВ принято называть нехарактерными.

Показано, что при $\sigma > f$ необходимым условием существования положительных значений спектрального параметра s является выполнение неравенства

$$I = \int_{-1}^0 (-\rho'_0) W^2 dz > 0$$

Экспериментальные наблюдения ВВ, подтверждающие теоретические и численные расчеты, проводились 11–12 марта 2010 г. в фиорде Ван-Майен на Шпицбергене. Эта акватория подвержена сильным приливным колебаниям. Открытая в океан часть фиорда расположена в 40 км юго-западнее района измерений. Поток сужается в районе эксперимента и ускоряется, набегая на береговые склоны. Амплитуда колебаний уровня воды на берегу достигает до 2 метров. Такие приливы генерируют на склонах интенсивные внутренние волны.

Авторы благодарят А. В. Марченко за организацию измерений со льда в фиорде Ван Майен и А. Н. Соловьева за помощь в работе. Работа выполнена при финансовой поддержке ГК № 14.740.11.0202 в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, гранта РФФИ 11-08-00076 и Норвежского научного совета (проект POLRES 196138).

Гемодинамика крупных кровеносных сосудов с учетом распределенного сердца: математическая модель и численный эксперимент

Гуляев Ю. П.^{*}, Доль А. В.^{**}

^{*} *Саратов, Саратовский государственный университет*

^{**} *Энгельс-2, Саратовский государственный университет*

dzero@pisem.net

В работе представлена одномерная модель гемодинамики крупных кровеносных сосудов с учетом работы «вторичного сердца», то есть сокращения стенок артерий с целью ускорения потока крови.

Также представлены результаты численного эксперимента по моделированию крупного кровеносного сосуда без разветвлений, а также по моделированию плечевой артерии человека.

Первым этапом численного эксперимента стало построение модели крупного кровеносного сосуда без бифуркаций. Это позволило на наиболее простом примере рассмотреть работу стенки сосуда по ускорению потока крови. В ходе моделирования был определен характер сокращения стенки, а также величины ее перемещений. Перемещения подбирались исходя из условия, что скорость крови в сосуде после взаимодействия потока со стенкой не может превышать определенных значений. Кроме того, был определен график зависимости давления на входе в сосуд от времени для задания физиологических граничных условий.

Далее после исследований реальных сосудов *in vitro* была построена модель плечевой артерии человека с двумя бифуркациями. Свойства материала стенки сосуда определялись на разрывной машине, геометрические параметры получались путем осреднения результатов измерений нескольких образцов. Исследовались мужчины среднего телосложения, в возрасте от 30 до 45 лет. Численный эксперимент по моделированию гемодинамики в этом сосуде позволил получить приближенную к реальности картину работы «вторичного сердца». Сокращение стенки в продольном направлении носило такой же характер, как и в предыдущем случае. На выходах из артерий (глубокая артерия плеча, лучевая и локтевая артерии) в случае с сокращающейся стенкой наблюдалось ускорение потока крови по сравнению с экспериментом, в котором действие сосуда на поток не учитывалось. Однако значение средней скорости по сечениям не выходило за рамки физиологических величин, что свидетельствует о правильном задании граничных условий.

В работе проведен анализ результатов моделирования «распределенного сердца», сделаны выводы о характере взаимодействия стенки и крови, а также сопоставлены данные, рассчитанные по математической модели и полученные в ходе численного эксперимента. Также был проведен анализ касательных напряжений на стенке сосуда в случае, когда работа «вторичного сердца» учитывалась, и когда стенка оставалась пассивной.

Использование ресурсов электронного образовательного пространства преподавателями мехмата

Демяненко Я. М., Пучкин М. В., Чердынцева М. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

mpuchkin@mail.ru

На основе опыта многолетнего использования системы управления обучением (англ. Learning Management System, LMS) «Moodle» на факультете математики, механики и компьютерных наук ЮФУ можно выделить некоторые особенности использования таких систем для поддержки учебных курсов. Эти особенности обусловлены спецификой очных курсов, предполагающей еженедельный контакт преподавателя с обучаемыми, и допускают менее строгие требования к структуре и содержанию электронных курсов.

Способы подготовки информационных материалов для размещения в LMS «Moodle» и целевые форматы электронных документов различаются с точки зрения удобства создания, редактирования, а также возможности индексирования поисковыми системами. Опыт использования системы позволяет рекомендовать формат PDF (Portable Document Format) в качестве наиболее подходящего как для документов, так и для презентационных материалов.

В докладе рассматриваются наименее затратные способы создания учебных курсов, описания их структуры и наполнения учебно-методическими материалами. Отмечается повышенная роль интеграции с образовательными ресурсами сети Интернет, возможность использования гиперссылок на различные электронные ресурсы. Особо следует отметить возможность размещения гиперссылок на различные электронные ресурсы онлайн-библиотек в том случае, если размещение таких ресурсов (например, электронных версий книг) не соответствует законодательству в сфере авторского права. Отмечаются особенности создания проверяемых заданий в LMS с использованием ранее подготовленных электронных учебных пособий, методических указаний и рекомендаций.

Дан обзор возможностей системы в области создания тестовых материалов и механизмов контроля успеваемости. Отмечается чрезмерная трудоемкость создания материалов в распространенных форматах (например, SCORM) для проведения контрольных работ, особенно в курсах, связанных с программированием. В то же время, механизм размещения исходных кодов программ и проектов (без возможности удаления размещенных материалов), предоставляемый системой, позволяет отслеживать факты заимствования и плагиата при выполнении учебных заданий в том случае, если задания сдавались в разное время (или даже на разных курсах). Также отмечается возможность использования специальных расширений системы (плагинов) для предотвращения плагиата.

Выполнен обзор учебных курсов, реализованных на факультете математики, механики и компьютерных наук ЮФУ в рамках LMS-системы «Moodle», рассмотрены отзывы преподавателей компьютерных дисциплин об удобстве и эффективности использования данной системы в процессе обучения.

Идентификация свойств функционально-градиентных материалов

Денина О. В.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН

olga_rostov1983@mail.ru

Создание более совершенных инженерных конструкций в различных областях строительства и производства требует разработки новых материалов. На сегодняшний день искусственно созданные функционально-градиентные и композиционные материалы являются наиболее востребованными. Это обуславливается в первую очередь их уникальными свойствами (высокой прочностью, технологичностью изготовления) и низкой стоимостью производства. При производстве элементов конструкций из таких материалов и контроле качества их изготовления очень важной и актуальной является задача определения механических свойств. Традиционные экспериментальные методы оценки свойств таких материалов в рамках гипотезы однородности являются достаточно грубыми. По этой причине необходима разработка альтернативных неразрушающих методов идентификации неоднородных характеристик. Эти методы опираются на акустические методы зондирования и аппарат обратных коэффициентных задач, позволяющий восстанавливать неизвестные функции по информации об амплитудно-частотных характеристиках, измеренных в некоторых точках исследуемого объекта.

В настоящей работе исследована задача об идентификации свойств упругой неоднородной по толщине слоистой структуры. Идентификация производилась на основе данных о полях смещений, измеренных на поверхности слоя. С помощью интегрального преобразования Фурье исходная задача была сведена к решению двух несвязанных краевых задач, аналогичных задаче о продольных колебаниях неоднородного стержня. На основе метода линеаризации построен итерационный процесс, использующий последовательное решение интегральных уравнений Фредгольма 1-го и 2-го рода. Для решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода использован метод регуляризации Тихонова. Выход из построенного процесса производился, когда значение функционала невязки становилось меньше погрешности входных измерений. Проведена серия вычислительных экспериментов по восстановлению различных видов неоднородностей. Результаты экспериментов показали: предложенный подход позволяет достаточно эффективно восстанавливать гладкие законы неоднородности, задачи идентификации кусочно-постоянных неоднородностей требуют дальнейшего исследования. Представлены рекомендации по выбору предпочтительных диапазонов зондирования, при которых восстановление искомым функций осуществляется наиболее точно.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (МК-6213.2012.1) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

Антиплоские колебания предварительно напряженного слоя

Дударев В. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

dudarev_vv@mail.ru

Предварительными напряжениями называются напряжения, которые содержатся в теле при отсутствии внешних воздействий. В живой природе они играют важную роль: увеличивают прочность костной ткани человека и животных, участвуют в ростовых процессах, обеспечивают устойчивость деревьев и т. д. В неживой природе подобные напряжения обычно возникают в ходе различного рода технологических операций (литья,ковки, скрутки, формовки, сварки, резкой температурной обработки и т. д.), а их концентрация наблюдается в окрестности различного рода дефектов (трещины, полости, вкрапления и т. д.). Стоит отметить, что среди наиболее точных методов неразрушающей диагностики неоднородных упругих свойств является акустический метод. В его основе лежит представление о том, что изменение свойств материала ведет к изменению его амплитудно-частотных характеристик.

Рассмотрена задача об антиплоских колебаниях предварительно напряженного анизотропного слоя. Колебания вызываются периодической нагрузкой, приложенной к верхней границе слоя, основание слоя жестко закреплено. Для упрощения поставленной задачи использовано интегральное преобразование Фурье. Представлены задачи нулевого, первого и второго приближения, соответствующие степеням параметра преобразования. Решение прямых задач об отыскании трансформант смещения сведено к решению интегральных уравнений Фредгольма второго рода. Исследовано влияние уровня предварительных напряжений на амплитудно-частотные характеристики слоя. Рассмотрены обратные задачи об отыскании законов изменения компонент тензора предварительных напряжений в рамках акустического метода. В качестве способа решения этих задач предложен метод построения итерационного процесса. Представлены необходимые соотношения для отыскания неизвестных поправок в виде интегральных уравнений Фредгольма первого рода. Обсуждены результаты численных экспериментов по восстановлению неизвестных законов изменения компонент предварительных напряжений. Даны рекомендации по организации наиболее эффективной процедуры реконструкции.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (10-01-00194), в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт № П596) и ЮМИ (г. Владикавказ).

Энергетические характеристики нелинейного взаимодействия нормальных упругих волн в цилиндрических волноводах

Елагин А. В., Сторожев В. И.

Донецк, Донецкий национальный университет
delyagin@inbox.ru

Анализ распределений плотностей средних за период потоков мощности нормальных упругих волн в областях поперечных сечений волноводов является неотъемлемым элементом исследования волноводных свойств деформируемых тел с различными физико-механическими и геометрическими характеристиками. Результаты этого анализа представляют как фундаментальный, так и практический прикладной интерес для поиска оптимизированных режимов возбуждения и приема волн деформаций. Указанные соображения в полной мере относятся и к проблеме оценки энергетических характеристик нелинейного ангармонического взаимодействия пар осесимметричных нормальных упругих волн малой интенсивности в цилиндрических волноводах. В этом контексте рассмотрена задача о малых нелинейных ангармонических возмущениях при распространении вдоль кругового цилиндра из дюралюминия двух одновременно возбужденных осесимметричных бегущих нормальных волн в трех сочетаниях: обе волны являются крутильными; обе волны являются продольно-сдвиговыми волнами Похгаммера-Кри; одна из волн является крутильной, а вторая — продольно-сдвиговой. Они в общем случае имеют различные частоты и относительные длины и принадлежат одной либо разным модам соответствующего дисперсионного спектра.

В рамках общей теории геометрически и физически нелинейных малых ангармонических возмущений, при распространении данных пар волн генерируются нелинейные вторые гармоники — волны удвоенной частоты для каждой из них, рассматриваемых как отдельно взятые уединенные монохроматические нормальные волны, а также нелинейная вторая гармоника комбинационного типа с частотой, равной сумме частот нормальных волн, генерируемая вследствие их нелинейного взаимодействия. Для каждого из указанных сочетаний осесимметричных нормальных волн получены соотношения для расчета плотностей средних за период потоков мощности в нелинейной второй гармонике комбинационного типа через аналитические представления функций волновых перемещений в соответствующей второй гармонике, которая для пар крутильных и пар продольно-сдвиговых нормальных волн является продольно-сдвиговой волной, а для пары, включающей волну кручения и продольно-сдвиговую волну — волной крутильного типа. Получены результаты расчета амплитудно-частотных зависимостей для исследуемых энергетических характеристик вторых гармоник; выявлены диапазоны сочетаний параметров рассматриваемых волновых процессов, в которых можно констатировать высокие энергетические уровни взаимодействия, либо малые энергетические показатели для комбинационных гармоник в сравнении с аналогичными энергетическими характеристикам для нелинейных вторых гармоник отдельно взятых нормальных волн.

Конечно-элементное моделирование сыпучей среды

Еременко Л. Г., Жаров В. П., Михайлов Д. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет

solovievarc@gmail.com

В настоящее время не существует общепризнанного метода моделирования сыпучих сред. Несмотря на то, что сыпучие материалы широко распространены, их изучение представляет все более возрастающий интерес как само по себе, так и в связи с наличием большого количества задач, в которых сыпучая среда является одной из составляющих изучаемой системы.

Моделирование контактного взаимодействия твердого тела с сыпучей средой не вызывает особых затруднений, однако взаимодействие частиц друг с другом, несмотря на кажущуюся тривиальность, сопряжено с определенными трудностями. Компьютерное моделирование позволит проанализировать альтернативные варианты конструкции оборудования, выяснить критические значения управляющих параметров, определить наиболее благоприятные условия для проведения процесса.

Для построения модели движения сыпучих сред с помощью гидродинамической теории была выбрана ламинарная модель течения вязкой жидкости. Это обуславливается тем, что переход от ламинарного режима течения к турбулентному осуществляется при числе Рейнольдса $Re = LU/\nu > Re_{cr}$ которое для данного случая меньше.

Скорость движения сыпучей среды равна

$$u = ns \times 10^{-3}/60,$$

где n — частота вращения привода, s — шаг спирали. При этом максимум функции тока равен расходу сыпучей среды.

Численный эксперимент проводился в ANSYS Fluent и полученные результаты отличаются от известных в литературе аналитических решений не более чем на 13%, что позволяет с высокой точностью получать расход в прикладных задачах такого типа.

Таким образом, предложенная схема моделирования движения сыпучей среды достаточно эффективна для решения задач транспортировки сыпучих сред с помощью гибкого шнека и позволяет производить проверочные расчеты модифицированной формы профиля проволоки спирали, избегая дорогостоящих натуральных экспериментов, сопряженных с необходимостью изготовления модернизированных шнеков.

Учебник и образовательный стандарт. Что важнее?

Ерусалимский Я. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

dnjme@math.sfedu.ru

Новые ФГОС ВПО отличаются от существующих компетентностным подходом. Эта новация способна разрушить единое образовательное пространство. Компетенции носят абстрактный и декларативный характер.

Ниже приведена выборка компетенций двух направлений подготовки: «Математика» и «Прикладная математика и информатика».

1. Выпускник должен обладать: определением общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области; умением понять поставленную задачу; умением формулировать результат; умением строго доказать утверждение; умением на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат; умением самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата; пониманием того, что фундаментальное знание является основой компьютерных наук; обретением опыта самостоятельного различения типов знания.
2. Выпускник должен обладать: способностью демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, пониманием основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой; способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии; способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат; способностью в составе научно-исследовательского производственного коллектива решать задачи профессиональной деятельности; способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости вид и характер своей профессиональной деятельности.

Попробуйте перебросить набор компетенций с одного направления подготовки на другое, никто этого и не заметит.

В сложившихся условиях именно учебник может стать основой, обеспечивающей единство содержания образования в разных вузах. Нужна министерская программа создания учебников. Положительный опыт имеется. Госкомвуз РФ в 1995–1998 гг. провел конкурс по написанию учебников нового поколения. Были определены победители, получившие гранты. Наш учебник «Математика. Общий курс» стал победителем конкурса и опубликован четырьмя изданиями. В ЮФУ на этапе его формирования существовали гранты для авторов учебников и учебных пособий. Эти издания были внутривузовскими, а необходимы общероссийские.

Оптимизация в ANSYS спирального пьезоактуатора

Ефременко О. Ю., Курбатова Н. В., Чумакова Е. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

nvk@math.sfedu.ru

Значение роли пьезодвигателей при конструировании различных приборов, в том числе микроманипуляторов, микроскопов, лазерной техники, медицинского оборудования, установок оборонного назначения, а также промышленных и бытовых устройств трудно переоценить. Однако использование пьезоэлементов сложной геометрии, имеющих неплоские поверхности, стало технологически возможно относительно недавно. Так, следствием решения технологических проблем, связанных с конструированием таких пьезоэлементов, спецификой поляризации пьезокерамики и нанесения электродов, стала серия публикаций, посвященных физическому эксперименту по созданию пьезоэлементов винтовой и спиральной геометрии. Для конструирования пьезоэлементов с заданными свойствами требуется вычислительный эксперимент.

Вычислительный эксперимент в рамках компьютерного конечно-элементного моделирования позволяет не только изучить свойства реально созданных образцов, но и прогнозировать поведение искусственных пьезоэлементов сложной топологии. В предлагаемой работе моделируется и исследуется с помощью пакета ANSYS новый тип пьезоэлектрического привода (двигателя), который получил название винтовой или спиральный.

Выполненные исследования заключаются в построении параметризуемой геометрии модели, определении ее эффективных параметров, оптимальных с точки зрения свойства преобразования электрической энергии в механическую. Такое исследование позволило выявить геометрию и частоты, на которых пьезоэлемент «превращается» в пьезодвигатель. Были рассмотрены модели, имеющие винтовые элементы (сверло, пружина с круглым и прямоугольным сечениями). Для них варьировались размеры и формы поперечного сечения, с использованием однородной и неоднородной поляризаций. Выбор пьезокерамики и формы нанесения электродов также повлиял на эффективность возбуждения механических колебаний электрическим полем. Были построены пьезоэлементы, для которых продольно-крутильные колебания эффективно возбуждаются электрическим полем, и зависимости величины коэффициента электромеханической связи от параметров модели.

По результатам проведенных исследований можно сделать предположение, что пьезоэлектрические спиральные двигатели отличаются большой гибкостью с точки зрения параметров устройства и могут быть адаптированы для разнообразных применений.

Исследование влияния неоднородности на диаграмму растяжения с помощью программной оболочки анализа задач нелинейной теории упругости

Жеребко А. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
emproioarmani.89@mail.ru

Учет нелинейности является важным требованием к математическим моделям современной механики сплошной среды, в особенности к применяемым для изучения поведения мягких биологических тканей, которые и в условиях своего естественного функционирования и в процессе оперативного вмешательства испытывают большие деформации. На передний план при этом выходит проблема выбора самой модели, которая позволила бы корректно описывать поведение исследуемой ткани в реальных условиях. В случае простого упругого материала данная проблема сводится к выбору подходящей функции удельной потенциальной энергии деформации и определению ее параметров.

При этом анализ механических экспериментов, реализуемых с использованием тел канонической формы, может быть успешно проведен с помощью полубратного метода нелинейной теории упругости, который позволяет свести задачу о равновесии тела к краевой задаче для одного или нескольких обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение последних с применением численных методов и систем компьютерной алгебры (СКА) позволяет добиться полной автоматизации исследований.

В то же время достаточно большое количество экспериментальных методик базируется на подходах, не описываемых классическими задачами: неканонической может быть как форма образца, так и условия его закрепления. Это диктует необходимость использования решателей достаточно общего вида, например, основанных на МКЭ.

Актуальной проблемой многих экспериментальных методик является вопрос надежности эксперимента, в частности, гарантии того, что измеряются именно свойства материала, а не конструкции. Важной в этой связи является задача анализа и, при необходимости, устранение влияния пустот и других неоднородностей на процесс измерений. Моделирование поведения тел с геометрическими неоднородностями также диктует необходимость привлечения МКЭ-решателей.

Для решения обозначенных выше проблем в рамках СКА Maple разработана интерактивная оболочка для анализа задач нелинейной теории упругости, реализующая алгоритм автоматической генерации краевых задач равновесия и поддерживающая двусторонний обмен данными со средой КЭ-анализа FlexPDE. Возможные применения разработанной системы, в том числе для решения некоторых типов обратных задач, продемонстрированы на примере задачи о растяжении прямоугольника с отверстием, при использовании для описания свойств материала модели Блейтца и Ко. Проанализировано влияние размеров и положения неоднородности (круглого отверстия) на диаграмму растяжения. Исследовано влияние положения отверстия на диаграмму растяжения и на параметр «утонышения» образца для случая сдвига отверстия вдоль замкнутого контура. Дано сравнение с аналогичными задачами линейной теории упругости.

Численная верификация редуцированной математической модели мелкого протяженного руслового потока

Жиляев И. В.* , Надолин К. А.**

**Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

nadolin@math.sfedu.ru

В геоэкологии и рациональном природопользовании водными объектами суши большое значение имеет количественный анализ и прогноз основных гидрологических характеристик русловых потоков (реки, ручьи, каналы и т. п.).

При расчетах гидрологических характеристик водотоков применяются математические модели разных типов. Наиболее простыми в использовании являются формульные («нульмерные») и балансовые (камерные) модели. Широко используются также одномерные модели, полученные, например, осреднением по живому сечению потока. Однако применение таких моделей весьма ограничено, поскольку они позволяют вычислять лишь интегральные и усредненные характеристики потоков (расход воды, средняя скорость течения и т. п.). Во многих случаях требуется более детальное описание течения, например, учет его поперечной структуры или возникновения в верхнем слое противотока, вызванного действием ветра. Строго говоря, такой анализ требует привлечения трехмерных моделей, точно описывающих исследуемые процессы. Но на практике получить высокую точность моделирования не удастся, поскольку проводимые гидрологические измерения не имеют достаточно высокой точности, необходимой для задания гидрофизических параметров, а также начальных и граничных условий для трехмерных уравнений в частных производных. Кроме того, для русловых потоков сложность и трудоемкость вычислительных экспериментов на основе трехмерных математических моделей усугубляется геометрией расчетной области, сильно вытянутой в продольном направлении. Все вышесказанное объясняет интерес к двумерным и редуцированным трехмерным математическим моделям русловых потоков, сложность которых адекватна точности имеющихся гидрологических данных.

В докладе представлены данные верификации редуцированной математической модели мелкого протяженного руслового потока, полученной ранее методом малого параметра из уравнений Рейнольдса для несжимаемой жидкости, замкнутых на основе гипотезы Буссинеска. Верификация основана на сравнении численного решения уравнений редуцированной математической модели и полных уравнений гидродинамики. Расчеты проводились с использованием конечно-элементного комплекса COMSOL Multiphysics (Femlab), а также программных пакетов Matlab и Maple. Рассмотрены как ламинарные, так и турбулентные течения. Результаты расчетов представлены в виде графиков.

Большие деформации упругих тел с распределенными дислокациями

Зеленина А. А., Зубов Л. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

a.zelenina@gmail.com

Несовместность деформаций, обусловленная наличием непрерывно распределенных дислокаций, является распространенным и важным источником собственных напряжений в твердых телах. Несмотря на то, что полевые уравнения континуальной теории дислокаций известны более 50-ти лет, в литературе почти отсутствуют решения нелинейных краевых задач о равновесии трехмерных тел с распределенными дислокациями. Такое положение обусловлено, в частности, чрезвычайной сложностью дифференциальных уравнений классической нелинейной континуальной теории дислокаций, содержащей в качестве неизвестных функций компоненты тензора деформации, а в качестве заданных функций — компоненты тензора плотности дислокаций.

В настоящей работе при решении статических краевых задач нелинейной теории упругости для тел с распределенными дислокациями используется система уравнений несовместности и уравнений равновесия относительно компонент тензора дисторсии или относительно компонент несимметричного тензора напряжений Пиолы. Предложенный подход допускает эффективное применение полуобратного метода и позволяет выделить класс задач, сводящихся к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Этот класс включает задачи о равновесии полого шара и полого кругового цилиндра с распределенными дислокациями, а также прямоугольного и кругового брусев. Для ряда указанных задач найдены точные решения, иллюстрирующие влияние распределенных дефектов на механическое поведение твердых тел. К таким задачам относится обобщенная нелинейная задача Ламе для полого упругого шара с распределенными радиальными винтовыми дислокациями, плотность которых зависит от радиальной координаты. Установлено, что учет влияния радиальных винтовых дислокаций в шаре невозможен в рамках линейной теории упругости, т. е. данные дислокации создают существенно нелинейный эффект. В рамках модели сжимаемого полуплинейного материала построено точное решение нелинейной задачи Ламе для цилиндра с учетом распределенных краевых дислокаций. В точной аналитической форме решена также нелинейная задача о кручении кругового полого цилиндра из несжимаемого материала с учетом распределенных радиальных винтовых дислокаций. Исследовано влияние дислокаций на прямой и обратный эффекты Пойнтинга при кручении цилиндра.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры России» на 2009–2012 гг.

Реконструкция свойств межфазного слоя в армированных композитах

Зиборов Е. Н.* , Напрасников В. В.**** Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет**** Минск, Белорусский национальный технический университет*

solovievarc@gmail.com

Изделия из армированных композитов, такие, например, как полимеркомпозитные лонжероны лопастей вертолета, работают в режиме многоциклового нагружения и испытывают деформации растяжения, сжатия и кручения. В результате этого, а также за счет действия климатических факторов, жесткость этих конструкций значительно снижается и проблема расчета их ресурса далека от приемлемого для практики решения. Одна из причин накопления усталостных повреждений проявляется в нарушении адгезии между армирующими волокнами и матрицей. Макромоделирование этого процесса возможно с помощью введения некоторого межфазного слоя, жесткостные свойства которого отличаются от свойств матрицы и существенно зависят от степени расслоения. В отечественной и зарубежной литературе разработан ряд линейных и нелинейных моделей напряженно-деформированного состояния межфазных слоев. Идентификация этих моделей или параметров, их характеризующих, представляется актуальной задачей; решение ее является составной частью решения проблемы оценки ресурса композитных элементов.

В настоящей работе рассмотрен некоторый представительный объем армированного однонаправленными нитями композита. Проведен конечно-элементный анализ напряженного состояния при действии различных типов усилий (растяжение–сжатие, кручение, изгиб), который позволяет использовать аналитические решения задач для многослойного цилиндра для идентификации линейно-упругих свойств межфазного слоя. В работе построена система трансцендентных уравнений для определения геометрии и упругих свойств межфазного слоя. Входной информацией для решения задачи идентификации служат данные экспериментов по определению удлинений, углов поворота номали и углов закручивания. Приведенные результаты численных экспериментов, в том числе с использованием конечно-элементного пакета ANSYS, для различных соотношений между упругими свойствами компонентов модели показали высокую эффективность предложенного метода.

При использовании усложненных моделей межфазного слоя решение прямых задач проводится с помощью МКЭ.

Авторы выражают благодарность А. Н. Соловьеву за внимание к работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Конечно-элементное моделирование пьезопреобразователя с усложненными свойствами

Зыонг Л. В., Соловьев А. Н.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

Разработка устройств накопления энергии является актуальной теоретической и технической проблемой настоящего времени. Один из типов подобных устройств может быть создан на основе использования пьезоэлектрических преобразователей энергии, подверженных внешнему вибрационному гармоническому или периодическому нестационарному механическому воздействию. При этом возникают проблемы оптимального проектирования таких устройств в смысле получения наибольшей электрической энергии.

В работе проведен анализ зарубежной литературы, посвященной данной тематике, в результате которого был выбран прототип исследуемого устройства и пути его совершенствования. Первое направление — это оптимизация геометрии, второе направление — выбор материалов активного элемента.

В работе рассматривается многослойный пьезоэлектрический преобразователь с цилиндрическим пьезокерамическим элементом, расположенным между некоторым основанием, и дополнительным массивным телом. Рассматриваются несколько режимов работы преобразователя, совершающего толщинные колебания, возникающие за счет гармонического колебания его основания или нестационарного воздействия на присоединенное массивное тело. Построены аналитические и численные модели работы устройства. В аналитических моделях рассматриваются одномерные движения, при этом пьезоактивный элемент моделируется двумя способами: в первом в виде пружины, и модель представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение, во втором учитываются его инерционные свойства, что приводит к одномерной по координате краевой задаче. Для аналитических моделей удастся получить формулы для основных энергетических характеристик преобразователя. Численно конструкция моделируется в конечноэлементных пакетах ANSYS и ACELAN.

Проводится модальный, гармонический и нестационарный анализ преобразователя в случае, когда один из электродов пьезоэлемента подключен к электрической цепи, соединенной с устройствами накопления энергии.

На основе анализа аналитической модели и проведенных расчетов выбираются рациональные геометрические характеристики устройства и физические свойства активного элемента (например, использование пьезокомпозитных материалов).

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Развитие интернет-портала «Биомеханика в России»

Иванов Д. В.

Саратов, Саратовский государственный университет

ivanovdv@gmail.com

Цель проекта «Биомеханика в России» состоит в формировании и развитии информационной среды в форме обеспечения научных коммуникаций среди профессиональных аудиторий, осуществляющих НИОКР в области биомеханики, биофизики, медицины.

Задачи проекта:

- продвижение биомеханики в России путем привлечения студентов, аспирантов, ученых к выполнению исследований по ключевому направлению науки, технологий и инноваций «Живые системы»;
- обеспечение онлайн общения, обмена опытом, консолидации ученых для решения фундаментальных и прикладных проблем биомеханики;
- публикация научных и научно-популярных статей, учебных материалов и пособий, результатов исследований, идей по биомеханике;
- публикация информации о конкурсах, конференциях, школах-семинарах, совещаниях по направлениям биомеханики;
- обеспечение доступа школьников, студентов, аспирантов, ученых, медицинских работников, сотрудников фармацевтических компаний к информации по биомеханике;
- оказание консультативных, аналитических и экспертных услуг в области биомеханики.

Учредителями сайта являются Российский Национальный комитет по теоретической и прикладной механике и Научный совет РАН по биомеханике. Сайт имеет несколько основных разделов: «Биомеханика», «Новости», «Публикации», «Объявления», «О проекте».

Раздел «Биомеханика» содержит информацию о российских ученых-биомеханиках, паспорт специальности, данные о диссертационных советах, а также информацию о ведущих научных биомеханических школах в России и мире. В разделе «Новости» публикуются новости в мире науки, биомеханики, медицины. В разделе «Публикации» размещаются учебные и учебно-методические пособия, книги по биомеханике, сборники конференций по биомеханике, статьи и аннотации и т. п. «Объявления» — краткие информационные сообщения о проходящих и будущих конференциях, семинарах, рабочих совещаниях по биомеханике, здесь же публикуется информация об изменениях в работе сайта, а также другие сообщения. Раздел «О проекте» содержит информацию о целях, задачах проекта, краткий навигатор по сайту, карту сайта, ссылку на подраздел с опросами, форумом, страницу с контактными данными разработчиков и ссылку для регистрации на портале.

Каждый зарегистрированный на сайте пользователь может добавлять свои собственные материалы на сайт: после регистрации становится доступно пользовательское меню.

О построении теории биологической адаптации. Вычислительные эксперименты и теорема Перрона

Ильичев В. Г.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
vitaly369@yandex.ru

В дискретном случае модель динамики популяции является композицией нелинейного оператора, ответственного за процессы гибели и размножения, и линейного оператора M , осуществляющего перемешивание особей между районами. Здесь M — квадратная матрица с неотрицательными элементами, а сумма ее элементов в каждом столбце равна 1. Дополним модель динамики фактором адаптации маршрута миграции в зависимости от состояния кормовых ресурсов районов. Это достигается путем имитации эволюционного процесса путем генерации мутантов с различными маршрутами с последующим отбором.

Пусть задана начальная матрица MH . Тогда естественной представляется гипотеза: в процессе адаптации финальная матрица $MФ$ определяется однозначным образом. К сожалению, компьютерные расчеты показали, что исход адаптации сильно зависит от выбора начальной матрицы.

Возможно, существуют менее жесткие характеристики адаптации, чем сама матрица. Тем не менее, не исключено, что некоторые из свойств финальных матриц могут быть универсальными. Оказывается, так и есть на самом деле.

Так, согласно теореме Перрона каждая положительная матрица имеет единственный положительный собственный вектор, который ниже будем называть перроновским. Его компоненты характеризуют относительное время пребывания популяции в районах. Неожиданно удалось обнаружить, что перроновские вектора всех финальных матриц почти одинаковы.

В результате коадаптации матриц миграции хищника и жертвы происходит совпадение их перроновских векторов.

Коадаптация конкурирующих (хищных) популяций значительно сложнее. Если кормовые ресурсы районов примерно равны, то ситуация упрощается. Здесь следует сопоставить финальным матрицам, например, двух конкурентов свой граф смежности. Оказывается, поглощающие структуры (т. е. вершины и циклы) этих графов не пересекаются, а у соответствующих перроновских векторов возникают нули на противоположных местах.

При оптимальном или заданном вылове адаптивное поведение рыбной популяции сводится к однозначному «установлению» своего перроновского вектора.

В целом, районы, в которых пребывание не является комфортным (мало корма или значительный вылов), популяция посещает достаточно редко.

Таким образом, здесь пространственная адаптация свелась к перестройке временных характеристик поведения популяции. Вероятно, в философской связке «пространство–время» последний элемент является ведущим фактором. Это указывает на то, что сначала было создано Время, и лишь затем Пространство.

Диффузия водорода в металлах при усталостном разрушении

Индейцев Д. А.*, Полянский В. А.*, Семенов Б. Н.**,
Стерлин М. Д.**, Яковлев Ю. А.*

* Санкт-Петербург, Институт проблем машиноведения РАН

** Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет
semenov@bs1892.spb.edu

Водород — это один из самых распространенных элементов на планете. В твердых материалах водород находится в ловушках различной природы. В зависимости от характера распределения водорода по ловушкам и его концентрации материал приобретает определенные свойства. В конструкционных материалах, таких, как сталь и алюминий, наличие водорода негативно сказывается на механических свойствах. Если водород способен образовывать с материалом соединения с большой энергией связи, например гидриды, то охрупчивание материала происходит при значительно больших концентрациях, чем в случае отсутствия таких ловушек, когда водород образует соединения с низкой энергией связи или находится в диффузно-подвижном состоянии. Большое влияние на распределение водорода в материале оказывает не только насыщение из внешней среды, но и распределение механических напряжений по материалу. В процессе механического нагружения водород диффундирует в область растягивающих напряжений (эффект Горского). При циклическом нагружении наблюдается накопление водорода в зонах максимальных напряжений, поскольку в процессе нагружения происходит перераспределение водорода по энергиям связи.

При циклических нагрузках объемное перераспределение водорода приводит к увеличению его концентрации в областях разрушения. В прилегающих к ним областях, напротив, концентрация водорода уменьшается. При одноосном циклическом нагружении распределение концентрации водорода вдоль металлического образца имеет ярко выраженный многоэкстремальный характер с одним основным пиком.

Предложена модель, описывающая наблюдаемое явление. В настоящей работе приведена замкнутая система связанных уравнений переноса примеси при деформации тела, вытекающая из общих законов механики сплошной среды. На этой основе выведено обобщенное уравнение диффузии.

Показано, что учет взаимных связей диффузии и деформации важен при изучении процессов, сопровождающихся вибрацией и чередующимися циклами нагружения-разгрузки материала с примесью. При нестационарном деформировании тела передвижение примеси может быть направлено против энтропийного потока диффузии, вызывать локализацию примеси и отсюда необратимое ухудшение механических свойств материала, например, охрупчивание и разрушение металла в местах концентрации в нем диффузионно-подвижного водорода.

В качестве приложения рассмотрено явление локализации примеси в стержне при его циклическом нагружении. Результаты расчетов по предложенной модели сопоставлены с экспериментами по исследованию перераспределения водорода при циклическом деформировании металлических образцов из сплава алюминий-медь-свинец.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 11-01-00385-а.

Уравнение Рэля при наличии диффузии

Казарников А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

kazarnikov@gmail.com

Рассматривается уравнение Рэля в пространственно-однородном случае:

$$\ddot{x} - (\mu - \dot{x}^2)\dot{x} + x = 0.$$

Это уравнение, наряду с уравнением Ван-дер-Поля, служит основной моделью для анализа нелинейных колебаний. Здесь μ — безразмерный управляющий параметр.

Уравнение Рэля можно свести к системе:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 + \mu x_2 - x_2^3 \end{cases}$$

Известно, что единственное нулевое положение равновесия при $\mu < 0$ асимптотически устойчиво, при $\mu > 0$ — неустойчиво. При $\mu = 0$ в системе имеет место бифуркация Хопфа. В настоящей работе найдена асимптотика периодического решения уравнения Рэля методом Ляпунова-Шмидта.

Учитывая в полученной системе влияние диффузии, приходим к пространственно-распределенной системе уравнений реакции-диффузии:

$$\begin{cases} u_t = \nu u_{xx} + v \\ v_t = \nu v_{xx} - u + \mu v - v^3, \end{cases}$$

которая сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению в соответствующем гильбертовом пространстве.

Целью настоящей работы является исследование бифуркационного поведения системы при различных типах краевых условий: Неймана, Дирихле, а также в условиях второй краевой задачи при наличии нулевого среднего. Для отыскания вторичных решений применяется метод Ляпунова-Шмидта в форме, развитой в работах В.И.Юдовича.

Показано, что в случае краевых условий Неймана при изменении параметра μ в системе имеет место колебательная неустойчивость. Найдены главные члены асимптотики периодического решения. Показано, что в этом случае в системе имеет место пространственно-однородный автоколебательный режим.

В случае краевых условий Дирихле в зависимости от значений параметра ν наблюдается либо колебательная, либо монотонная потеря устойчивости. Определена зависимость типа потери устойчивости от значений параметра ν , найдена асимптотика вторичного решения методом Ляпунова-Шмидта.

Показано также, что в условиях второй краевой задачи при наличии нулевого среднего возникает пространственно-неоднородный вторичный режим. Найдены главные члены его асимптотики.

Проведены численные эксперименты для сравнения результатов аналитического исследования с численными. Для получения численных решений применен пакет Maple.

Исследование напряженно-деформированного состояния рамы автомобиля методом конечных элементов

Камран К. А., Кашкан А. В., Напрасников В. В.

Минск, Белорусский национальный технический университет

N_V_V@tut.by

Основанием двигателя является стальная рама, опертая на вязкоупругие опоры. На одной из поперечин рамы находится несбалансированный двигатель. Дисбаланс двигателя учитывается задаваемой нагрузкой.

Для построения модели использован пакет ANSYS. Использован двадцатиузловой пространственный конечный элемент SOLID186. Использование такого элемента требует больших ресурсов компьютера и времени расчета, особенно при рассмотрении полного динамического анализа. В то же время это избавляет от необходимости упрощающих предположений, связанных с применением стержневых конечных элементов.

Для того, чтобы создать элементы (демпферы, точечную массу), были определены атрибуты каждого из элементов типа COMBIN14, соответствующие номера узлов, между которыми должны строиться эти элементы, и проведено построение элементов путем перечисления этих узлов.

Место приложения силы — узел под мотором, закон изменения — циклический.

Получены графики, отражающие изменение во времени перемещений узлов конструкции в вертикальном направлении и напряжений в опасных местах конструкции (главных и эквивалентных по теории прочности Мизеса).

Анализ результатов показывает:

- для данной модели достаточно использовать время наблюдения 20 с;
- характер кривых перемещений не вызывает сомнений в устойчивости расчета;
- максимальные перемещения возникают в районе крепления двигателя и в районе крепления рамы к подвеске;
- все перемещения с течением времени уменьшаются, что объясняется выключением двигателя и наличием рассеивающих элементов в подвеске; модули максимумов первого и третьего главных напряжений соизмеримы. Таким образом, материал конструкции в равной степени подвержен как растяжению, так и сжатию;
- срезающие напряжения по значениям примерно на два порядка меньше нормальных, поэтому их учет в дальнейших расчетах не существен;
- в качестве критерия напряженного состояния материала в дальнейших расчетах можно использовать эквивалентные напряжения по теории прочности Мизеса.

Модель позволяет выполнять дальнейшие исследования на основе ее уточнения и дополнения.

Энергетические характеристики волн Лэмба в анизотропных композитах

Кармазин А. В.* , Кириллова Е. В. , Сыромятников П. В.*****

**Karlsruhe, Institute for Technical Mechanics, Karlsruhe University*

***Wiesbaden, RheinMain University of Applied Sciences*

****Краснодар, Южный научный центр РАН*

syromyatnikov_pv@mail.ru

Рассматривается задача о гармонических колебаниях многослойного анизотропного композита с плоско-параллельными границами раздела слоев. Колебания возбуждаются поверхностными источниками различной конфигурации, которые представляют собой сосредоточенные нагрузки, распределенные непрерывно или дискретно либо по периметру окружности, либо по периметру кольцевого сектора.

Осредненный вектор Умова-Пойнтинга рассчитывался по полю перемещений и напряжений. Перемещения, представленные двукратным интегралом Фурье, вычислялись в дальней зоне асимптотически методом стационарной фазы и методом интегрирования по теории вычетов вычетов в ближней зоне.

В области низких частот для трех фундаментальных мод Лэмба A_0 , S_0 , SH_0 строились плотности потоков механической энергии, излучаемой поверхностным источником. Рассчитывались потоки энергии отдельных мод и суммарные потоки через боковую поверхность цилиндра большого радиуса с центром в месте расположения поверхностного источника. Расчеты проводились для трех симметричных гибридных композитов $[90/45/-45]_s$, $[45/-45/0/90]_s$, $[0/45/-45/90]_2s$ из материалов CFRP-T700GC/M21, IM7-Cycrom-997-3.

Для каждой из мод исследовались плотности и потоки вектора Умова-Пойнтинга в зависимости от частоты, направления распространения волн, вертикальной координаты, вида и модели поверхностного источника, метода расчета, типа и материала композита.

Расчеты полей перемещений, полученные указанными выше методами, сопоставлялись с аналогичными расчетами в конечно-элементном пакете ABAQUS и экспериментальными данными. Сравнение показало хорошее качественное и количественное совпадение результатов.

При возникновении каустик, в поле перемещений и напряжений, рассчитываемых методом стационарной фазы и обусловленных упругой анизотропией, возникает разрыв в виде «зоны тени». При расчете методом интегрирования по теории вычетов «зона тени» отсутствует, что позволяет провести правильный расчет как потоков энергии отдельных мод, так и общего баланса. Расхождения между балансами энергий, полученных двумя методами, различаются на величину потоков через «зону тени» и могут достигать десятков процентов. Вне «зон тени», а также в случае отсутствия каустик, плотности потоков и суммарные потоки, полученные двумя указанными методами, различаются незначительно и в пределах погрешностей вычислений.

Контактная задача для системы цилиндр-сфера-куб с тонкими мягкими вкладышами

Кармазин П. А.* , Сухов Д. Ю. , Чебаков М. И.*****

** Ростов-на-Дону, Ростовский гос. университет путей сообщения*

*** Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

**** Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикл. математики им. Воровича И. И.
d.u.sukhov@gmail.com*

Рассматривается задача о контактном взаимодействии частей шкворневого узла. Узел состоит из цилиндрического шкворня, шаровой опоры, кубической обоймы, а также цилиндрической и сферической антифрикционных прокладок. Задача моделировалась с учетом трения и несимметричного нагружения. Были проведены:

- исследование распределения контактных и эквивалентных напряжений на поверхностях и в глубине контактирующих тел, выявлены места концентрации напряжений;
- исследование влияния несимметричного нагружения на величину и распределение пиковых напряжений;
- сравнение решения с известным решением симметричной задачи и определение пригодности упрощенной симметричной постановки для описания распределения контактных и эквивалентных напряжений;
- исследование зависимости напряжений от жесткости материала прокладок.

Для построения КЭ-модели использовался квадратичный элемент SOLID186 с контактными парами CONTA174 и TARGE170. В поверхностях контакта разбиение строилось регулярным образом, выделялись зоны канонического разбиения вглубь тел. В условия контакта был добавлен учет трения с коэффициентом $\mu = 0.1$. Модель строилась симметрично по одной из материальных плоскостей. Нагружение проводилось сосредоточенной силой в специально выделенной зоне шкворня, перемещавшейся только поступательно.

В результате расчетов было определено, что использование упрощенной симметричной постановки задачи допустимо лишь для оценки общего характера распределения контактных и эквивалентных напряжений. Для оценки пиковых значений напряжений в зонах концентрации использовать упрощенную постановку нельзя, так как она завышает их значения. Так же, как и в симметричной задаче, подтвердилось наличие эффекта «защемления» краев обеих прокладок между жесткими элементами конструкции, что приводит к концентрации напряжений в виде узкой полосы, имеющей перерезывающий характер, на небольшом удалении от краев прокладок. Кроме того, увеличение жесткости материала прокладок в несимметричной постановке увеличивает эквивалентные напряжения, но приводит к перераспределению контактных напряжений, в результате чего последние незначительно изменяются как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения.

О магистерской программе «IT in Biomechanics», разрабатываемой в ЮФУ по проекту ICARUS программы Tempus-IV

Карнаухова О. С., Карякин М. И., Надолин К. А.

*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
nadolin@math.sfedu.ru*

На мехмате ЮФУ реализуется проект ICARUS — «Internationalised Curricula Advancement at Russian Universities in the Southern Region» («Интернационализация учебных планов на уровне магистра в российских вузах в южном регионе»), ставший победителем конкурса «Tempus-IV» в 2011 году. Проект был представлен Южным федеральным университетом совместно с тремя российскими и четырьмя европейскими университетами. Проект рассчитан на 3 года и предполагает разработку совместных магистерских программ в области информационных технологий и инжиниринга в соответствии с положениями Болонской декларации.

В ходе реализации проекта предполагается создание четырех таких программ: IT in Electrical Engineering (ЮРГТУ), IT in Software Engineering (КубГУ), IT in Industrial Engineering (ВГУ) и IT in Biomechanics (ЮФУ). Разработку каждой программы будет осуществлять российский университет, и курировать европейский университет-партнер. Программы будут основаны на модульном принципе и включать общий блок ИТ-дисциплин.

Важной задачей проекта ICARUS является углубление и развитие партнерских связей между российскими и европейскими университетами с перспективой получения выпускниками дипломов двух университетов. Для достижения этой цели потребуется составить согласованные учебные планы магистратуры и совместно разработать с учетом опыта европейских университетов-партнеров программы дисциплин специализации, которые будут удовлетворять российским федеральным государственным образовательным стандартам и одновременно соответствовать положениям Болонской декларации.

Следует отметить, что на мехмате ЮФУ накоплен большой опыт академического сотрудничества с зарубежными вузами, в результате которого более десяти выпускников факультета получили дипломы европейских университетов.

В докладе будут отражены результаты совместной работы по проекту ICARUS, достигнутые в ходе исследовательских визитов представителей российских вузов в европейские университеты-партнеры. Основное внимание предполагается уделить обсуждению структуры магистерской программы «IT in Biomechanics» и вопросам международного сотрудничества университетов по созданию совместных образовательных программ. Предполагается рассмотреть различные модели таких программ: joint degree program (программа совместного диплома), double degree program (программа двух дипломов) и multiple degree program (программа нескольких дипломов) и проанализировать перспективы их реализации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Еврокомиссии (проект 516857-TEMPUS-1-2011-1-SETEMPUS-JPCR). Доклад отражает личное мнение авторов и Комиссия не несет ответственности за какое бы то ни было использование представленной информации.

Формы потери устойчивости высокоэластичной цилиндрической оболочки при растяжении и раздувании.

Карякин Д. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
dmitry_mechanic@mail.ru

Задачи об устойчивости деформируемых тел имеют большое значение не только с теоретической, но и с прикладной точки зрения. В большинстве работ по устойчивости как тонкостенных конструкций, так и трехмерных тел рассматривается потеря устойчивости при сжимающих нагрузках. Это связано, прежде всего, с решением практических задач, например, строительной механики или сопротивления материалов.

Однако бифуркация равновесия может проявляться и при растягивающих напряжениях. При этом в сравнении с неустойчивостью при сжатии, при растягивающих нагрузках проявляются определенные особенности, такие как неустойчивость при очень больших деформациях, ограниченность использования двумерной теории оболочек, конечный набор моделей материалов, для которых возможна потеря устойчивости.

В данной работе с использованием мембранной теории нелинейно-упругих оболочек исследована устойчивость тонкостенной цилиндрической трубы при раздувании и осевом растяжении.

Были рассмотрены две модели материала: модель Бидермана и модель степенного нелинейно-упругого материала. С использованием линеаризованных уравнений равновесия были построены бифуркационные кривые в виде множества точек на плоскости параметров нагружения. Общее число построенных бифуркационных кривых — 500 для каждого типа материала. Определена минимальная достаточная точность построения точек бифуркационных кривых с использованием сингулярного разложения матриц.

Закритическое поведение оболочки исследовано методом Ритца, при этом в качестве координатных функций для метода Ритца выбирались решения линеаризованной задачи для определенного набора точек различных бифуркационных кривых, соответствующих различным модам потери устойчивости. Количество бифуркационных кривых, точки которых использовались в вычислении, варьировалось от одной до десяти. Бифуркационные кривые для вычисления выбирались из различных соображений, в частности, предпочтение отдавалось кривым для небольших номеров мод, наиболее значимых для определения формы потери устойчивости. Построены трехмерные формы закритического равновесного состояния оболочки, проанализирована их зависимость от материальных параметров рассмотренных моделей.

Для проведения вычислений была разработана специальная программная система, основанная на взаимодействии среды аналитических вычислений Maple и компилятора командной строки PascalABC.Net. Использование внешней программы позволило увеличить скорость вычисления в 50–100 раз по сравнению с проведением вычислений в Maple.

О влиянии внутренних напряжений, вызванных изолированным дефектом, на устойчивость цилиндра при сжатии и растяжении

Карякин М. И., Поздняков И. В., Шубчинская Н. Ю.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
natalieshubchinskaya@gmail.com

Внутренние напряжения, вызванные дефектами кристаллической решетки, оказывают существенное влияние на различные процессы, происходящие в реальных кристаллических телах, такие как ползучесть, пластичность, разрушение и т. п. В ряде случаев именно эти напряжения являются причиной происходящих в кристаллах явлений. Существует целый ряд теоретических причин и экспериментальных фактов, подтверждающих актуальность учета нелинейных слагаемых и эффектов в теории внутренних напряжений. В настоящей работе в рамках нелинейной теории упругости изучен ряд вопросов о влиянии внутренних напряжений на устойчивость процесса растяжения упругого образца.

В работе рассмотрены два типа изолированных дефектов: клиновья дисклинация и винтовая дислокация. Для описания механических свойств цилиндра, содержащего дефект, использованы две модели нелинейно-упругого поведения: полулинейный материал (материал Джона) и материал Блейтца и Ко (общий трехконстантный вариант). Проведен анализ изменения длины ненагруженного цилиндра при образовании в нем дефекта. Показано, в частности, что это изменение длины является нелинейным эффектом, причем его знак — удлинение или укорачивание — существенно зависит от материальных параметров используемых моделей. Для подтверждения численных результатов использованы асимптотические формулы, полученные в рамках теории эффектов второго порядка.

Для изучения устойчивости цилиндра при растяжении и сжатии использован бифуркационный подход, основанный на линеаризации уравнений равновесия в окрестности решений, полученных с использованием полуобратного метода нелинейной теории упругости. Поиск точек бифуркации при этом основывается на анализе линейной однородной краевой задачи шестого порядка, переменные коэффициенты которой зависят от найденной на первом этапе функции радиального смещения точек цилиндра. Под точками бифуркации понимались такие значения параметра дефекта или какой-либо деформационной характеристики, при котором линеаризованная однородная краевая задача имеет нетривиальное решение. Задача о сжатии рассматривалась, главным образом, как средство верификации разработанной программной системы. В случае растяжения установлено, в частности, что величина коэффициента Пуассона оказывает существенное влияние на устойчивость цилиндра, содержащего изолированный дефект. Приведены результаты численных расчетов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-01-00038-а) и Южного математического института, г. Владикавказ.

Многомасштабное моделирование сердечно-сосудистой системы человека

Кизилова Н. Н.

Харьков, Харьковский национальный университет
n.kizilova@gmail.com

Представлен обзор моделей сердечно-сосудистой системы человека, включающих русло системных и внутриорганных артерий и вен большого и малого круга кровообращения, микроциркуляторное русло, сердце и систему управления. В последнее время усилился интерес к синтетическим моделям, которые допускают детальные 3D расчеты для отдельных участков сосудистого русла с учетом их геометрии и реологических свойств стенки при относительной простоте математического моделирования других отделов на основе нульмерных, 1D или 2D моделей, что позволяет проводить расчеты в реальном времени. Ранее авторами была разработана наиболее полная на сегодняшний день модель сосудистого русла, включающая около 1000 артерий системного дерева и около 100000 средних и малых внутриорганных и внутримышечных артерий. Длины, диаметры, толщины и реологические параметры стенок измерялись на трупных препаратах, слепках внутриорганных русел и статистического анализа собственных данных и данных измерений и экспериментов, представленных в литературе.

Расчеты давлений и скоростей течения крови, распространения и отражения пульсовых волн проводятся на базе двух основных моделей: одномерной модели заполненной жидкостью податливой трубки произвольного сечения и двумерной модели осесимметричного течения в трубках из вязкоупругого материала. Одномерная модель представлена гиперболической системой уравнений и допускает решение методом характеристик. Двумерная модель представлена линеаризованными уравнениями Навье-Стокса для жидкости и уравнениями для несжимаемой вязкоупругой стенки. В осесимметричной постановке можно получить аналитическое решение для жидкости и стенки. После нахождения коэффициентов из условий непрерывности скорости, нормальных и тангенциальных напряжений на границе раздела жидкость-стенка, определяется новое положение стенки и решение для деформирующейся стенки получается путем итераций.

Обе модели имеют свои преимущества и недостатки и тестировались на ветвящихся артериальных руслах с анастомозами и без них. Наибольший интерес для детальных 3D расчетов представляют коронарные артерии и каротидный синус. В данной работе обсуждается проблема адекватных граничных условий при стыковке 1D и 3D, 2D и 3D моделей. Граничные условия получены из условий сохранения массы и энергии на участке стыковки моделей с разными пространственными размерностями. Представлены результаты численных расчетов. Проведен анализ интенсивностей падающих и отраженных волн (wave-intensity analysis), по временам запаздывания передних фронтов которых можно вычислить расстояние до места отражения, соответствующего стенозу, аневризме и другим сосудистым патологиям.

Физико-механические свойства коронарных артерий сердца человека

Кириллова И. В., Щучкина О. А.

Саратов, Саратовский государственный университет

lelik19s@rambler.ru

Левая и правая коронарные артерии (КА) сердца являются одними из главных артерий в нашем организме. Устья КА расположены прямо за створками аортального клапана и получают больший объем крови не в систолу (как все остальные органы), а в диастолу сердца, т. е. когда сердце максимально расслаблено. Каждая из КА обладают несколькими крупными ветвями и множеством мелких. Артерии сердца имеют диаметр 2–4 мм. Сужение такого просвета происходит за довольно короткий срок. В связи с этим окклюзия и/или стеноз КА — одно из основных заболеваний, ведущих к поражению сердечно-сосудистой системы в целом. Для возможности прогнозирования развития заболевания в зависимости от возрастной группы и пола человека проведено изучение физико-механических свойств коронарных артерий.

Образцами для эксперимента по одноосному растяжению служили сегменты коронарных артерий сердца человека, изъятые у трупов людей обоего пола не позднее суток после наступления смерти. Исследования проводились в день забора материала, не позднее двух часов после аутопсии. До начала экспериментов образцы сохранялись в физиологическом растворе при температуре 20 ± 1 C°.

Образцы вырезались из сосуда в двух направлениях — продольном и окружном. В среднем длина образца составляла $l_0 = 30 \pm 0,02$ мм для продольного и $l_0 = 8 \pm 0,02$ мм для окружного направлений нагружения. Толщину образца определяли цифровым микрометром с погрешностью не более $\pm 0,005$ мм.

Во всех случаях причина смерти была не связана с поражением коронарных артерий. Все материалы были распределены по 4 возрастным группам: I группа — 61–70 лет, II группа — 51–60 лет, III группа — 41–50 лет, IV группа — 31–40 лет.

Исследование механических свойств сосуда проводилось на настольной одноколонной испытательной машине Instron 5944 с использованием BioBath в воздушной и водной среде (раствор хлорида натрия).

В случае проведения эксперимента на растяжение в воздушной среде график показывает нелинейный характер. При проведении эксперимента в физиологическом растворе график демонстрирует ярко выраженный линейный характер, при этом модуль Юнга отличается не более чем на 5 %.

Анализ основных сегментов коронарных артерий показал, что образцы IV группы (31–40 лет) обладают большей эластичностью, нежели образцы I группы (61–70 лет). При поражении стенок сосудов мелкоочаговым и крупноочаговым кардиосклерозом образцы демонстрируют малую эластичность, нежели не пораженные данной патологией, а также уменьшение эластичности при отдаленности сегмента от основной ветви артерии.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 09-01-00804-а.

Моделирование движения крови при наличии стеноза

Клевчишкина Н. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

klevchishkina@yandex.ru

В настоящее время диагностика и лечение стеноза сосудов является одной из важнейших задач медицины. Применительно к сердечно-сосудистой системе, стеноз — это сужение кровеносных сосудов вследствие отложений на стенках сосудов. Сужение сосудов препятствует течению крови, следовательно, некоторые части организма испытывают нехватку кислорода и питательных веществ. В связи с этим чрезвычайно важным становится изучение влияния стеноза на кровоток в артериях.

Рассмотрено течение вязкой жидкости в аксиально-симметричной эластичной трубке при наличии сужения, моделирующего движение крови в сосуде при наличии стеноза. Сделаны следующие допущения: предполагается, что жидкость однородная, вязкая, несжимаемая; плотность стенки трубки постоянна, деформация трубки характеризуется изменением ее радиуса, радиус трубки зависит от координаты и времени; деформации стенки трубки и ее толщина малы по сравнению с радиусом, а характерные длины волновых процессов много больше равновесного радиуса; давление жидкости в потоке одинаково по всему сечению трубки и зависит от координаты и времени. На начальном этапе предполагалось ограничиться анализом нелинейных волн в длинноволновом приближении и при больших числах Рейнольдса. Такое приближение является справедливым для средних и крупных артерий.

В рамках одномерной теории движение жидкости в трубке с переменным радиусом (со стенозом) моделируется системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных.

На начальном этапе задача решалась в линеаризованной постановке. В рамках такого допущения предполагалось, что давление жидкости в трубке прямо пропорционально возмущениям радиуса стенки трубки. Линеаризованная задача была сведена к канонической системе двух дифференциальных уравнений первого порядка. Найдено решение данной системы, полученное с помощью идей метода Галеркина. В рамках такого подхода решение ищется в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от координаты, а вторая — от времени. Путем осреднения по длине трубки построена задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Проанализировано изменение скорости распространения волн в сосудах и возмущения радиуса стенки сосуда при различных формах стеноза и его положениях, приведены соответствующие графические зависимости.

Идентификация упругих характеристик пороупругого стержня

Козин С. В., Ляпин А. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

alexlpn@hotmail.com

В настоящее время исследования в области пороупругих сред приобрели большую популярность. Это связано с растущим интересом к таким новым областям науки, как, например, биомеханика. Многие ткани организма, в том числе костная ткань, для своего математического описания требуют учета сложной структуры среды. Различные процессы фильтрации жидкости в грунте, осадка также могут быть успешно описаны моделями пороупругости.

Костная ткань по своей природе является неоднородной. Известно, что длинные, или трубчатые, кости отличаются вытянутой формой, причем средняя часть — тело кости — по форме приближается к цилиндру, а оба конца утолщены в суставные головки. Снаружи трубчатые кости построены из плотного костного вещества. Внутренняя часть суставных головок состоит из губчатого костного вещества, образованного системой взаимно пересекающихся костных перегородок, между которыми в ячейках находится костный мозг. Средняя часть кости обычно имеет внутри более или менее обширную полость, заполненную костным мозгом; у некоторых видов трубчатых костей центральная часть тела наполнена губчатым костным веществом.

Таким образом, для точного описания поведения костной ткани необходимо учитывать сложную пористую структуру, а также неоднородность пороупругих характеристик, как по сечению кости, так и по длине.

В представляемом докладе речь пойдет о реконструкции упругих свойств кости. В качестве простейшей модели был выбран пороупругий неоднородный стержень. Для описания поведения была использована модель пороупругой среды, в которой неизвестными являются компоненты вектора смещений и давление жидкости в порах, а также учитываются высокочастотные слагаемые, что делает многие параметры зависимыми от частоты. Стержень был жестко закреплён на нижнем конце и возбуждался продольной силой в режиме установившихся колебаний на верхнем. Решение прямой задачи отыскивалось численно при помощи метода стрельбы. Приведены амплитудно-частотные характеристики задачи. Выведено операторное соотношение, на основе которого решение обратной задачи сведено к последовательности решений интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода методом Тихонова с автоматическим выбором параметра регуляризации. Для различных законов неоднородности упругого модуля приведены результаты реконструкции в различных частотных диапазонах.

Авторы благодарят А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Работа выполнена при частичной поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596), РФФИ (грант №10-01-00194-а).

Моделирование процессов, протекающих в высыхающей многокомпонентной капле биологической жидкости

Колегов К. С.*, Лобанов А. И.**

* *Астрахань, Астраханский государственный университет*

** *Москва, Московский физико-технический институт (гос. университет)*

k_k_s_87@mail.ru

В последние десятилетия внимание исследователей привлекли процессы, протекающие при испарении капель жидкости с твердой горизонтальной подложки, что обусловлено как чисто научным интересом, так и многочисленными приложениями. При высыхании капель протекают различные физические и физико-химические процессы, которые могут приводить к формированию разнообразных структур: развиваются гидродинамические течения, в том числе термо- и концентрационно-капиллярные, протекают процессы массопереноса, происходит закрепление и перемещение линии трехфазной границы, форма капли может испытывать существенные искажения и т. д. Процессы образования структур, наблюдаемые при испарении капли, важны при проведении медицинской диагностики, при высокопроизводительном тестировании лекарственных средств, в задачах биосохранения, при струйной печати и в технологии покрытий, для растягивания ДНК и РНК, при производстве полимерных пленок, в производстве наноструктур, создании структурированных поверхностей микро- и наномасштабов и т. д.

Целью работы является создание математической модели, описывающей перераспределение компонентов в капле биожидкости. В данной модели рассматривается тонкая капля (высота капли много меньше радиуса), находящаяся на твердом основании в режиме закрепленной трехфазной границы (пиннинг), что обусловлено наличием растворенных и взвешенных частиц. В работе Дигана и др. нет «внятного» вывода системы уравнений из физических принципов. Недостатками являются обращение скорости движения жидкости в бесконечность ($v = \infty$) при задании некоторых законов испарения и необходимость введения регуляризаторов. В настоящей модели рассматривается отличие формы капли от равновесной, зависимость давления и плотности потока пара от концентраций веществ внутри капли.

В систему уравнений модели входят уравнение неразрывности (совпадает с уравнением из работы Дигана и др.), уравнение движения на основании закона сохранения импульса (в работе Дигана и др. скорость считается из уравнения неразрывности) и уравнения конвекции–диффузии для NaCl и альбумина. Учет отсутствия потока через внешнюю границу приводит к краевым условиям третьего рода. Система решается численно, используются разностные схемы. Алгоритм программы написан на языке C. Предварительные расчеты упрощенной системы показали качественное соотношение с экспериментом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, проект 1.588.2011 «Математическое моделирование процессов самоорганизации в системах микро- и наночастиц».

Чистый изгиб высокоэластичной кривой трубы

Колесников А. М.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

Alexei.M.Kolesnikov@gmail.com

Кривой трубой будем называть оболочку в виде сектора тора с замкнутым поперечным сечением. Рассмотрим тонкостенную кривую трубу с постоянной толщиной стенок h , изготовленную из несжимаемого высокоэластичного материала. Изгибной жесткостью стенок оболочки будем пренебрегать и при моделировании использовать нелинейную теорию безмоментных оболочек типа Кирхгофа–Лява.

В данной работе исследуем равновесие кривой трубы под действием равномерно распределенного внутреннего давления p и изгибающих моментов M , приложенных по торцам.

Подход к решению такой задачи представлен в работах Л. М. Зубова, А. Либаи и Дж. Г. Симмондса. Он основан на разложении решения на деформацию поперечных сечений и поворот сечений относительно друг друга на некоторый угол. Использование такого полуобратного подхода позволяет свести задачу статики оболочки к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Полученная краевая задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений является существенно нелинейной. Ее решение осуществляется численным методом пристрелки, на каждом шаге которого интегрирование задачи Коши производится методом Рунге–Кутты с контролем погрешности на шаге.

Численные результаты получены для кривой трубы кругового поперечного сечения радиуса r_0 с кривизной центральной оси $\beta = 0.1$. В качестве модели материала выбрана модель несжимаемого неогуковского материала с постоянной μ . Вместо пары параметров деформированной конфигурации $\{p, M\}$ примем пару $\{p, B\}$, где B — параметр кривизны деформированной трубки. В этом случае изгибающий момент M , действующий по торцам трубки, вычисляется из решения задачи.

Из условий подобия можно получить семейство безразмерных параметров, для которых решение обезразмеренной задачи не зависит от r_0 , μ и h . Для определяющих параметров задачи безразмерные величины представляются в виде

$$\beta^* = \frac{\beta}{r_0}, \quad p^* = \frac{pr_0}{\mu h}, \quad B^* = \frac{B}{r_0 \beta^*}, \quad M^* = \frac{M}{\mu h r_0^2}.$$

На основе полученных численных данных предлагается приближенная формула расчета величины изгибающего момента как функции внутреннего давления и кривизны деформированной трубы.

Данное исследование поддержано Президентом Российской Федерации (грант МК-439.2011.1), Министерством образования и науки Российской Федерации (федеральная целевая программа «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» 2009–2013 годы, госконтракт П596) и Российским фондом фундаментальных исследований (грант 1-08-01152-а).

Равновесие оболочки вращения, радиально растягиваемой по краю

Колесников А. М.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

Alexei.M.Kolesnikov@gmail.com

В данной работе рассматривается задача о равновесии высокоэластичной тонкостенной оболочки вращения, нагруженной радиальным краевым усилием по одному из краев. Материал оболочки считается изотропным и несжимаемым. Решение задачи отыскивается в рамках нелинейной теории безмоментных оболочек.

В случае осесимметричной деформации безмоментной оболочки вращения под действием равномерного краевого радиального растяжения из уравнений равновесия можно показать, что часть оболочки в текущей конфигурации становится плоским кольцом, оставшаяся часть оболочки не деформируется. При приложении достаточных усилий возможно «расплющивание» всей оболочки только за счет радиальных усилий.

В работе уравнения равновесия получены для произвольной оболочки вращения из произвольного изотропного несжимаемого материала. В общем виде уравнения равновесия имеют первый интеграл. Таким образом, задача равновесия оболочки вращения под действием радиальной нагрузки сводится к решению одного обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Задача статики формулируется для двух видов граничных условий. В первом случае считается заданным перемещение края оболочки, во втором случае задается внешнее краевое усилие.

В случае цилиндрической оболочки, изготовленной из материала Бартенева–Хазановича или Черныха, решение можно получить в аналитическом виде в эйлеровых координатах.

Для рассматриваемых материалов получено, что существует ограничение на величину радиального растяжения. Для материала Бартенева–Хазановича предельная величина кратности удлинений зависит от длины оболочки и имеет минимальное значение, равное трем. Для двухконстантного материала Черныха предельная величина кратности удлинений зависит от начальной длины оболочки и одного параметра материала. Предельная величина кратности удлинений более или равна трем.

Рассматриваемые материалы применяются для описания некоторых резин в пределах двух-трех кратного растяжения. Таким образом, пределы применимости данных моделей лежат внутри полученных ограничений.

Данное исследование поддержано Президентом Российской Федерации (грант МК-439.2011.1), Министерством образования и науки Российской Федерации (федеральная целевая программа «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» 2009–2013 годы, госконтракт П596) и Российским фондом фундаментальных исследований (грант 1-08-01152-а).

Термоупругая задача о взаимодействии тормозной колодки и железнодорожного колеса

Колесников И. В.* , Ляпин А. А. , Чебаков М. И.****

** Ростов-на-Дону, Ростовский гос. университет путей сообщения*

*** Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

**** Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикл. математики им. Воровича И. И.
chebakov@math.sfedu.ru*

Методом конечных элементов (МКЭ) исследуется плоская термоупругая контактная задача, моделирующая взаимодействие тормозной колодки и железнодорожного колеса. Построена КЭ модель, содержащая в своем составе не только колесо и тормозную колодку, но и некоторые основные части тормозной рычажной передачи, прижимающей тормозную колодку к поверхности колеса. Сюда относится тормозной башмак и рычаг, взаимодействующий через специальную втулку с тормозным башмаком. Такая модель содержит несколько контактных поверхностей, через которые передаются усилия и тепловые потоки. Задано вращение колеса по достаточно произвольному закону как функция времени, на всех границах колеса и тормозной рычажной передаче вне областей контакта заданы условия отсутствия внешних усилий и свободный теплообмен с окружающей средой. В зоне контакта колодки и колеса задано Кулоновское трение, возбуждающее температурные поля во всей системе. Для описания данной системы тел используются уравнения связанной термоупругости. Также на систему наложены некоторые кинематические условия, состоящие в задании закона вращения колеса и в блокировке определенных направлений перемещения тормозной рычажной передачи.

Задача решалась с помощью КЭ пакета ANSYS 11. Для КЭ модели был использован восьмиузловой элемент PLANE223, контактные поверхности задавались с помощью элементов CONTA172 и TARGET169. Особое внимание было обращено на задание ключевых опций элемента CONTA172. На контактных поверхностях был задан контакт с трением, а сетка строилась канонической и сгущалась. К центру колеса сетка делалась крупнее, так как термоупругие поля в этой зоне не представляют большого интереса. Для оптимизации разбиения были использованы различные встроенные методы. Размеры элементов на противоположных поверхностях в контактной паре были выбраны одинаковыми для корректного решения задачи.

Для моделирования процесса трения был выбран FULL TRANSIENT анализ с таким разбиением по времени, чтобы за один шаг колесо поворачивалось примерно на один градус. Учитывая нелинейность задачи, для решения был использован несимметричный решатель.

Были проведены расчеты НДС и температурных полей в моделируемой системе при различных режимах вращения колеса и различных физико-механических параметрах задачи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ
(гранты 11-08-00909, 11-08-12087-офи-м-2011).

Собственные колебания вращающейся многослойной идеальной жидкости

Кононов Ю. Н.

Донецк, Донецкий национальный университет

kononov_yuriy@telenet.dn.ua

Под действием центробежных и гравитационных сил в однородной вращающейся жидкости может произойти стратификация, т. е. разделение жидкости на слои различной плотности. Это приводит к изменению частотного спектра механической системы и ее параметров (моментов инерции, положения центра масс и т. п.). Так, если вращение твердого тела с однородной жидкостью до стратификации было устойчивым, то после стратификации может стать неустойчивым.

Рассмотрена задача о свободных колебаниях равномерно вращающейся с угловой скоростью ω_0 многослойной идеальной тяжелой жидкости, частично или полностью заполняющей произвольную полость. Задача нахождения спектра частот колебаний вращающейся m -слойной жидкости сведена к решению краевой задачи на собственные значения, которая может решаться аналитически или численно. Для осесимметричной полости происходит отделение круговой координаты и решение краевой задачи ищется в виде $\varphi_{ink} = \varphi_{in0}(r, z, k^2) \exp(ik\theta)$ ($i = \overline{1, m}$; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$; $n = 1, 2, 3, \dots$), где функции $\varphi_{in0}(r, z, k^2)$ являются вещественными, а собственные числа $\varkappa_n = 2\omega_0/\lambda_n$ (λ_n — собственные частоты колебаний многослойной жидкости) обладают свойством нечетности $\varkappa_n(-k) = \varkappa_n(k)$. Значениям $k < 0$ отвечают *прямые волны*, бегущие в сторону вращения, $k > 0$ — *обратные волны*, а $k = 0$ — *стоячие волны*.

Показано, что спектр собственных колебаний вращающейся m -слойной жидкости состоит из m наборов собственных частот колебаний, отвечающих колебаниям свободной поверхности и $m - 1$ внутренних поверхностей. Спектр каждого набора счетен, имеет единственную предельную точку на бесконечности. Поверхностные волны сосредоточены на свободной и внутренних поверхностях, что объясняется действием центробежных и гравитационных сил, и экспоненциально затухают при удалении от этих поверхностей вглубь каждой из жидкостей. Из-за наличия вращения к этому набору добавляются m наборов собственных частот колебаний инерционных волн, отвечающих внутренним волнам.

Получены точные решения краевой задачи для коаксиальной цилиндрической полости в случае быстрого и медленного вращений. Показано, что стратификация приводит к уменьшению собственных частот, т. е. при постоянной массе жидкости собственные частоты колебаний многослойной жидкости меньше собственных колебаний однородной жидкости. Отмечается большая аналогия между появлением свободной поверхности в однородной жидкости, полностью заполняющей полость, и явлением стратификации (появлением внутренних поверхностей). Так, например, если в однородной жидкости произошла стратификация с малым радиусом внутренней поверхности, то это приводит к возникновению предельной частоты $2\omega_0/(1 + \sqrt{\frac{2\rho_2}{\rho_2 - \rho_1}})$ (ρ_i — плотность i -й жидкости). В случае появления свободной поверхности в однородной жидкости ($\rho_1 = 0$) из последней формулы следует известный результат: $2\omega_0/(1 + \sqrt{2})$.

О колебаниях вязкоупругого слоя, лежащего на жестком основании

Лапина П. А.*, Явруян О. В.**

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Владикавказ, Южный математический институт*

polina_azarova86@mail.ru

Кожа человека является одним из важнейших естественных живых барьеров человека от внешних агрессивных воздействий. Это во многом определяет огромный интерес ученых при составлении математической модели, описывающей свойства кожного покрова. По своей структуре кожный покров представляет собой многослойный композит, свойства которого меняются по толщине. В настоящее время существует много работ, посвященных исследованию механического поведения кожного покрова. Имеются работы по определению свойств кожной ткани при использовании линейных или нелинейных моделей. В основном задачи идентификации свойств сводятся к определению постоянных характеристик, задача определения неоднородных свойств несколько усложняется. Данные, на основе которых происходит восстановление свойств, как правило, получаются из простейших экспериментов на растяжение-сжатие кусочка биоткани, взятой у трупного материала, и естественно предположить, что при таком подходе могут быть получены лишь приближенные значения характеристик. В связи с этим возникает одна из основных задач биомеханики, определение свойств живых тканей методами *in vivo*. Для решения подобных практических задач необходимо иметь эффективные методики решения прямых задач о распространении волновых полей от источников, расположенных на поверхности кожного покрова, а также уметь анализировать полученные при этом поверхностные волновые поля.

Математическая модель кожи человека при малых деформациях с учетом характерного реологического поведения может быть описана простейшими моделями вязкоупругости. В самом первом приближении можно применять линейную изотропную теорию вязкоупругости. В данной работе исследована модельная задача о колебаниях вязкоупругого изотропного слоя, лежащего на жестком основании, в случае плоской деформации. Решение задачи в рамках принципа соответствия и концепции комплексных модулей сведено к решению подобной задачи теории упругости. Числовые значения характеристик материала взяты из работы Федорова А. Е. Построены волновые поля смещений. Проведен анализ полученных полей смещений на верхней границе слоя, оценено влияния вязкоупругих свойств на поля перемещений в ближней зоне, осуществлено сравнение с упругими материалами в предельных случаях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

Неопределенность значений искомым локально-неоднородной жидкости при ее частичном осреднении

Ларченко В. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
lar@aaanet.ru

Методы статистической механики практически не применяются в условиях бифуркации решений. Одной из причин этого является то, что феноменологические переменные в таком случае вводятся как средние решения уравнения Лиувилля. Другое направление исследований основано на решении уравнения Больцмана, но оно также включает указанный процесс осреднения. Однако известно, что в окрестностях точек бифуркации те или иные возмущения могут качественно изменить свойства искомым. Автором предложен метод частичного осреднения конвективного течения вязкой жидкости в окрестности минимальной точки ветвления λ_* . Физическая интерпретация идеи заключается в том, что механические свойства жидкости (плотность, теплоемкость дифференциального элемента, его коэффициент объемного расширения) представляются специальными последовательностями в каждой точке области изменения независимых переменных. Вывод уравнений предполагает использование n топологически неотделимых «копий» для области течения. Последовательность уравнений движения включают процедуру осреднения в ускорениях и в конвективном переносе энергии. Но в модели автора эта схема параметризуема, что позволяет рассмотреть закономерности в осреднении.

Кроме традиционных для гидродинамики чисел (Грасгофа или Прандтля) предложенные уравнения содержат $O(n^2)$ других переменных, допускающих вероятностную интерпретацию. При $n = 1$ исследуемая задача переходит в систему Буссинеска. Численный анализ полученных уравнений показал, что для течения в вертикальной полосе число Прандтля задает решение лишь при $\lambda < \lambda_*$. Если $\lambda \in (\lambda_* - \varepsilon, \lambda_* + \varepsilon)$, $0 < \varepsilon \ll 1$, то необходимо указать и другие параметры, имеющие вероятностный смысл. Это свойство позволяет рассматривать проблему воспроизведения результатов физического эксперимента в статистической постановке. Такой подход эффективен, когда требуется для реализации физического эксперимента разделить параметры на те, возмущение которых влияет на критические числа, и другие, таким свойством не обладающих. Проблема здесь заключается в том, что возмущение параметров из первой группы может изменить заключение относительно второй группы.

Асимптотический анализ уравнений Навье-Стокса

Левенштам В. Б.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

vleven@math.rsu.ru

Пусть Ω — ограниченная область евклидова пространства R^3 с C^3 -гладкой границей $\partial\Omega$; ν — произвольное положительное число. В бесконечном цилиндре $Q \equiv \bar{\Omega} \times R$ рассмотрим задачу о $2\pi\omega^{-1}$ -периодических по t решениях системы

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} - \nu \Delta v - \nabla P - (v, \nabla)v &= \sum_{1 \leq j \leq 3} \frac{\partial}{\partial x_j} a_j(v, x, \omega t) + \\ + b(v, x, \omega t) + \sqrt{\omega} c(v, x, \omega t), \quad \operatorname{div} v &= 0, \quad (x, t) \in \Omega \times R; \end{aligned} \quad (1)$$

$$v|_{\partial\Omega \times R} = 0, \quad (2)$$

где ω — большой параметр. Будем предполагать, что вектор-функции $a_j(v, x, \tau)$, $b(v, x, \tau)$ и $c(v, x, \tau)$ со значениями в R^3 имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned} a_j &= \sum_{0 \leq k \leq m} a_{jk}, \quad b = \sum_{0 \leq k \leq m} b_k, \quad c = \sum_{0 \leq k \leq 1} c_k, \\ a_{jk}(v, x, \tau) &= \sum_{|r| \leq n} a_{jk}^{(r)}(v, x) e^{ir\tau}, \quad b_k(v, x, \tau) = \sum_{|r| \leq n} b_k^{(r)}(v, x) e^{ir\tau}, \\ c_k(v, x, \tau) &= \sum_{0 < |r| \leq n} c_k^{(r)}(v, x) e^{ir\tau}, \end{aligned}$$

где $a_{jk}^{(r)}(v, x)$, $b_k^{(r)}(v, x)$ и $c_k^{(r)}(v, x)$ являются однородными формами степени k относительно v с бесконечно гладкими коэффициентами.

Предположим, что усредненная задача

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \nu \Delta u - \nabla Q - (u, \nabla)u &= \sum_{1 \leq j \leq 3} \frac{\partial}{\partial x_j} a_j^{(0)}(u, x) + b^0(u, x) + \\ + \sum_{0 < |r| \leq n} \frac{i}{r} c_1^{(r)}(x) \Pi[c_0^{(-r)}(x) + c_1^{(-r)}(x)u], \quad \operatorname{div} u &= 0, \\ u|_{\partial\Omega \times R} &= 0 \end{aligned}$$

имеет стационарное решение $u_0(x)$, причем это решение невырожденное.

Теорема. Существуют такие положительные числа ω_0 , r_0 и $\mu \in (0, 1)$, что при $\omega > \omega_0$ возмущенная задача (1)–(2) при $\omega > \omega_0$ имеет единственное в шаре $\|u - u_0\|_{C_R^\mu(S_{p_0})} \leq r_0$ обобщенное $2\pi\omega^{-1}$ -периодическое по времени t решение v_ω , и при этом справедливо равенство

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \|v_\omega - u_0\|_{C_R^\mu(S_{p_0})} = 0.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 12-01-00402).

Компромиссный подход к оптимальному проектированию образовательных программ

Лобова Т. В., Ткачев А. Н.

Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)

qwest64@yandex.ru

В условиях перехода к реализации основных образовательных программ (ООП) высшего профессионального образования (ВПО) на базе ФГОС-3 возникает необходимость разработки новых подходов к проектированию учебных планов специальностей и направлений подготовки, а также содержания отдельных дисциплин. При этом предусматривается обязательное участие на этапе проектирования структуры и содержания ООП работодателей, их привлечение к реализации ООП с целью формирования необходимых корректирующих и управляющих воздействий.

Рассматривается следующая задача проектирования структуры ООП в ее вариативной части. Пусть в результате экспертных оценок определен набор дисциплин D_1, D_2, \dots, D_n , которые могут быть включены в учебный план с учетом имеющейся материально-технической базы и кадровых ресурсов вуза, а также оценок ООП ведущих российских и зарубежных университетов. Предположим, что выступающие в качестве кандидатов на включение в учебный процесс дисциплины D_i по их общему числу и суммарному времени, необходимому для реализации T , превышают ресурсы, нормативно установленные ФГОС-3. Для выбора из множества $\{D_i\}$ дисциплин, освоение которых в наибольшей степени обеспечивает формирование востребованных работодателями компетенций, поступим следующим образом.

Установим m видов профессиональной деятельности выпускников, которыми они наиболее часто занимаются после завершения обучения в вузе. Пусть по каждому направлению деятельности имеется квалифицированные специалисты, способные выступить в качестве экспертов для оценки целесообразности включения в учебный план представленных им на рассмотрение дисциплин $D_i, i = 1, 2, \dots, n$. Эксперты для каждого j -го направления деятельности должны ответить на следующие вопросы:

- следует включать или не включать i -ю дисциплину в учебный план;
- указать, с какой степенью надежности решение о включении дисциплины ими принимается;
- оценить степень влияния i -й дисциплины на формирование востребованных компетенций в j -м направлении деятельности;
- определить, в какой степени решение об исключении D_i отрицательно скажется на подготовке специалистов.

Выполненные таким образом экспертные оценки позволяют задать платежную функцию в матричной игре $2 \times n$. После решения этой игры формулируется двухкритериальная задача дискретной оптимизации с булевыми переменными. В результате решения этой задачи определяется оптимальная компромиссная структура ООП.

Конечно-элементное моделирование пьезокомпозита регулярной структуры

Лупейко Т. Г.*, Насонова Д. В.*, Соловьев А. Н.**

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет*
solovievarc@gmail.com

Пьезокомпозиты с регулярной структурой, благодаря высокой акустической отдаче, пониженными поперечному пьезомодулю и акустическому импедансу, а также ряду других специфичных характеристик перспективны в качестве ультразвуковых излучателей для дефектоскопии, аппаратов медицинской УЗИ-диагностики и ряда других применений. Свойства композитов этого класса зависят от природы их пьезоэлектрической и органической фаз, технологии и целого ряда размерных характеристик. В связи с этим выяснение «возможностей» и оптимизация свойств этих пьезокомпозитов является достаточно сложной для экспериментального исследования многофакторной задачей, которая, несмотря на большой интерес к этим материалам и их практическую значимость, еще далеко не решена.

Нами предпринято исследование, в котором сочетаются и взаимно дополняются математическое моделирование и экспериментальное тестирование композитов из пьезоэлектрической и органической фаз с регулярной структурой, отвечающей связности 1-3 и 1-3-2. При этом решены следующие задачи:

- разработана параметрическая конечно-элементная математическая модель пьезокомпозитов этого класса для пакета ANSYS;
- разработаны технологии, позволившие получить новые двухфазные пьезокомпозиты с регулярной структурой и отработаны методики оптимизации их свойств путем взаимодополняющего математического моделирования и экспериментального тестирования;
- установлено влияние на свойства композитов со связностью 1-3 и 1-3-2 природы пьезоэлектрической и органической фаз, а также размерных характеристик их структурных составляющих, в том числе влияние поперечного сечения пьезоэлектрических элементов в диапазоне размеров от 0,1 до 1,0 мм.

В результате получена общая картина изменения резонансных частот и акустической активности пьезокомпозитов этого класса в зависимости от комплекса технологических и размерных факторов.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Визуализация решений нелинейных уравнений

Лысенко С. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
sergey23ls@mail.ru

В среде Delphi создан комплекс графических программ для исследования уравнений и систем, применяемых в физике и биологии: уравнения Дюффинга, уравнения нелинейного осциллятора, уравнений реакции-диффузии (Фишера, ФитцХью-Нагумо), солитонных уравнений (Кортевега-де-Фриза, синус-Гордона). Для визуализации решений в программах предусмотрено одно или несколько графических окон, в которых изображаются фазовые портреты, графики зависимости параметров друг от друга, а также демонстрируются анимации различных физических процессов: колебания маятника, перемещение точек в фазовом потоке, процесс диффузии, движение «бегущих волн». Кроме того, имеются окна для вывода числовых результатов, в которые записываются такие характеристики решаемой задачи, как собственные значения, координаты собственных векторов, период колебаний, значение энергии, координаты положений равновесия и др.

Разработан удобный интерфейс, позволяющий при непрерывном изменении параметров наблюдать автоматическое перестроение фазового портрета и пересчет всех числовых параметров, что позволяет изучать взаимосвязь между числовыми параметрами и видом фазового портрета. Выбор начальных значений реализован с помощью графического интерфейса: точка, соответствующая начальному положению, выбирается на изображении фазового портрета, а от нее автоматически строится кривая, соответствующая решению. Строятся графики зависимости координат от времени. Для изображения фазового потока реализована анимация движения случайного набора точек на фазовом портрете. Для визуализации решений уравнений в частных производных создана анимация изменения начальной функции в режиме реального времени. Графический интерфейс позволяет также выбрать начальную функцию и краевые условия.

Программы комплекса могут иметь следующие применения:

- изучение свойств решений обыкновенных дифференциальных уравнений с помощью построения их фазовых портретов;
- наглядная интерпретация фазового потока;
- аналитическое исследование и компьютерное моделирование перестройки фазового портрета при изменении параметров системы;
- визуализация механических движений маятника, соответствующих различным фазовым кривым;
- компьютерное моделирование биомеханических процессов, описываемых уравнениями реакции-диффузии, изучение взаимосвязи уравнений реакции и уравнений реакции-диффузии.

Результаты, получаемые при использовании комплекса, могут быть применены не только для решения дифференциальных уравнений и систем, но и для вычислительных экспериментов.

О влиянии параметров среды Коссера на поведение упругого цилиндра при больших деформациях

Майорова О. А., Пустовалова О. Г.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
o.a.mayorova@gmail.com

Модели механики сплошных сред, основанные на гипотезе о кинематической независимости полей перемещений и поворотов, введены в употребление братьями Коссера более ста лет назад. Новая волна интереса к ним связана, прежде всего, с потребностями наномеханики в моделях упругого поведения объектов, учитывающих структуру материала. Модели, способные учесть микроструктуру тканей в рамках континуального описания, востребованы и во многих разделах биомеханики. Основная проблема, затрудняющая широкое использование моделей микрополярных сред, связана с определением их материальных параметров. Ее решение требует, в частности, определения круга задач, для которых влияние этих параметров является не просто количественно значительным, но и качественно существенным.

В настоящей работе дано несколько постановок задач о деформировании нелинейно-упругого цилиндра, различающихся вариантами полуобратного представления деформации и функциями удельной потенциальной энергии среды Коссера. Причиной напряженно-деформированного состояния цилиндра могут быть как внешние воздействия (растяжение, кручение), так и внутренние дефекты — дислокация или дисклинация на оси цилиндра. Во всех случаях полуобратное представление содержало две подлежащие определению функции (радиальное смещение точки цилиндра и угол микроповорота частиц тела), зависящие только от одного скалярного параметра — радиуса точки в недеформированном состоянии. В случае моделей, основанных на гипотезе внутренних связей, основными примерами которых являются несжимаемые среды и среды Коссера со стесненным вращением, эти функции находились из условия несжимаемости и условия совпадения микроповоротов среды с поворотами вследствие упругой деформации, соответственно. При этом все дополнительные величины, например, функция давления, также считались функциями одной переменной. Таким образом, во всех случаях изучение проблемы сводилось к анализу системы двух, вообще говоря, нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого или второго порядка.

Цель работы состояла в определении таких воздействий на цилиндр, которые приводят к напряженно-деформированным состояниям, существенно различным в классической теории упругости и теории, учитывающей моментные напряжения. В ряде случаев, например, в задаче о влиянии моментных напряжений на эффект Пойнтинга при кручении, определены модели и диапазоны изменения их материальных параметров, когда величина удлинения цилиндра, вычисляемая на основе двух подходов, отличается более чем на 20%. Для задачи о равновесии цилиндра с клиновой дисклинацией удалось построить модель несжимаемого нелинейно-упругого псевдоконтинуума Коссера, для которого образование дисклинации сопровождается макрозакручиванием цилиндра — эффектом, отсутствующим в классической нелинейной теории упругости.

Исследования нелинейного напряженно-деформированного состояния выпуклой оболочки вращения и устойчивости цилиндрической оболочки

Макаров С. С., Устинов Ю. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
ustinov@math.sfedu.ru

Представленная работа состоит из двух частей.

Первая часть посвящена описанию результатов исследований различных полевых характеристик напряженно-деформированного состояния (НДС) выпуклых оболочек вращения с различными типами закрепления торцов (жесткая заделка, шарнирное опирание), подверженных действию внешнего гидростатического давления. Исследования проводились в рамках нелинейных двумерных уравнений теории оболочек, основанных на гипотезах Киргофа–Лява и для различных форм образующих. Для численного анализа уравнения в гауссовых координатах были преобразованы к цилиндрическим координатам z , φ . При расчетах использовался метод пристрелки. Одновременно были проведены расчеты НДС в рамках линейной теории, что позволило установить область ее применимости для выбранных форм меридианов. Эти исследования были проведены в широком диапазоне параметров оболочки (длины, толщины и параметров, характеризующих форму срединной поверхности).

Вторая часть посвящена исследованию устойчивости цилиндрической оболочки под действием внешнего гидростатического давления с фиксированными геометрическими и механическими параметрами в условиях жесткой заделки торцов.

Для исследования устойчивости исходная система трех нелинейных уравнений равновесия линеаризовывалась около двух состояний: а) линейного безмоментного напряженно-деформированного состояния; б) нелинейного осесимметричного состояния равновесия. Нетривиальные решения этой системы отыскивались в классе периодических форм, пропорциональных $\cos \varphi$, $\sin \varphi$. После преобразований задача сводилась к нахождению нетривиальных решений системы восьми обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, содержащий спектральный параметр λ (обезразмеренное давление). Исследования проводились на основе специального алгоритма, в основе которого лежит метод, сводящий построение решения краевой задачи к решению серии задач Коши со свободными параметрами, определение которых в конечном итоге сводится к алгебраической системе, коэффициенты которой содержат спектральный параметр λ . Определитель матрицы системы, по сути является характеристическим уравнением, корни которого определяют критические значения давления. При этом разработанный алгоритм легко позволяет определить формы потери устойчивости, отвечающие критическим значениям параметра λ .

Проведенная серия расчетов:

- 1) позволила определить точки сгущения спектра критических давлений для оболочки с выбранными параметрами;
- 2) для двух типов линеаризаций показала высокую близость значений критических давлений.

Конечно-элементное моделирование мочевыводящей системы

Малышева Ю. А.

Саратов, Саратовский государственный университет

malyshevaylia@gmail.com

В данной работе было проведено конечно-элементное моделирование, которое включает в себя анализ напряжено-деформированного состояния тканей мочевыводящей системы, гемодинамику почечных артерий и перемещение тканей под воздействием внешних сил. В ходе исследования были промоделированы гемодинамика почечной артерии и влияние швов на ткани почки при резекции.

Резекция — органосохраняющая хирургическая операция, при которой удаляется пораженная часть органа, а сохраненные части сближаются и ушиваются вплотную. При операциях на почках применяют в основном два вида резекции: клиновидную и плоскостную. При клиновидной резекции паренхиму клиновидно иссекают в пределах здоровых тканей, почечную лоханку и крупные сосуды не нарушают, сближают края и прошивают, захватывая фиброзную капсулу почки. Плоскостная резекция применяется при необходимости резецировать большой участок почки, при этом отсекаются артерии и вскрывается почечная лоханка. Следовательно, возникает необходимость тщательной перевязки каждого пересеченного сосуда и вскрытой почечной лоханки. На резецированную область накладывают жировую ткань и ушивают фиброзную капсулу.

Для описанного вида операций возможны негативные последствия: рецидив кровотечения и некроз паренхимы. Для предотвращения рецидива кровообращения необходимо изучить гемодинамику почечной артерии. В ходе данной работы была решена задача о течении крови в почечной артерии. Были определены перемещения свободной части артерии (участок от выхода из брюшного отдела аорты до вхождения артерии в почку) и зоны возможного образования атеросклероза. В местах разветвления почечной артерии наблюдаются области с завихряющимися потоками, в этих же областях наблюдается низкое значение касательного напряжения, что говорит о большой вероятности появления атеросклероза в этих местах.

Для предотвращения некроза паренхимы почки необходимо изучить влияние швов на ткани почки. Конечно-элементный анализ предоставляет возможность исследования воздействий различных видов швов на ткани почки при изменяющейся силе затягивания. Результаты позволяют определить эффективность применения того или иного вида шва и тем самым помочь сделать выбор хирургу во время операции. Было проведено конечно-элементное моделирование влияния швов на ткани почки. Исследовались следующие типы швов: П-образный и двойной. Моделировалась небольшая область паренхимы (данные модуля Юнга были получены ранее, $E = 0,1$ МПа) в контакте с нитью. В результате расчетов были получены области напряжено-деформированного состояния ткани почки вокруг области воздействия нити и перемещения тканей под нитью. Например, при затягивании П-образного шва с силой 0,8 Н нить вдавливаются в ткань на 4–6 мм.

Рост газового пузыря в межзеренной пленке стеклофазы при спекании керамики

Мартынов Р. Э.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
sintanial@gmail.com

Известно, что при спекании керамики в жидкой фазе (стеклофаза), заполняющей пространство между крупинками порошка при высокой температуре, образуются несплошности (пузырьки). После остывания спеченного образца в межзеренных прослойках стеклофазы остаются поры, которые являются концентраторами напряжения и определяют прочность керамических образцов. Обычно стеклофаза образует межзеренную пленку толщиной $h < 10$ нм, в которой критический размер пузырька $r_c > h$ превышает данный размер. По этой причине пузырек всегда образуется на границе кристаллит–стеклофаза и подчиняется соответствующим условиям зарождения. Дальнейшее исследование условий зарождения несплошностей обусловлены соотношением: 1) кинетики проникания примесей, снижающих адгезионную прочность границы стеклофаза–кристаллит; 2) скоростью удаления соседних кристаллитов друг от друга.

Для определения условий образования пузырьков в стеклофазе важна оценка кинетики насыщения газом слоя стеклофазы в процессе спекания керамики до величины концентрации растворенного газа c , которая заметно влияет на условие зарождения пузырьков. В связи с этим рассмотрен процесс газонасыщения стеклофазы. Стеклофаза описывается как слой вязкой жидкости переменной толщины $\delta(t)$, меняющейся за счет расхождения пары зерен перпендикулярно слою.

Рассмотрен процесс газонасыщения стеклофазы, который обусловлен сорбцией газовой фазы на поверхности мениска слоя стеклофазы, растворение газа внутрь слоя, переносу которого помогают растягивающие напряжения в стеклофазе и стеканию растворенного газа в полость пузырька. Постановка задачи предполагает квазиравновесие системы газ–вязкая жидкость в процессе изменения уширения слоя стеклофазы. В расчете учтена зависимость поверхностной энергии пузырька и менисков стеклофазы от концентрации растворенного газа.

Расчеты показали, что при выбранном предположении о медленном изменении формы слоя стеклофазы и его постоянной температуре выполняются условия зарождения и роста газового пузырька. Давление газа в нанопузырьке в центральной части слоя помогает преодолеть Лапласово давление, препятствующее росту пузырька. Важным обстоятельством, влияющим на полученные выводы, является снижение величины поверхностной энергии внешнего мениска и поверхности пузырька. Расчеты выполнялись с помощью метода конечных элементов, значения постоянных задачи соответствуют стеклорасплаву B_2O_3 .

Натурное моделирование и интерпретация локомоций

Марценюк М. А., Сыпачев С. С.

Пермь, Пермский государственный университет

sypachev_s_s@mail.ru

Изучение локомоций позволяет глубже понять механику движения живых существ, а также оптимизировать работу искусственных самодвижущихся систем. В последнее время эта тема получает все большее распространение в связи с автоматизацией производства и внедрением техники в различные сферы жизни. Целью работы является натурное моделирование поворотных и поступательных локомоций. Для экономии времени в качестве универсального объекта использовался человек, способный реализовать заданную программу движения. Каждый тип плоского движения был сведен к квазистатическому и разбит на фазы. Для упрощения движения были ограничены степени свободы исследуемого объекта. Была проведена цифровая фотосъемка экспериментов. Для определения формы тела и его положения относительно лабораторной системы координат на теле модели были размещены контрастные маркеры, положение которых определялось с применением методов компьютерного видения.

Современные методы описания движений открытых и закрытых многозвенных систем используют классический подход — находится лагранжиан модели, после чего составляется система дифференциальных уравнений (Вестервелт, Гриззл, Ахмади, Бюлер и пр.). Эта система сильно усложняется при введении ограничений на исследуемую модель (например, запрет на самопересечение звеньев, изменение параметров окружающей среды, появление соударений, изменение характера движений и т. п.). Очень часто такие системы могут быть решены только численно, а оптимизация может занимать достаточно много времени. Нами предлагается подход к описанию движения неточечных объектов, основанный на применении калибровочной теории.

С точки зрения калибровочной теории (Вильчек) было рассмотрено изменение ориентации тела в результате цикла деформаций, то есть замкнутого пути в пространстве формы тела, найдены параметры движения. Система была представлена трехстержневой моделью, проходящей по квадратному пути в пространстве форм. Для описания поступательного движения тела, способного изменять свою форму, был использован метод присоединенной массы. Для анализа движений рассматривались траектории тела в пространстве параметров. По данным измерений вычислялся калибровочный потенциал. Было подтверждено основное соотношение калибровочной теории, согласно которому площадь, ограниченная замкнутой траекторией, пропорциональна угловому или поступательному перемещению тела как целого. В дальнейшем планируется тем же методом исследовать различные варианты плавательных локомоций.

Математическое моделирование в подготовке магистров компьютерных наук

Миков А. И.

Краснодар, Кубанский государственный университет
alexander_mikov@mail.ru

Магистратура в области компьютерных наук предполагает подготовку исследователей, обладающих обширными знаниями ряда разделов математики, умения строить и анализировать математические модели как вычислительных и программных систем, так и предметных областей информационных систем.

Модели вычислительных систем (аппаратного обеспечения) используют методы теории массового обслуживания (теории очередей) для оценки производительности ЭВМ на стадии проектирования, теорию процессов восстановления для прогнозирования отказоустойчивости, статистические методы для оценки производительности в процессе эксплуатации.

Модели программного обеспечения очень разнообразны, в качестве основы используют алгебраические конструкции и те области, которые традиционно относятся к дискретной математике: теории графов и гиперграфов, теорию кодирования, рекурсивные функции, комбинаторный анализ. В последнее время возник интерес к неклассическим логикам, применяемым для спецификации и верификации программного обеспечения. В области баз данных используются не только классические разделы алгебры, такие, как теория отношений, моноиды, но и универсальные алгебры, теория категорий. Понятия категорий, функторов, морфизмов, сыгравшие большую роль в построении алгебро-топологических методов, кажутся перспективными и для обобщений при построении моделей информационных систем и предметных областей.

В современных условиях широкого использования многопроцессорных вычислительных систем и компьютерных сетей большое значение приобретают математические модели взаимодействующих процессов. Это и теория Э. Хоара последовательных взаимодействующих процессов, в математическом плане строящаяся на базовых понятиях — множествах и последовательностях, но использующая и результаты функционального анализа (теорему о неподвижной точке и др.), и Пи-исчисление Р. Милнора и его же теория биграфов и мобильных процессов, использующая и развивающая теорию категорий.

Информационные технологии предполагают взаимодействие людей и вычислительных систем и, следовательно, появление в моделировании таких понятий, как цели и ограничения. Перспективным здесь является использование деонтической логики, относящейся к классу модальных логик, и дополняющей классическую логику операторами долженствования, разрешенности и запрета.

Перечисленные математические модели составляют основу магистерской программы IT in SE, разрабатываемой на факультете компьютерных технологий и прикладной математики Кубанского государственного университета по проекту ICARUS развития международных программ магистратуры в южном регионе России.

Автор благодарит за поддержку Еврокомиссию (Proj. No: 516857-TEMPUS-1-2011-1-SE-TEMPUS-JPCR).

Кручение, растяжение и раздувание цилиндрической трубки с распределенными винтовыми дислокациями

Минченко Д. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
minchenko.dman@mail.ru

С начала 90-х годов прошлого века, после изобретения графитовых нанотрубок, начался активный рост исследований в этой сфере. В перспективе область применения подобных трубок весьма широка: от нейροкомпьютеров и медицины до создания сверхпрочных нитей и композитных материалов. Однако при современном уровне технологий невозможно получение идеальных нанотрубок, не содержащих внутренних дефектов, таких, как дислокации и дисклинации. В связи с этим существует необходимость моделирования таких нанотрубок с помощью нелинейной теории оболочек для изучения влияния дефектов на их упругие свойства. В докладе изучается напряженное состояние и нелинейные деформационные характеристики упругой цилиндрической оболочки, содержащей распределенные винтовые дислокации, при кручении, раздувании и осевом растяжении-сжатии. Материал оболочки описывается моделью высокоэластичного неогуковского тела. При решении задачи используется нелинейная теория, предложенная в работе Л. М. Зубова «Большие деформации упругих оболочек с распределенными дислокациями» // Доклады Академии наук. 2012. Т. 444. № 6. В рамках данной теории в качестве неизвестных параметров, характеризующих напряженно-деформированное состояние тела, принимаются компоненты тензора дисторсии. Для нахождения этих параметров используются уравнение несовместности и уравнения равновесия в усилиях и моментах. Параметрами рассматриваемой задачи являются осевое удлинение, угол закручивания, диаметр и толщина трубки, а также плотность винтовых дислокаций. Будем считать, что толщина трубки весьма мала, тогда ее изгибной жесткостью можно пренебречь и использовать нелинейную мембранную теорию оболочек. При условии изотропности материала оболочки исходная система уравнений сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений. При помощи численных методов получены решения данной системы уравнений для различных значений входных параметров. Было исследовано влияние дислокаций на эффект Пойнтинга при кручении цилиндрической трубки. Установлено, что наличие винтовых дислокаций снижает эффект Пойнтинга: при неизменном угле закручивания удлинение оболочки в продольном направлении будет тем меньше, чем больше плотность дислокаций. Также показано, что наличие дислокаций снижает сопротивление трубки действию крутящего момента и внутреннего гидростатического давления: с ростом плотности дислокаций уменьшаются значения крутящего момента и внутреннего давления, при которых достигаются заданные значения деформационных характеристик. В докладе приводятся полученные на основе численных расчетов нелинейные зависимости крутящего момента от угла закручивания, продольной силы от осевого удлинения и другие деформационные характеристики упругой оболочки с распределенными дислокациями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038).

Некоторые задачи устойчивости нелинейно упругих оболочек вращения

Мостипан Г. О., Сигаева Т. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
gelterion@gmail.com

Основной целью представляемой работы является разработка эффективной вычислительной схемы анализа равновесия и устойчивости осесимметричных оболочечных конструкций, в том числе имеющих неканоническую геометрию, при полном учете физической и геометрической нелинейности. Актуальность исследования связана, прежде всего, с расширяющимся кругом моделей, используемых для описания свойств высокоэластичных мембран, используемых в целом ряде технологических процессов, а также для моделирования некоторых биологических объектов и систем. Кроме того, описание поведения мембран из традиционных конструкционных материалов, используемых в приборах точной механики, например, в высокоточных датчиках давления, основывается, как правило, на нелинейных моделях, при этом учет физической нелинейности также является количественно важным.

В работе рассмотрены два типа оболочечных конструкций. К первому относятся гофрированные мембраны, представляющие собой конструкции сферического типа с достаточно произвольным профилем меридиана. Второй тип представляют мембраны цилиндрического типа с возможной гофрировкой в направлении осевой координаты. И те, и другие мембраны относятся к оболочкам вращения, однако системы разрешающих уравнений для них получены различными способами. В первом случае использован факт однозначного проектирования срединной поверхности мембраны на круговую область в плоскости, во втором случае в качестве базовой использовалась цилиндрическая поверхность.

Полученные уравнения являются существенно нелинейными. Следует отметить, что не только численный анализ, но сам вывод этих уравнений представляет собой чрезвычайно трудоемкую задачу. Именно поэтому основные этапы генерирования уравнений, а также их подготовки к вычислительному анализу, были реализованы в среде аналитических вычислений Maple. Разработанная программа позволяет, в частности, достаточно просто переходить от одной модели нелинейно упругого поведения материала оболочки к другой путем простой замены выражения функции удельной потенциальной энергии деформации.

Нелинейные уравнения равновесия исследованы в осесимметричном случае, когда для их анализа требуется решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Результаты моделирования в отдельных специальных случаях сравнивались с решением аналогичных задач трехмерной нелинейной теории упругости.

Для исследования устойчивости построенных решений использован бифуркационный подход, при котором критическими считаются такие значения параметра нагружения, при которых линеаризованная в окрестности некоторого решения изначально нелинейная краевая задача имеет нетривиальное решение. Процесс линеаризации уравнений равновесия также был реализован в среде Maple.

Моделирование пьезоэлектрических излучателей для биомедицинских применений

Наседкин А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
 nasedkin@math.sfedu.ru

В докладе отражены особенности математического и компьютерного конечно-элементного моделирования пьезоэлектрических преобразователей для ряда медицинских применений.

Отмечается перспективность использования пористой пьезокерамики в качестве активных элементов, генерирующих сильный ультразвук в биологических тканях. Эффективность пористой пьезокерамики здесь определяется ее высокой объемной пьезочувствительностью в широкой полосе частот и более низким импедансом по сравнению с плотной пьезокерамикой. При этом указанные эффекты усиливаются при повышении степени пористости керамики. В то же время, важнейшие толщинные характеристики (пьезомодуль d_{33} , коэффициенты электромеханической связи k_t , k_{33}) для ряда пористых пьезоэлектрических композиций практически не зависят от пористости, а соответствующие продольные величины (d_{31} , k_p , k_{31}) быстро убывают с ростом пористости. Некоторым препятствием для ряда применений пористой пьезокерамики является ее низкая прочность, что приводит к мысли об использовании пьезокомпозиатов с упрочняющими фазами. Для моделирования таких композиатов можно использовать методы многомасштабного анализа: на микроуровне — вычисление эффективных модулей мелкодисперсных фаз; на последующих уровнях — расчеты макрокомпозиатов с большими размерами различных фаз.

Для моделирования ультразвуковых акустических полей высокой интенсивности с малой фокальной областью исследовались сферические фокусирующие пьезоизлучатели, в том числе с многоэлектродными покрытиями. Здесь нужно отметить необходимость использования мелких конечно-элементных сеток; элементных систем координат, связанных с неоднородностями поляризации; конечных элементов связи твердых деформируемых и жидких сред; неотражающих импедансных границ и т. д. Существенно, что при высокой интенсивности ультразвука существенную роль играют нелинейные эффекты и температурные поля. Тогда классические уравнения акустики перестают выполняться, и нужно использовать нелинейные уравнения акустики, учитывать диссипативные эффекты и связанность акустических и температурных полей.

При исследованиях температурных полей при ультразвуке использовались уравнения термоэлектроупругости различной связанности и задачи о диссипативном разогреве. В последних задачах расчеты выполняются итерационно: решается задача электроупругости об установившихся колебаниях; по найденному полю смещений вычисляется функция диссипации; решается задача теплопроводности с тепловыми источниками, обусловленными диссипацией энергии; пересчитываются модули электроупругих тел при новой температуре; и т. д.

Отметим, что описанные выше и другие приемы моделирования связанных задач термоэлектроупругости для составных сред могут быть эффективно осуществлены в пакете ANSYS с использованием командного макроязыка APDL.

Обратная задача реконструкции двумерных неоднородных остаточных напряжений в пластинах

Недин Р. Д.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
rdn90@bk.ru

Задачи о колебаниях тел при наличии предварительного напряженного состояния давно изучаются учеными-исследователями разных стран. Поля предварительных напряжений часто возникают в твердых телах в процессах литья, прокатки, сварки, закалки, термообработки и других технологических операциях, а также могут появиться при жестком соединении разных материалов в контактной зоне. Предварительные напряжения также присутствуют во многих органических структурах — в костной и мышечной тканях, стенках кровеносных сосудов; существенные поля предварительных напряжений появляются при росте и формировании новых тканей.

Такие задачи имеют приложения в строительстве, машиностроении, нефтегазовой отрасли, биомеханике, при моделировании технологических процессов при изготовлении сложных композитов и функционально градиентных материалов. В настоящее время разработка и усовершенствование методов идентификации предварительных напряжений являются актуальной задачей механики деформируемого твердого тела.

Стоит отметить, что наиболее часто при моделировании предварительного напряженного состояния используется модель однородных начальных напряжений, причем при оценке его уровня достаточно измерения скоростей упругих волн. В то же время, в реальной жизни почти всегда предварительное напряженное состояние неоднородно в плане зависимости от координат. Одним из наиболее эффективных неразрушающих методов оценки неоднородного предварительного напряженного состояния является акустический метод.

В настоящей работе проведено теоретическое исследование возможности определения поля неоднородных плоских предварительных напряжений в тонких упругих изотропных пластинах, нагружаемых в режиме стационарных колебаний, с помощью неразрушающего акустического метода. Получены и исследованы численные решения прямых задач с помощью метода конечных элементов. Сформулирована постановка обратной задачи об идентификации неоднородных двумерных предварительных напряжений; при этом неизвестные компоненты предварительных напряжений выражены через функцию Эри, представленную в виде линейной комбинации бигармонических полиномов. На основе метода линеаризации обратная задача сведена к итерационному процессу, на каждом шаге которого решается прямая задача и плохо обусловленная система линейных алгебраических уравнений. Проведен ряд вычислительных экспериментов по восстановлению неоднородного плоского предварительного напряженного состояния в прямоугольной пластине.

Об обратной коэффициентной задаче для пороупругой слоистой среды

Недин Р. Д.*, Углич П. С.**

**Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

***Владикавказ, Южный математический институт*

puglich@inbox.ru

В настоящее время исследования в области пороупругих сред приобрели большую популярность. Это связано с растущим интересом к новым материалам, таким, как пористая пьезокерамика, пористые структуры в живых организмах (костная ткань), водонасыщенные грунты. Отметим, что костная ткань для моделирования требует модели, состоящей как минимум из двух фаз; наиболее часто такая среда содержит две фазы. Различные процессы фильтрации жидкости в грунте под действием нестационарных нагрузок, их деформирование и осадка могут быть успешно описаны моделями пороупругости. Отметим две модели пороупругой среды: содержащую жидкую и газообразную фазу.

Изучением пороупругих сред ученые начали заниматься относительно недавно. Первые работы в данной области принадлежат М. А. Био. Модель Био сегодня является одной из наиболее популярных моделей для описания пороупругой среды. Основными неизвестными в ней являются векторы смещений твердой и жидкой фаз. В рамках этой модели уже выполнено множество исследований. В то же время достаточно популярна вторая модель, содержащая меньше переменных, в которой неизвестными являются компоненты вектора смещений твердой фазы и давление в порах.

В рамках этой модели в настоящей работе рассмотрена общая постановка задачи об установившихся колебаниях для пороупругого тела с неоднородными характеристиками. Сформулирована слабая постановка задачи и функционал типа Гамильтона, из стационарности которого следуют уравнения и граничные условия пороупругости. Путем введения соответствующих гипотез и упрощения функционала получены частные постановки прямых задач для пороупругих неоднородных стержней и слоистых структур. Решение прямых задач реализовано с помощью метода пристрелки. Сформулирована постановка обратной задачи по идентификации неоднородных упругих модулей материала для слоя. Для решения обратной задачи использован акустический метод и сведение к итерационному процессу. В качестве дополнительной информации использованы данные о поле смещений на части границы области в конечном наборе частот колебаний. На основании принципа взаимности сформулированы операторные уравнения, связывающие заданные и неизвестные характеристики задач. Каждая итерация процесса решения обратной задачи состоит из решения прямой задачи и интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Приведены численные результаты восстановления упругих модулей для задачи о колебаниях пороупругого слоя.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

О некоторых одномерных обратных задачах термоупругости и пороупругости

Нестеров С. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
1079@list.ru

Большой интерес многих ученых и инженеров в последнее время вызывают задачи механики связанных полей, в том числе исследование моделей неоднородной изотропной связанной термоупругости и пороупругости. В работе предложен подход по восстановлению одномерных законов изменения характеристик термоупругой и пороупругой среды.

Рассмотрена неоднородная термоупругая среда конечных размеров, в которой возбуждались неустановившиеся колебания. При помощи слабой постановки задачи в пространстве трансформант по Лапласу и линеаризации получено интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода, позволяющее построить итерационный процесс реконструкции коэффициентов дифференциальных операторов термоупругости по дополнительной информации о граничных полях смещений и температуры. В качестве примера рассмотрена реконструкция модуля Юнга, удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности неоднородного термоупругого стержня. При этом восстанавливался один коэффициент, остальные полагались известными. Далее, используя известную аналогию между задачами термоупругости и пороупругости, было получено интегральное уравнение, позволяющее строить итерационный процесс восстановления коэффициентов модели пороупругости.

В работе натуральный эксперимент заменен вычислительным. Коэффициенты дифференциальных операторов уравнений термоупругости и пороупругости восстанавливались в два этапа. На первом этапе определялось начальное приближение в классе положительных ограниченных линейных функций методом минимизации функционала невязки. На втором этапе определялись поправки реконструируемых функций путем решения интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода. После нахождения поправок строилось новое приближение и осуществлялся итерационный процесс. Критерий выхода из итерационного процесса — достижение некоторого порогового значения функционала невязки. Исследовалось влияние шумов, характера нагружения, монотонности функций, параметра связанности на результат реконструкции. Монотонные функции восстанавливались лучше немонотонных. Наибольшая погрешность реконструкции возникала на торцах стержня. Задание торцевых значений восстанавливаемых функций значительно снижало погрешность и в других точках. Вычислительные эксперименты показали, что предложенный метод решения коэффициентных обратных задач термоупругости и пороупругости эффективен для реконструкции монотонных функций.

Автор благодарит А. О. Ватульяна за внимание к работе.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 10-01-00194-а), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

Моделирование систем вторичного поддрессоривания многоосных автомобилей (шасси) с учетом биомеханических свойств человека-оператора.

Нефедов В. В.*, Черненко А. Б.**

**Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)*

***Майкоп, АФ ЮРГТУ(НПИ)*

nvvnpi@gmail.com

Особое место, в проблеме улучшения условий труда водителей автотранспортных средств, занимают вопросы виброзащиты от воздействия низкочастотных колебаний, дисперсия которых сосредоточена в диапазоне от 1 до 20 Гц. Именно в этом диапазоне расположены спектры частот вибраций кабин многоосных автомобилей и основные резонансные частоты организма человека. Степень вредного воздействия колебаний на организм человека зависит от частоты, продолжительности и направления действия вибрации, а также индивидуальных особенностей человека.

Анализ конструкций современных транспортных средств показывает, что различные упругие и демпфирующие элементы находят все большее применение в системах вторичного поддрессоривания, в таких узлах, как подвеска кабин, подвеска сидений, силовых агрегатов и других элементов трансмиссии. Поэтому, при моделировании систем вторичного поддрессоривания многоосных автомобилей (шасси) необходимо учитывать биодинамические модели тела человека, учитывающие дифференцированное влияние различных колебаний на ощущения человека-оператора.

С точки зрения реакции на механические возбуждения человек представляет собой биомеханическую систему, в которой различные внутренние органы и отдельные части тела человека можно рассматривать как массы, соединенные между собой упруго-диссипативными связями.

Исследование и расчет колебаний систем вторичного поддрессоривания многоосных автомобилей производят на основе математической модели эквивалентной их колебаниям. Обобщенная расчетная схема эквивалентная динамической системе вторичного поддрессоривания многоосного автомобиля, интерпретируется в виде многомассовой системы с упруго-диссипативными связями. Поддрессоренная кабина многоосного автомобиля, идеализируется в виде абсолютно твердого тела и обладает шестью степенями свободы.

Разработанная математическая модель случайных пространственных колебаний системы вторичного поддрессоривания многоосного автомобиля отражает взаимосвязь различных движений, внешних воздействий, биодинамических моделей тела человека, а также инерционных и упруго-диссипативных свойств системы и позволяет на стадии проектирования оценить эффективность различных систем вторичного поддрессоривания.

Математическое моделирование управляющей деятельности машиниста поезда

Нефедов В. В.* , Юренко И. К. , Юренко К. И.***

**Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)*

***Новочеркасск, ССФЖТ*

ki-yurenko@yandex.ru

Машинист локомотива, как важнейшее звено сложной динамической системы «человек-поезд», выполняет ответственные и сложные управляющие операции, связанные с перемещением на значительные расстояния при больших скоростях пассажирских и грузовых поездов с учетом погодных условий и поездной ситуации. При этом он должен обеспечить безопасное ведение поезда по расписанию, минимальный расход энергоресурсов, поиск и устранение возникающих в процессе движения неисправностей оборудования локомотива, связанных с безопасностью, переключение на резервный комплект и т. д., а также быть готовым оперативно отреагировать на возникающие в процессе вождения нештатные ситуации, связанные с безопасностью.

Как известно, управляющая деятельность машиниста (УДМ) включает анализ начальной и рабочей информации, принятие управляющих решений и реализацию требуемого режима движения поезда. Сведения, накопленные машинистом, являются начальной информацией: правила вождения поездов и обслуживания локомотивов, инструкции; сведения о конструктивных особенностях подвижного состава, железнодорожного пути, контактного провода; устройство сигнализации на железнодорожном транспорте; технические характеристики участка, допускаемые скорости движения и т. д. К рабочей информации относятся сведения, воспринимаемые машинистом в период подготовки к поездке и в течение самой поездки: техническое состояние и реальные параметры локомотива, состава, железнодорожного пути, контактной сети и др. в пути следования, погодные условия, место нахождения и скорости поезда, показания сигналов светофора, текущая поездная ситуация и т. д.

Математическое моделирование УДМ позволяет совершенствовать функции системы автоматического управления и автоведения. Так, с помощью созданной имитационной модели был разработан и оптимизирован алгоритм автоматического управления тормозами поезда для выполнения ограничений скорости, реакции на сигналы светофора (в частности, остановки на красный), остановочного торможения на станции. Результаты были апробированы при сертификационных испытаниях локомотивов ЭП1 и 2ЭС5К на испытательном кольце. Другой актуальной задачей, решаемой с помощью имитационного моделирования, является замена части натурных испытаний бортовых систем управления и автоведения имитационным моделированием на стенде, поскольку испытания на полигонах и участках железной дороги являются чрезвычайно дорогостоящими и трудоемкими. С помощью моделирования УДМ может быть произведен анализ возникающих аварийных ситуаций, выявление потенциальных нарушений безопасности, а также выработаны рекомендации по оптимальному и безопасному вождению поездов.

Об идентификации дефектов в балках

Осипов А. В.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
kukuvzz@yandex.ru

В настоящее время все больше внимания уделяется исследованиям колебаний неоднородных стержней, в том числе моделям для стержней с надрезом, моделирующим трещинообразный поверхностный дефект. Эти модели важны для решения обратных задач динамики упругих конструкций и диагностики малых дефектов, особенно наиболее опасных-трещин. В настоящей работе представлен способ формулировки асимптотически точных условий сопряжения, моделирующих тонкий разрез, при анализе поперечных колебаний консольно закрепленного стержня. Проведен анализ точности полученных модифицированных условий сопряжения на амплитудно-частотные зависимости и резонансные частоты.

На первом этапе работы исследована модель трехэлементной балки, на каждом участке которой характеристики постоянны. Для консольно закрепленной балки, совершающей установившиеся колебания под действием поперечной силы, приложенной на конце, получено точное аналитическое решение, формирующееся из решений задачи на каждом промежутке, связанных между собой посредством граничных условий и условий сопряжения. Далее исследована аналогичная задача для модели двухэлементной балки, для которой сформулированы асимптотически точные условия на линии сопряжения однородных участков. Решена задача для построенной модели с использованием сформулированных модифицированных условий сопряжения. Рассмотрен случай исчезающе малого тонкого разреза, в результате которого в полученных условиях выполняется предельный переход, и они сводятся к традиционным. Проведен ряд вычислительных экспериментов, в результате которых исследованы значения погрешностей, обусловленных приближенностью модифицированных граничных условий и их влиянием на динамические характеристики. В проведенных вычислительных экспериментах представлены значения невязок полученных условий при различных значениях длины разреза, глубины пропила, а также центра разреза. Сделаны выводы о том, при каких значениях параметров разреза достигаются наименьшие значения погрешностей. В результате проведения вычислительных экспериментов оценена погрешность полученных условий сопряжения на амплитудно-частотные характеристики балки. Проведенные численные эксперименты продемонстрировали адекватность сформулированных модифицированных условий сопряжения на концах тонкого разреза и их пригодность при моделировании.

Также в данной работе рассмотрены колебания балки с дефектом в виде полости. Исследована возможность диагностирования местоположения и размера дефекта по данным амплитудно-частотным зависимостям.

Автор выражает благодарность Ватульяну А. О. за внимание к работе.

Оперативное вмешательство на сонных артериях с патологией

Павлова О. Е.

Саратов, Саратовский государственный университет

pavlovaoe@yandex.ru

Нарушения мозгового кровообращения являются одной из основных причин смертности в развитых странах. Ишемическая болезнь мозга по распространенности практически соответствует ишемической болезни сердца и составляет около 36% в структуре сердечно-сосудистых заболеваний. Причинами нарушения мозгового кровообращения ишемического характера являются атеросклероз сонных артерий (СА) и их патологическая извитость. Особенно опасным является присутствие сразу обоих нарушений, что встречается у 30% пациентов.

В данной работе рассматривалась S-образная патологическая извитость внутренней сонной артерии (ВСА) в сочетании с атеросклеротическим поражением бифуркации общей сонной артерии (ОСА) и устья внутренней сонной артерии. Проводилось сравнение гемодинамических параметров, полученных в ходе расчета для пораженной артерии и артерии после реконструктивной операции. Все вычисления проводились по данным, полученным для конкретного пациента.

Воссоздание геометрии пораженной артерии было выполнено в программном комплексе SolidWorks по данным, полученным с помощью мультиспиральной компьютерной томографии с введением контрастного вещества. Была построена правая СА со стенозом 75% в устье ВСА и последующей S-образной извитостью. Толщина стенки правой ОСА составила 1,1 мм. Входные данные для скорости крови в сосуде были получены с помощью ультразвукового исследования (систола — 69 см/с, диастола — 35,1 см/с).

Модель сосуда после операции была построена на основе геометрии пораженного сосуда с учетом проведенного хирургического вмешательства. В данном случае ввиду отсутствия фиброзной трансформации стенки артерии выполняли эндартерэктомию с резекцией избыточной длины внутренней сонной артерии и имплантацией ее в старое устье. Для более качественного сравнения результатов расчета скорость на входе в ОСА брали такой же, как и для случая с пораженной артерией.

Для конечно-элементного моделирования был выбран программный пакет ANSYS. Ввиду сложности геометрии для разбиения модели использовалась тетраэдрическая сетка. Кровь считалась ньютоновской жидкостью. Материал стенки предполагался нелинейным. Использовалась модель Муни-Ривлина. Была решена связанная задача взаимодействия стенки сосуда и крови.

В пораженной СА наблюдался локальный перепад давления, повышение пиковой систолической скорости до 180 см/с, наличие сильно выраженных вихрей дистальнее стеноза и наличие зон низкого касательного напряжения в районе извитости. Сравнение результатов этих двух расчетов показало, что увеличение объемного кровотока на выходе из ВСА после реконструктивного вмешательства составляет около 10%. В прооперированном сосуде отсутствуют завихрения.

Нейросетевая модель магнитного гистерезиса

Пасенчук А. А., Ткачев А. Н.

Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)

npi_pm@mail.ru

Задача моделирования однонаправленного статического перемагничивания ферромагнитных материалов (магнитного гистерезиса) решается с использованием нейронной сети. Ее структура, активационные функции отдельных нейронов и параметры определяются в частных режимах перемагничивания. Предложенная для моделирования гистерезиса нейронная сеть имеет двухслойную структуру, включает входной блок, скрытый и выходной слои нейронов.

В качестве входных переменных используется набор значений индукции с определенным шагом, задающий траекторию перемагничивания из фиксированной точки, определяемой парой значений индукции и напряженности магнитного поля (B_0, H_0). Эта точка задает начальное состояние ферромагнетика или точку поворота, в которой осуществляется изменение направления перемагничивания (изменение значения приращения индукции). Элементарными носителями гистерезиса в рассматриваемой модели могут выступать операторы, задаваемые прямоугольными или наклонными петлями. Каждый нейрон функционирует биполярно в соответствии с сигмоидальной функцией активации и обеспечивает моделирование приращения намагниченности (магнитного момента) при увеличении внешнего поля до достижения насыщения.

Особенностью предлагаемой модели является использование специальной процедуры сглаживания, что позволяет уменьшить число базовых элементов нейронной сети без потери точности. Количество нейронов, вид и параметры функций активации, а также характеристики операторов входного блока, описывающих элементарный гистерезис, определяются в процессе обучения нейронной сети. В качестве исходных данных, которые могут быть определены с помощью стандартных методик магнитных испытаний ферромагнетиков, используются основная кривая намагничивания (геометрическое место вершин симметричных петель гистерезиса), зависимости потерь на гистерезис от максимума индукции при симметричном перемагничивании, а также предельная петля гистерезиса. Обучение сводится к решению задачи многокритериальной оптимизации с естественными ограничениями, накладываемыми на параметры модели.

Выполнено моделирование сложных режимов перемагничивания, в том числе, с частными циклами для реальных ферромагнетиков. Приведенные результаты численных экспериментов позволяют оценить точность предложенной математической модели для описания магнитного гистерезиса в различных режимах перемагничивания. Предложенная модель может быть использована для уточненного расчета характеристик электротехнических устройств, содержащих магнитные системы.

Моделирование квазистатических магнитных полей методом Монте-Карло

Пащенко О. С.

Новочеркасск, ЮРГТУ (НПИ)

npi_pm@mail.ru

Рассматривается задача расчета квазистатического плоскопараллельного магнитного поля в ограниченной области, заполненной ферромагнетиком с линейными и нелинейными характеристиками при заданных условиях типа Дирихле на границе. Задачи такого типа возникают при анализе работы электротехнических устройств различного назначения и определении их интегральных характеристик.

Решение задачи ищется методом Монте-Карло. Рассматривается несколько вариантов модификации алгоритма блуждания по сферам. Нахождение решения в точках расчетной области в процессе блуждания достигается за счет специального выбора радиуса окружностей в зависимости от магнитной проницаемости ферромагнитного материала, которая на каждом шаге блуждания в пределах каждого круга на шаге блуждания предполагается заданной. Величина магнитной проницаемости в пределах элемента дискретизации области (круга) уточняется итерационно. Выход на заданные граничные условия обеспечиваются с помощью итерационной процедуры последовательного нагружения по экспоненциальному закону в зависимости от номера шага итерационного процесса.

Численный алгоритм, обеспечивающий нахождение решения в каждой точке расчетной области методом блуждания по сферам, основан на допущении о специальном распределении магнитной проницаемости в пределах каждого элемента, ограниченного окружностью, неотрицательный радиус которой распределен по равномерному закону. Предельно допустимые значения радиуса оцениваются из условия достижения необходимой точности при принятии допущения о специальных распределениях магнитной проницаемости в каждом круге дискретизации. Величина радиуса, а также направления перемещений точки генерируются методом Монте-Карло с учетом принятого закона распределения радиуса и равномерно по отношению к углу перемещения.

Рассмотрено два варианта реализации алгоритма блуждания по сферам. В первом случае магнитная проницаемость на каждом шаге принимается постоянной. Во втором случае она предполагается зависящей от решения, причем может задаваться нелинейной функцией. При этом для нахождения решения используется специальное преобразование искомого решения, применение которого делает возможным последующее использование метода Монте-Карло.

Предложенный алгоритм протестирован на модельных задачах, а также на более сложных задачах, решение которых находилось численно методом конечных элементов с использованием пакета прикладных программ Elcut.

Исследование распространения гармонических волн в сосуде с функционально заданным переменным диаметром

Поддубный А. А.* , Устинов Ю. А.**

**Ростов-на-Дону, НИИ механики и прикл. математики им. Воровича И. И.*

***Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

poddubny_sfedu@mail.ru

Исследовано распространение пульсовой волны в артериальном сосуде со стенозом. Стеноз моделируется осесимметричным сужением конечной длины. В качестве примера рассматривается параболическая форма стеноза. Пульсовая волна, возникающая во время систолы, моделируется кривой четвертого порядка. Исследование проводилось с использованием методов гармонического анализа. Функция четвертого порядка аппроксимировалась отрезком ряда Фурье. Затем на участках до стеноза и на участке стеноза решение представлялось в виде суперпозиции гармонических волн набегающей волны с положительными волновыми числами и амплитудами и суперпозиции гармонических волн отраженной волны с отрицательными волновыми числами и неизвестными амплитудами. На участке дистальнее стеноза решение отыскивалось в виде суперпозиции гармонических волн с положительными волновыми числами и неизвестными амплитудами. Амплитуды этих волн определялись на основе условий сопряжения. В работе приводится сравнительный анализ численных результатов, полученных на основе модели Юнга-Менса-Кортевега и модели, где сужение задается функционально. В классической модели Юнга-Менса-Кортевега формула для жесткости вытекает из безмоментной теории тонкостенной цилиндрической оболочки. В модернизированной модели Юнга-Менса-Кортевега для определения фазовой скорости используется формула, полученная при решении трехмерной задачи Лямэ. Данная особенность модели позволяет учитывать случаи, когда толщина стенки сосуда может быть соизмерима с ее внутренним радиусом. В качестве характеристики сопротивления, создаваемого стенозом, были изучены потоки отраженной и прошедшей энергии, функционально зависимые от радиуса и длины сужения. Для оценки энергетических потерь на различных участках (до стеноза, в стенозе и после стеноза) вычислялись векторы потоков энергии набегающей волны и отраженной волны соответственно, и поток энергии прошедшей волны. Результаты численного анализа энергетических коэффициентов прошедшей и отраженной волн, полученные на основе математических моделей, также представлены в работе.

О неустойчивости кругового составного цилиндра при кручении

Попов А. В.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

a_v_popov@mail.ru

Представлена задача нелинейной теории упругости о потере устойчивости сплошного кругового цилиндра, содержащего предварительно напряженное включение. К торцам цилиндра приложен крутящий момент. Включение представляет собой скрученный и растянутый (или сжатый) стержень, который впоследствии вставляется в полый круговой цилиндр. Радиус стержня после предварительной деформации предполагается равным внутреннему радиусу полого цилиндра в ненапряженном состоянии. Образованный таким способом составной цилиндр будет содержать внутренние напряжения. Эти напряжения определенным образом влияют на критические значения внешнего крутящего момента при потере устойчивости, когда ось составного цилиндра перестает быть прямой линией. Для решения задачи устойчивости равновесия составного стержня выбрана неогуковская модель нелинейно-упругого изотропного несжимаемого материала. Докритическое состояние равновесия найдено из точного решения задачи о кручении составного цилиндра с предварительно напряженным включением. Для описания конечных деформаций кручения и растяжения-сжатия составного цилиндра применяется единая отсчетная конфигурация, которая является естественной (ненапряженной) для внешнего полого цилиндра и предварительно напряженной для материала включения. Это потребовало записи определяющих соотношений неогуковского материала относительно отсчетной конфигурации, не совпадающей с естественным состоянием тела.

Выведены уравнения нейтрального равновесия, линеаризованные граничные условия и условия сопряжения на границе внешней и внутренней частей. Для некоторого класса решений уравнений нейтрального равновесия задача устойчивости приведена к системе однородных дифференциальных уравнений. В результате численного решения полученной системы определены сочетания значений параметров предварительной деформации и крутящего момента, приводящие к бифуркации равновесного состояния рассматриваемого составного цилиндра. На основе полученных данных построены бифуркационные кривые, выражающие зависимости критических значений крутящего момента от параметров деформации включения. Анализ кривых показывает, что при некоторых значениях предварительной деформации кручение составного цилиндра становится более устойчивым, чем кручение однородного цилиндра без внутренних напряжений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 12-01-00038) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

Устойчивость течения Колмогорова и его модификаций

Ревина С. В.

Владикавказ, Южный математический институт

revina@math.rsu.ru

Рассматривается двумерное $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ движение вязкой несжимаемой жидкости под действием поля внешних сил $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$, периодического по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1 и L_2 соответственно, описываемое системой уравнений Навье-Стокса

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} - \nu \Delta \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{F}(\mathbf{x}, t), \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

где ν — безразмерная вязкость. Средняя по пространству скорость считается заданной

$$\langle\langle \mathbf{v} \rangle\rangle = \mathbf{q}.$$

В качестве краевых условий задаются условия периодичности поля скорости \mathbf{v} по пространственным переменным x_1, x_2 с периодами L_1, L_2 соответственно. Предполагается, что $L_2 = 2\pi/\alpha, \alpha \rightarrow 0$.

Строится длинноволновая асимптотика задачи устойчивости стационарного течения, когда основное поле скорости принадлежит классу параллельных (сдвиговых) течений:

$$\mathbf{V} = (0, V_2)(x_1, \alpha x_2).$$

К рассматриваемому классу принадлежит течение Колмогорова с синусоидальным профилем скорости, имеющее важные геофизические приложения

$$\mathbf{v} = (0, \gamma \sin x).$$

Показано, что для сдвигового течения критические собственные значения σ являются нечетными функциями волнового числа, а критическое значение вязкости ν — четной функцией волнового числа.

Для течений с нулевым средним указаны условия, при которых происходит монотонная потеря устойчивости.

Если основной профиль скорости в некоторой точке обращается в ноль и является нечетной функцией относительно этого нуля, то происходит монотонная потеря устойчивости.

Найдены явные выражения нескольких первых членов длинноволновой асимптотики через вспомогательную функцию θ . Дан алгоритм нахождения k -го члена асимптотики через предыдущие.

Полученные результаты можно обобщить на случай трехмерных течений, а также применить при исследовании устойчивости периодических по времени течений. Оказывается, существующие в случае нулевого среднего математические трудности мало зависят от размерности пространства по переменной x . Возможность обоснования монотонной потери устойчивости стационарного основного решения играет ключевую роль при рассмотрении основных течений, периодически зависящих от времени.

Модель аспирации нелинейно-упругой сферической оболочки

Руденко О. В.*Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет*

zhbanova@sfnedu.ru

Оболочка клетки является важным органом, обеспечивающим ее функционирование. К функциям клеточной мембраны относятся транспорт веществ, сохранение целостности клетки и ее защита. Поэтому изучение механических свойств клеточной мембраны является важным для понимания всей клетки в целом. Математические модели клеточных мембран основываются на экспериментальных данных, по которым можно считать, что сопротивление мембран на изгиб пренебрежимо мало, материал мембран с большой степенью точности можно считать высокоэластичным и несжимаемым. В силу этого, для построения ее математической модели представляется целесообразным использовать нелинейную теорию безмоментных упругих оболочек.

Рассматривается модель микропипеточной аспирации клетки. Клеточную мембрану моделируем тонкой безмоментной нелинейно-упругой оболочкой, действие внутриклеточного вещества на мембрану принимаем как равномерно распределенное нормальное давление. Целью работы является исследование напряженно-деформированного состояния мембраны и построение зависимости между величиной давления в пипетке при аспирации и деформацией клетки.

Рассматривается оболочка постоянной толщины h , которая в отсчетной конфигурации является сферой с радиусом r_0 . Будем считать, что при аспирации оболочка имеет осесимметричную форму равновесия, которая задается неизвестными функциями $R(s)$ и $Z(s)$. Внешняя нагрузка определяется тремя величинами давлений. Внешнее давление p_e представляет собой давление среды на оболочку клетки. Внутреннее давление в клетке обозначим p_i . Для поддержания формы клетки оно должно превосходить внешнее давление. Процесс аспирации заключается в создании пониженного давления в пипетке p_p , в результате чего клетка начинает втягиваться в микропипетку. Свойства материала задаем функцией потенциальной энергии Бартенева-Хазановича: $W^* = 2\mu(\lambda_1 + \lambda_2 + \frac{1}{\lambda_1\lambda_2} - 3)$.

Представлено решение уравнения равновесия оболочки. Система нелинейных ОДУ решается численно. Разработан и реализован в математическом пакете Matlab численный метод решения краевой задачи с неизвестными границами. Отмечается, что зона контакта между оболочкой и микропипеткой — точка или область с заранее неизвестными границами. Результаты вычислений представлены графиками форм деформированных сечений и графиками напряжений при разных условиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (МК-439.2011.1).

Стационарное обтекание тел потоком вязкой несжимаемой жидкости при малых числах Рейнольдса

Сазонов Л. И.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
sazonov@math.rsu.ru

Задача трехмерного стационарного обтекания системы тел потоком вязкой несжимаемой жидкости состоит в определении решения системы Навье-Стокса

$$\begin{cases} \Delta u - \nabla p = Re(u, \nabla)u \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad (1)$$

в области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, являющейся внешностью системы ограниченных тел B_i ($i = 1, 2, \dots, N$) с граничным условием

$$u|_{\partial\Omega} = a \quad (2)$$

и условием на бесконечности

$$u|_{\infty} = e^1 = (1, 0, 0). \quad (3)$$

Здесь u — поле скорости жидкости, p — функция давления, Re — число Рейнольдса.

Собственно для классической задачи обтекания $a = 0$, но в дальнейшем рассматриваются общие граничные условия. Например, неоднородные граничные условия возникают при протекании жидкости через поверхность обтекаемых тел или при вращении этих тел (в стационарном случае границы тел должны быть поверхностями вращения).

При малых числах Рейнольдса, несмотря на наличие малого параметра лишь при младших производных, задача не является регулярной в том смысле, что ее решение нельзя представить в виде степенного ряда по параметру Re (парадокс Уайтхеда). В случае обтекания шара и цилиндра при малых числах Рейнольдса построение асимптотики выполнено в работе И. Праудмена и Дж. Пирсона методом сращиваемых асимптотических разложений. В дальнейшем эта методика использовалась многими авторами для исследования различных задач гидродинамики при малых числах Рейнольдса.

В данной работе доказано, что решение системы (1)–(3) при достаточно малых числах Рейнольдса можно представить в виде сходящегося в некотором банаховом пространстве ряда из решений линеаризованных систем Озеена. Найдено представление в виде ряда для силы сопротивления. Развитый подход позволяет рассмотреть некоторые случаи растущих при $Re \rightarrow 0$ граничных условий.

В качестве приложения общих результатов рассмотрена задача об обтекании вращающегося с постоянной угловой скоростью ω шара единичного радиуса. В этом случае построено приближенное решение, которое позволяет получить для силы сопротивления строго обоснованную формулу

$$F = -\frac{6\pi}{Re} \left[\left(1 + \frac{3}{8}Re\right)e_1 - \frac{9}{40}Re^2 \ln(1/Re)e^1 + \frac{1}{6}Re(\omega_2 e^3 - \omega_3 e^2) + O(Re^2) \right],$$

обобщающую известную формулу Рубина-Келлера и при $\omega = 0$ совпадающую с уточнением формулы Озеена, данным Праудменом и Пирсоном.

Среда интерактивного онлайн обучения «InMechLab»

Сигаева Т. В., Хатламаджиян П. А.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

taissigaeva@gmail.com

Информационные технологии стали неотъемлемой частью современного учебного процесса. Одним из важных направлений их развития в этой сфере является разработка интерактивных мультимедиа презентаций обучающего характера. Их использование позволяет преподавателям изменить содержание, методы и формы обучения, облегчить процесс понимания материала, повысить мотивацию обучаемых, а значит, в конечном итоге существенно улучшить качество образовательного процесса.

Говоря о механике, нужно отметить, что преподавание многих ее разделов существенно базируется на экспериментальном сопровождении в виде учебных демонстрационных опытов, лабораторного практикума студентов и т. п. Однако практически все университеты мира сталкиваются в этой связи с двумя серьезными проблемами. Оборудование для проведения «классических» экспериментов почти везде сильно устарело. Современное же оборудование, используемое для испытаний материалов в реальных промышленных лабораториях, весьма дорого. Даже если оно имеется в учебном заведении, то его использование для организации массовых учебных экспериментов не выгодно экономически. Именно поэтому многие учебные заведения начали разработку интерактивных комплексов, облегчающих процесс подготовки к реальным испытаниям или же заменяющих их.

В настоящей работе рассматривается интерактивная онлайн среда обучения InMechLab, связанная с выполнением лабораторных практикумов по механике. В ходе реального лабораторного практикума студенты должны применять знания и навыки работы с различным экспериментальным оборудованием. Поэтому обучаемому необходимо тщательно изучить методику, теорию и ход предстоящего эксперимента. Для этих целей был разработан цикл программ виртуализации реального эксперимента.

Разработанный комплекс содержит подробные теоретические положения по тематике экспериментов, раздел тестирования и блок визуализации реального эксперимента, предоставляющие возможность пользователю проверить свои знания, прежде чем приступить к реальному испытанию. Успешное прохождение всех стадий игры является допуском к проведению эксперимента в реальной лаборатории.

Одним из важнейших аспектов в обучении является необходимость оценки качества получаемых знаний и навыков. Специально для этих целей разработана подсистема для сбора и предоставления информации об обучаемом преподавателю, которая фиксирует все действия студента (время начала игры и ее продолжительность, текущая стадия, количество выполненных виртуальных работ, допущенные ошибки и т. д.). Это означает, что преподаватель имеет возможность в любое время получить сведения об успешности усвоения материала по теме лабораторной работы как студентом, так и группой в целом.

Моделирование механизмов затухания в пьезокерамических образцах на основе учета деполяризующих факторов

Скалиух А. С.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет
skaliukh@math.rsu.ru

Моделирование работы любого пьезокерамического преобразователя связано с расчетами физических характеристик, среди которых наиболее информативными и предпочтительными являются амплитудно-частотные характеристики (АЧХ). Часто расчетные и экспериментальные данные различаются вследствие использования математических моделей, в которых далеко не все факторы, влияющие на работу этих преобразователей, учитываются в полной мере. Например, если в расчетной модели игнорируются механизмы затухания, то на резонансных частотах кривые АЧХ имеют неограниченный рост, в то время как в экспериментальных данных такой рост ограничен. Сами механизмы затухания к настоящему времени изучены еще не достаточно полно, а предлагающиеся математические модели порой выглядят искусственно введенными или даже необоснованными.

В настоящей работе рассмотрен один из механизмов затухания, связанный с частичной деполяризацией сегнетоэлектрических керамик в циклических электрических полях. Несмотря на то, что керамические элементы, как правило, работают в малых электрических полях, тем не менее, их предварительная поляризация хоть и ничтожно мала, но изменяется гистерезисным образом с изменением интенсивности электрического поля или механических напряжений в течение одного цикла. Вследствие этого упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические свойства также ничтожно мало изменяются и также гистерезисным образом. Но гистерезис вызывает затухание, тем большее, чем больше площадь его петли. В настоящей работе для построения гистерезисных зависимостей физических характеристик за полный цикл изменения электрического поля предложено упругие, диэлектрические и пьезоэлектрические константы моделировать линейными функциями остаточной поляризации, которая носит гистерезисный характер и которую предлагается строить на основе обобщенной модели поляризации Джила-Атертона. Используя технику численного интегрирования, удается определить коэффициенты затухания, в силу чего физические характеристики для процессов установившихся колебаний становятся комплексными. В качестве примера была рассмотрена задача о продольных колебаниях стержневого поперечно поляризованного преобразователя неоднородным образом. Введена гипотеза о том, что интенсивность остаточной поляризации слабо влияет на коэффициенты затухания. После этого, используя технику конечных элементов, были найдены все физические характеристики преобразователя. Основным недостатком предложенного подхода является то обстоятельство, что модель Джила-Атертона была разработана для квазистатических процессов изменения электрического поля. Поэтому ее применимость ограничена низкими частотами.

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ (грант 12-01-00829-а).

Устойчивость нелинейно-упругих прямоугольных плит из функционально-градиентных материалов

Соколов А. В., Шейдаков Д. Н.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
sheidakov@mail.ru

Проблема устойчивости равновесия деформируемых тел занимает важное место в механике сплошных сред, так как разрушение различных конструкций нередко происходит именно вследствие потери устойчивости под действием внешних нагрузок. В случае упругой среды теория устойчивости достаточно подробно разработана для однородных материалов. Имеется большое число публикаций по устойчивости как тонких и тонкостенных тел в форме стержней, пластин и оболочек, так и массивных (трехмерных) тел. Однако с распространением новых конструкционных материалов (поликристаллические и композитные материалы, зернистые и порошкообразные материалы, а также пористые материалы и пены), актуальной становится проблема устойчивости тел с функционально-градиентной структурой.

Целью настоящего исследования является изучение бифуркации равновесия нелинейно упругих плит из функционально-градиентных материалов. В рамках общей теории устойчивости трехмерных тел проведен анализ выпучивания прямоугольной плиты при двухосном сжатии-растяжении. Для описания поведения плиты использовалась как классическая (неполярная) модель сплошной среды, так и континуум Коссера. При этом в обоих случаях предполагалось, что упругие свойства материала изменяются по толщине. Такой подход позволил более подробно изучить влияние структуры материала на потерю устойчивости плиты.

Для определения докритического напряженно-деформированного состояния прямоугольной плиты в условиях больших деформаций применялся полуобратный метод нелинейной теории упругости. Используя метод линеаризации в малой окрестности основного состояния, для классической и микрополярной сред построены уравнения нейтрального равновесия, которые решены численно. Для ряда общеупотребительных материалов найдены критические кривые и соответствующие им моды выпучивания, построены области устойчивости в плоскости параметров нагружения, которыми являются коэффициенты осевого сжатия-растяжения. Используя полученные результаты, проанализирован размерный эффект и изучено влияние упругих свойств материала на бифуркацию равновесия. Особое внимание уделено анализу того, как характер изменения свойств материала влияет на потерю устойчивости нелинейно-упругих плит с функционально-градиентной структурой.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 11-08-01152-а и 12-01-00038-а).

Идентификация дефектов в покрытиях из функционально градиентных материалов

Спожакин А. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
solovievarc@gmail.com

В данной работе предложен метод реконструкции дефектов в функционально градиентных материалах (ФГМ), в котором проблема сводится к обратным геометрическим задачам теории упругости. Метод основан на применении принципа взаимности для поврежденного и неповрежденного тел. Для этого выбираются некоторые пробные решения для тела из ФГМ, которые являются аналитическими решениями для определенных классов неоднородных свойств материала, в частности рассмотрены функционально неоднородные свойства полиномиального и экспоненциального типа. В качестве дополнительной информации для решения обратной задачи используется поле смещений измеренное на свободной границе тела. В случае малых дефектов и дефектов типа трещин с невзаимодействующими берегами параллельными поверхности слоя, строятся аналитические формулы для определения вертикальной координаты (по толщине слоя) дефекта.

При учете взаимодействия берегов трещин и длительном вибрационном воздействии на исследуемый объект, дефект моделируется внутренним источником тепла, и проблема сводится к обратной задаче стационарной теплопроводности для неоднородного тела. В этом случае дополнительной информацией для решения обратной задачи служит температурный портрет тела. Также, как и в первом случае, использование принципа взаимности и пробных аналитических решений позволяет получить формулы для координат внутренней точки «трещины-источника».

После того, как определены координаты дефекта, реконструкция размера дефекта проводится на основе разработанного ранее метода идентификации интерфейсных дефектов. Приведены численные примеры реконструкции дефектов, в которых в качестве измерений использованы решения прямых задач в конечно-элементных пакетах ACELAN, FlexPDE.

Автор выражает благодарность научному руководителю А. Н. Соловьеву за помощь в работе.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 10-08-01296-а, 10-01-00194-а, 10-08-00093-а, 12-08-91165-ГФЕН_а).

Одновременная идентификация двух материальных параметров методом квазилинеаризации

Сухов Д. Ю.

Ростов-на-Дону, Южный федеральный университет

d.u.sukhov@gmail.com

Установление связи между вычислительным экспериментом и экспериментом с реальным образцом материала является важной и интересной задачей, особенно в последнее время в связи с широким применением САЕ-пакетов для расчетов и моделирования новых конструкций и материалов. В современных программных САЕ-пакетах нелинейные материалы могут быть заданы функциями удельной энергии деформации, содержащими несколько параметров, полностью определяющих поведение материала. Значения этих параметров находятся из различных экспериментов, и создание надежного и универсального алгоритма идентификации этих параметров из экспериментальных данных является важной задачей.

В работе представлено применение метода квазилинеаризации для одновременной идентификации двух материальных параметров нелинейного материала. Рассматривался вычислительный эксперимент по кручению нелинейно упругого полого цилиндра, внутренняя поверхность которого закреплена, а внешняя поворачивалась на заданный угол. Для вывода уравнений равновесия и граничных условий использовался полуобратный метод Сен-Венана. Далее для решения обратной задачи задавалась дополнительная информация в виде перемещения трех точек торца цилиндра вдоль радиального направления и, во второй серии эксперимента, вдоль координаты угла поворота.

Для решения обратной задачи согласно методу квазилинеаризации получена система шести дифференциальных уравнений первого порядка. Далее выбиралось начальное приближение для неизвестных параметров в виде отклонения от их истинного значения, и запускался итерационный метод, на каждом шаге которого решалась одна нелинейная и две линейаризованных краевых задачи. Критерием выхода служило малое суммарное отклонение от априорных значений в двух точках.

Были проведены расчеты для двух нелинейных материалов — потенциала Блейтца и Ко полного вида и потенциала Клоснера-Сегала. Поскольку метод квазилинеаризации является обобщенным градиентным методом Ньютона-Рафсона, он обладает большой чувствительностью к начальному приближению. Были определены интервалы начальных приближений, на которых наблюдалась сходимость к истинным значениям параметров. Сделаны выводы о практической пригодности данного метода для одновременной идентификации нескольких параметров. Начальное приближение для метода квазилинеаризации перспективно получать из эвристических методов, например, применяя процедуры генетических алгоритмов.

Автор благодарит А. О. Ватульяна и М. И. Карякина за внимание к работе.

Работа выполнена при поддержке «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (госконтракт П596).

Математическое моделирование процессов самоорганизации в системах микро- и наночастиц

Тарасевич Ю. Ю.

Астрахань, Астраханский государственный университет
tarasevich@aspu.ru

В последние десятилетия большое внимание исследователей привлекло высыхание капель жидкостей, содержащих частицы. Интерес вызван многочисленными приложениями. Прежде всего, следует упомянуть вызванную испарением самосборку, технологию струйной печати, технологии создания покрытий и т. д. Как правило, содержащие частицы капли высыхают с закрепленной линией трехфазной границы. В этом случае возникающие в капле течения выносят частицы на край, что приводит к образованию кольцеобразного осадка (coffee ring effect, Deegan et al. Nature, 1997).

Возможны две различные ситуации при высыхании капель, содержащих частицы. Во-первых, частицы внутри жидкости могут взаимодействовать друг с другом чисто механически. В этом случае осадок представляет собой пористую среду. Эта среда не оказывает существенного влияния ни на течения внутри капли, ни на испарение с ее поверхности. Во-вторых, частицы могут образовывать химические связи. В этом случае может протекать фазовый переход, например, золь–гель. Новая фаза препятствует как гидродинамическим течениям, так и испарению с ее поверхности.

Большинство опубликованных в литературе моделей описывают именно первую ситуацию. Только несколько рассматривает образующий осадок как непроницаемый для течений и испарения (Ozava et al., JAP, 2005; Okuzono et al., PRE, 2009; Tarasevich et al., 2011). Тем не менее, именно испарение капель коллоидов, в которых наблюдается фазовый переход, является исключительно важным в задачах биостабилизации, тестирования лекарственных средств, медицинской диагностики и других задачах. Наибольший практический интерес представляет частный случай, когда время гелеобразования много больше времени испарения растворителя. Тогда гелевая фаза зарождается у края капли и продвигается к ее центру, в то время как центральная часть капли продолжает оставаться золей.

Процесс может быть разделен на три стадии. В течение непродолжительной первой стадии гидродинамические течения выносят взвешенные частицы на край капли, пока их концентрация не достигнет критической, и не начнется фазовый переход. В течение этой стадии вся капля остается однофазной. Во время второй стадии происходит движение фазового фронта золь–гель от края к центру капли. Система является двухфазной. На третьей стадии капля, полностью превратившаяся в гель, теряет остатки растворителя. Именно на этой стадии происходит формирование структур.

Работа выполнена по заданию Министерства образования и науки РФ, проект 1.588.2011 «Математическое моделирование процессов самоорганизации в системах микро- и наночастиц».

Колебания неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами

Шведов Д. С.

Ростов-на-Дону, Донской государственный технический университет
schvedden@gmail.com

Теория упругости для тел, имеющих распределение пустых пор, получила интенсивное развитие из-за теоретической и практической важности. Она хорошо описывает поведение композитных, керамических, пенистых и пористых материалов. При этом ряд функционально-градиентных материалов отличается тем, что распределение физических характеристик неравномерно, что приводит к их зависимости от координат.

Общая теория пороупругости для тел с пустыми порами была сформулирована Нунциато и Коуином (1979, 1983). Главной особенностью этой теории является введение в определяющие соотношения новой переменной, характеризующей относительный объем пор, который используется в качестве независимой кинематической переменной. Включение новой переменной требует дополнительных сил для обеспечения равновесия объема пор. Данная теория сводится к классической теории упругости в случае, когда объем пустот стремится к нулю. Она играет важную роль в практических проблемах изучения деформирования геологических и синтетических пористых сред, где классическая теория упругости является малоприменимой. Некоторые основные проблемы и краткое изложение этой модели были представлены Изэном (1985) и Коуином (1984), который представил взаимосвязь теории тел с пустыми порами с другими моделями теориями упругости и термоупругости. Отметим, что задачи пороупругости для неоднородных структур исследованы мало.

Настоящая работа посвящена исследованию колебаний неоднородного по толщине пороупругого слоя с пустыми порами. В рамках плоской деформации рассмотрена задача об установившихся колебаниях неоднородного по толщине изотропного пористого упругого слоя. Нижняя грань слоя сцеплена с абсолютно жестким основанием, колебания вызываются поверхностной нагрузкой на верхней грани. При известных законах неоднородности для аналогов параметров Ляме — положительных функциях вертикальной координаты — колебания слоя описываются системой трех уравнений в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами. С помощью преобразования Фурье и обращения некоторых операторов задача сведена к системе трех интегральных уравнений Фредгольма второго рода с непрерывными ядрами. Предложен численный метод нахождения трансформант на основе метода коллокаций. С помощью численного обращения преобразования Фурье осуществлен расчет вектора смещения и функции относительного объема. Проведено сравнение полевых характеристик при различных законах неоднородности и видах нагрузки.

Автор выражает благодарность Ватульяну А. О. за внимание к работе.

Конечно-элементный анализ эффективности импульсных излучателей из пористой пьезокерамики для целей ударно-волновой литотрипсии

Шевцова М. С.

Ростов-на-Дону, Южный научный центр РАН
mariamarc@bk.ru

В настоящее время пьезоэлектрические преобразователи находят широкое применение в медицинской технике для ультразвуковой диагностики и неинвазивных методов лечения. Для таких применений большой интерес представляет пористая пьезокерамика — сравнительно новый класс пьезоэлектрических композиционных материалов. Экспериментальные и теоретические исследования показали, что пористая пьезокерамика обладает высокой пьезочувствительностью, расширенной полосой пропускания частот и более низким импедансом по сравнению с плотной керамикой, что обеспечивает лучшее акустическое согласование пьезоэлектрического материала с акустической средой. Кроме этого, толщинный пьезомодуль пористой пьезокерамики остается практически таким же, как и для плотной. Перспективность использования пористых пьезоизлучателей в силовой антенной решетке экстракорпорального литотриптора (для разрушения конкрементов, образующихся в почках) впервые, по-видимому, была отмечена по результатам экспериментальных исследований в НИИ физики РГУ (В. Ф. Рахимов, Е. С. Цихоцкий, 2005). В настоящей работе проведено компьютерное моделирование пьезоизлучателей из пористой пьезокерамики для литотрипсии.

На первом этапе проводился расчет эффективных модулей пористых пьезокомпозиционных материалов различной связности с использованием метода эффективных модулей и конечно-элементного (КЭ) моделирования представительных объемов пористой пьезокерамики. Для численного определения эффективных модулей в КЭ пакете ANSYS решались наборы статических пьезоэлектрических задач для представительных объемов с граничными условиями, обеспечивающими постоянные значения полей деформаций, напряжений, электрического поля и электрической индукции однородного тела. На примере пьезокерамики ПКР-8 проведено сравнение вычисленных эффективных характеристик с экспериментальными данными и показано, что различные методы моделирования представительных объемов дают и различную точность в определении важнейших характеристик пьезокерамики — пьезомодулей d_{33} и d_{31} . Также установлено, что учет неоднородности поля поляризации существенно улучшает результаты КЭ моделирования.

На втором этапе компьютерного анализа пьезоизлучателей для литотрипсии в одномерных постановках с использованием рассчитанных ранее эффективных модулей исследовался ряд толщинных пьезоизлучателей, нагруженных на акустические среды: пьезоизлучатель, состоящий из пьезоэлемента, изготовленного из плотной пьезокерамики, и упругих переходных слоев; излучатель из пористой пьезокерамики с одним согласующим упругим слоем; а также излучатель из пористой пьезокерамики без переходных слоев. По результатам КЭ анализа связанных динамических задач акустоэлектроупругости был подтвержден вывод, что пористая пьезокерамика является достаточно эффективным материалом для генерации сильного ультразвука в биологических тканях.

Течения неньютоновских сред в каналах с деформируемыми стенками

Юшутин В. С.

Москва, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
vladimir.yushutin@gmail.com

Задачи о продольном движении сред в деформируемых сосудах широко распространены в биомеханике: это течение крови в артериях, воздуха в дыхательных путях, а также перистальтика желудочно-кишечного тракта. Достаточно давно были созданы пространственно одномерные модели, качественно описывающие поведение реальных систем. Особенностью этих моделей является использование определяющих соотношений идеальной или ньютоновской сред для моделирования биожидкостей, текущих внутри упругих сосудов. С другой стороны, известно, что кровь проявляет нелинейно-вязкие свойства с мягкой характеристикой, а также обладает пределом текучести, что объясняется присутствием в плазме конгломератов, составленных из эритроцитов.

Предлагаются две феноменологические модели течения внутри деформируемого канала для двух классических типов определяющих соотношений текущей среды: нелинейно-вязкой степенной жидкости (1) и вязкопластического тела Шведова-Бингама (2)

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu v_u^{n-1} v_{ij}, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \left(2\mu + \frac{\sigma_s}{v_u}\right) v_{ij}, \quad (2)$$

где σ_{ij} — тензор напряжений, v_{ij} и v_u — тензор скоростей деформаций и его интенсивность, p — давление, $n > 0$ — показатель степенной среды, σ_s — предел текучести вязкопластической среды, μ — динамическая вязкость. Соотношение (1) при $n = 1$ переходит в ньютоновскую жидкость. Выражение (2) применимо только в тех точках вязкопластической среды, где интенсивность напряжений $\sigma_u > \sigma_s$, в противном случае некоторая область точки вовсе не деформируется. Поэтому модель течения вязкопластического тела подразумевает наличие жесткого ядра около оси канала, чем сильно отличается от моделей течения вязких сред.

Задача предполагается осесимметричной, а азимутальная скорость — нулевой; для описания течения среды применяется теория тонкого слоя. На стенках канала ставится условие прилипания, а среда считается несжимаемой. Сосуд моделируется тонкой безынерционной упругой оболочкой, в которой не возникает изгибных моментов и перемещения малы. Взаимодействие среды и оболочки происходит за счет нормальных напряжений.

На основании этих предположений удается сформулировать динамические постановки для обоих типов определяющих соотношений в терминах технических неизвестных, зависящих лишь от продольной координаты и времени: радиус поперечного сечения, расход и среднее давление в сечении, а также радиус жесткого ядра в сечении для модели движения вязкопластического тела.

В рамках предложенных моделей существует качественное влияние определяющих соотношений на поведение системы «среда–канал».

Содержание

Абрамович М. В., Углич П. С. Обратные коэффициентные задачи для поперечно-неоднородного слоя	5
Айзикович С. М., Васильев А. С. Контактная задача о кручении упругого цилиндрически анизотропного полупространства с неоднородным покрытием	6
Айзикович С. М., Волков С. С., Шанько З. В. Осесимметричная контактная задача о внедрении штампа заданной формы в мягкий функционально градиентный слой	7
Акименко М. О. Применение вейвлет-анализа к исследованию кардиосигнала	8
Акулич Ю. В., Мерзляков М. В. Адаптационные изменения механических свойств губчатой костной ткани после остеосинтеза перелома шейки бедра как механический фактор посттравматического артроза тазобедренного сустава.	9
Алваджян Ш. И., Саркисян С. О. Определение напряженно-деформированного состояния у микрополярных ортотропных упругих тонких балок	10
Алгазинов Э. К., Сычев А. В. О магистерской программе «IT in Industry», разрабатываемой в ВГУ по проекту ICARUS программы Tempus-IV	11
Аманбаева А. К., Качалова В. С., Куликова А. А. Расчет в рамках решеточной модели с помощью алгоритма Франка-Лобба электропроводности пленочных нанокompозитов при наличии упорядочивающих факторов	12
Баранов И. В., Оганесян П. А., Скалиух А. С. Идентификация неоднородных свойств пьезоэлектрических материалов	13
Баранов И. В., Шевцов М. Ю. Определение упругих свойств анизотропных композитов на основе сочетания аналитических, конечно-элементных решений и генетического алгоритма	14
Батищев В. А., Заикин В. В. Влияние наночастиц на перенос тепла в слоях Марангони	15
Батищев В. А., Ломакин Н. Д., Петровская Д. С. Моделирование спиральных волн в аорте с равномерным потоком на входе	16
Бауэр С. М., Воронкова Е. Б., Карамшина Л. А., Корников В. В. Модели многослойных оболочек в биомеханике глаза	17
Баяндин Ю. В., Герасимова Е. И., Наймарк О. Б. Исследование температурных характеристик тела человека с целью диагностики опухолевых заболеваний	18
Бобылев Д. Е., Масько Л. В. Применение метода граничных элементов в механике кровеносных сосудов	19
Богачев И. В., Ватульян А. О. Модели кожи и методы идентификации ее свойств	20
Боев Н. В. Коротковолновая дифракция акустических волн на системе трехмерных твердых отражателей канонической формы	21

Борисова Е. В., Васильев П. В., Краснощеков А. А., Соболев Б. В., Соловьев А. Н. Аналитическое и конечно-элементное моделирование тонких покрытий и их влияния на концентрацию напряжений . . .	22
Бузало Н. С., Жменя Е. С., Никифоров А. Н. Оптимизация нормативов допустимых сбросов загрязняющих веществ в Цимлянское водохранилище	23
Булыгин Ю. И., Корончик Д. А., Месхи Б. Ч. Конечно-элементное моделирование процессов активной вентиляции помещений с источниками вредных примесей	24
Бурцева О. А. Колебания проводов воздушных ЛЭП при плавке гололеда	25
Бычков А. А. Расчет распределения Ge в SiGe пленке под действием дислокаций несоответствия	26
Валов Г. В., Шевцова В. С., Шевцова М. С. Сравнительный анализ методов оптимизации топологии (SIMP, BESO и Level Set) на примере реконструкции крыла стрекозы	27
Ватульян А. О., Гукасян Л. С. О задаче Коши для уравнения в частных производных 1-го порядка и ее приложениях в теории обратных задач	28
Вильде М. В. Распространение нестационарных волн Рэлея и Стоунли в многослойных цилиндрических оболочках	29
Волков С. С., Митрин Б. И., Погоцкая И. В. Изгиб круглой пластинки, лежащей на мягком непрерывно неоднородном слое	30
Волокитин Г. И. О потере устойчивости нелинейно-упругого полого кругового цилиндра, нагруженного боковым давлением	31
Газзаев Д. А., Колосова Е. М. Конечно-элементное моделирование бинарного подшипника с V-образными протекторными вставками . .	32
Германовский С. С., Демяненко Я. М., Чердынцева М. И. Проблемы и первые результаты создания студенческой ИТ-лаборатории	33
Германовский С. С., Криворотова Д. В., Семигук В. М. Минимальные стандартные требования к структуре и содержанию сайтов образовательных учреждений и их подразделений	34
Гилев В. Г., Кучумов А. Г., Попов В. А., Самарцев В. А. Экспериментальное исследование свойств желчи при патологии	35
Глазунова Л. В. Расчет радиатора в составе стойки диаграммообразующих устройств	36
Глушков Е. В., Глушкова Н. В. Поверхностные и псевдоповерхностные волны в анизотропных пьезоструктурах с алмазной подложкой . .	37
Глушков Е. В., Глушкова Н. В., Фоменко С. И. Влияние функционально-градиентных покрытий на характеристики поверхностных акустических волн	38
Глушкова В. Н., Кожухова А. В. Логическое моделирование гибридных пневмосистем	39
Голуб М. В. Идентификация и классификация полосовых отслоений в многослойных упругих композитах посредством энергетического и вейвлет-анализа	40

Голубев Г. Ш., Каргин М. А., Наседкин А. В., Родин М. Б. Конечно-элементное исследование динамических характеристик модельной системы чрескостного остеосинтеза с устройствами внешней фиксации	41
Голубев Г. Ш., Каргин М. А., Родин М. Б. Компьютерное моделирование влияния деформаций стержней аппарата Илизарова на напряженно-деформированное состояние поврежденной костной ткани	42
Голядкина А. А. Конечно-элементное моделирование оперативных вмешательств по восстановлению геометрии левого желудочка сердца	43
Григоренко К. С., Матишов Д. Г., Морозов Е. Г., Ольшанская Е. В., Соловьева А. А., Хартиев С. М. Исследование нехарактерных внутренних волн в непрерывно стратифицированном океане с инверсиями плотности	44
Гуляев Ю. П., Доль А. В. Гемодинамика крупных кровеносных сосудов с учетом распределенного сердца: математическая модель и численный эксперимент	45
Демяненко Я. М., Пучкин М. В., Чердынцева М. И. Использование ресурсов электронного образовательного пространства преподавателями мехмата	46
Денина О. В. Идентификация свойств функционально-градиентных материалов	47
Дударев В. В. Антиплоские колебания предварительно напряженного слоя	48
Елагин А. В., Сторожев В. И. Энергетические характеристики нелинейного взаимодействия нормальных упругих волн в цилиндрических волноводах	49
Еременко Л. Г., Жаров В. П., Михайлов Д. В. Конечно-элементное моделирование сыпучей среды	50
Ерусалимский Я. М. Учебник и образовательный стандарт. Что важнее?	51
Ефременко О. Ю., Курбатова Н. В., Чумакова Е. С. Оптимизация в ANSYS спирального пьезоактуатора	52
Жеребко А. И. Исследование влияния неоднородности на диаграмму растяжения с помощью программной оболочки анализа задач нелинейной теории упругости	53
Жиляев И. В., Надолин К. А. Численная верификация редуцированной математической модели мелкого протяженного руслового потока .	54
Зеленина А. А., Зубов Л. М. Большие деформации упругих тел с распределенными дислокациями	55
Зиборов Е. Н., Напрасников В. В. Реконструкция свойств межфазного слоя в армированных композитах	56
Зыонг Л. В., Соловьев А. Н. Конечно-элементное моделирование пьезопреобразователя с усложненными свойствами	57
Иванов Д. В. Развитие интернет-портала «Биомеханика в России» . . .	58

Ильичев В. Г. О построении теории биологической адаптации. Вычислительные эксперименты и теорема Перрона	59
Индейцев Д. А., Полянский В. А., Семенов Б. Н., Стерлин М. Д., Яковлев Ю. А. Диффузия водорода в металлах при усталостном разрушении	60
Казарников А. В. Уравнение Рэлея при наличии диффузии	61
Камран К. А., Кашкан А. В., Напрасников В. В. Исследование напряженно-деформированного состояния рамы автомобиля методом конечных элементов	62
Кармазин А. В., Кириллова Е. В., Сыромятников П. В. Энергетические характеристики волн Лэмба в анизотропных композитах	63
Кармазин П. А., Сухов Д. Ю., Чебаков М. И. Контактная задача для системы цилиндр-сфера-куб с тонкими мягкими вкладышами	64
Карнаухова О. С., Карякин М. И., Надолин К. А. О магистерской программе «IT in Biomechanics», разрабатываемой в ЮФУ по проекту ICARUS программы Tempus-IV	65
Карякин Д. М. Формы потери устойчивости высокоэластичной цилиндрической оболочки при растяжении и раздувании.	66
Карякин М. И., Поздняков И. В., Шубчинская Н. Ю. О влиянии внутренних напряжений, вызванных изолированным дефектом, на устойчивость цилиндра при сжатии и растяжении	67
Кизилова Н. Н. Многомасштабное моделирование сердечно-сосудистой системы человека	68
Кириллова И. В., Щучкина О. А. Физико-механические свойства коронарных артерий сердца человека	69
Клевчишкина Н. В. Моделирование движения крови при наличии стеноза	70
Козин С. В., Ляпин А. А. Идентификация упругих характеристик поропружного стержня	71
Колегов К. С., Лобанов А. И. Моделирование процессов, протекающих в высыхающей многокомпонентной капле биологической жидкости	72
Колесников А. М. Чистый изгиб высокоэластичной кривой трубы	73
Колесников А. М. Равновесие оболочки вращения, радиально растягиваемой по краю	74
Колесников И. В., Ляпин А. А., Чебаков М. И. Термоупругая задача о взаимодействии тормозной колодки и железнодорожного колеса	75
Кононов Ю. Н. Собственные колебания вращающейся многослойной идеальной жидкости	76
Лашина П. А., Явруян О. В. О колебаниях вязкоупругого слоя, лежащего на жестком основании	77
Ларченко В. В. Неопределенность значений искомых локально-неоднородной жидкости при ее частичном осреднении	78
Левенштам В. Б. Асимптотический анализ уравнений Навье-Стокса	79
Лобова Т. В., Ткачев А. Н. Компромиссный подход к оптимальному проектированию образовательных программ	80

Лупейко Т. Г., Насонова Д. В., Соловьев А. Н. Конечно-элементное моделирование пьезокомпозита регулярной структуры	81
Лысенко С. А. Визуализация решений нелинейных уравнений	82
Майорова О. А., Пустовалова О. Г. О влиянии параметров среды Коссера на поведение упругого цилиндра при больших деформациях	83
Макаров С. С., Устинов Ю. А. Исследования нелинейного напряженно-деформированного состояния выпуклой оболочки вращения и устойчивости цилиндрической оболочки	84
Мальшева Ю. А. Конечно-элементное моделирование мочевыводящей системы	85
Мартынов Р. Э. Рост газового пузыря в межзеренной пленке стеклофазы при спекании керамики	86
Марценюк М. А., Сыпачев С. С. Натурное моделирование и интерпретация локомоций	87
Миков А. И. Математическое моделирование в подготовке магистров компьютерных наук	88
Минченко Д. А. Кручение, растяжение и раздувание цилиндрической трубки с распределенными винтовыми дислокациями	89
Мостипан Г. О., Сигаева Т. В. Некоторые задачи устойчивости нелинейно упругих оболочек вращения	90
Наседкин А. В. Моделирование пьезоэлектрических излучателей для биомедицинских применений	91
Недин Р. Д. Обратная задача реконструкции двумерных неоднородных остаточных напряжений в пластинах	92
Недин Р. Д., Углич П. С. Об обратной коэффициентной задаче для пороупругой слоистой среды	93
Нестеров С. А. О некоторых одномерных обратных задачах термоупругости и пороупругости	94
Нефедов В. В., Черненко А. Б. Моделирование систем вторичного подрессоривания многоосных автомобилей (шасси) с учетом биомеханических свойств человека-оператора.	95
Нефедов В. В., Юренко И. К., Юренко К. И. Математическое моделирование управляющей деятельности машиниста поезда	96
Осипов А. В. Об идентификации дефектов в балках	97
Павлова О. Е. Оперативное вмешательство на сонных артериях с патологией	98
Пасенчук А. А., Ткачев А. Н. Нейросетевая модель магнитного гистерезиса	99
Пащенко О. С. Моделирование квазистатических магнитных полей методом Монте-Карло	100
Поддубный А. А., Устинов Ю. А. Исследование распространения гармонических волн в сосуде с функционально заданным переменным диаметром	101
Попов А. В. О неустойчивости кругового составного цилиндра при кручении	102

Ревина С. В. Устойчивость течения Колмогорова и его модификаций	103
Руденко О. В. Модель аспирации нелинейно-упругой сферической оболочке	104
Сазонов Л. И. Стационарное обтекание тел потоком вязкой несжимаемой жидкости при малых числах Рейнольдса	105
Сигаева Т. В., Хатламаджиян П. А. Среда интерактивного онлайн обучения «InMechLab»	106
Скалюх А. С. Моделирование механизмов затухания в пьезокерамических образцах на основе учета деполаризующих факторов	107
Соколов А. В., Шейдаков Д. Н. Устойчивость нелинейно-упругих прямоугольных плит из функционально-градиентных материалов	108
Спожакин А. С. Идентификация дефектов в покрытиях из функционально градиентных материалов	109
Сухов Д. Ю. Одновременная идентификация двух материальных параметров методом квазилинеаризации	110
Тарасевич Ю. Ю. Математическое моделирование процессов самоорганизации в системах микро- и наночастиц	111
Шведов Д. С. Колебания неоднородного пороупругого слоя с пустыми порами	112
Шевцова М. С. Конечно-элементный анализ эффективности импульсных излучателей из пористой пьезокерамики для целей ударно-волновой литотрипсии	113
Юшутин В. С. Течения неньютоновских сред в каналах с деформируемыми стенками	114